

Sobras aproveitáveis para o problema de corte bidimensional

Adriana Cherri

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP
17033-360, Bauru, SP
e-mail: adriana@fc.unesp.br

Andréa Vianna

Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP
17033-360, Bauru, SP
e-mail: vianna@fc.unesp.br

Resumo

Nos problemas de corte, a qualidade dos padrões de corte gerados depende diretamente dos tamanhos e quantidades dos itens a serem produzidos. Desta forma, neste trabalho que aborda problemas de corte bidimensionais, consideramos que se uma determinada demanda de itens gerar sobras indesejáveis (nem tão grandes para serem aproveitáveis, nem tão pequenas para serem perdas aceitáveis), então convém gerar retalhos (não computáveis como perda) que serão utilizados para produzir itens de demanda futuras. Isto introduz uma dificuldade para se comparar soluções do problema de corte, pois, uma solução com perda mínima pode deixar de ser interessante já que determinadas sobras podem ser aproveitadas. Para resolver este problema, propomos alterações na abordagem Grafo E/OU e em procedimentos heurísticos clássicos da literatura. Algumas características desejáveis para uma boa solução também foram definidas, com objetivo de evitar padrões de corte com sobras indesejáveis. Para verificar o desempenho dos procedimentos desenvolvidos para resolver o problema proposto, testes computacionais foram realizados com problemas reais de uma indústria de móveis.

Palavras-chave: Problema de corte de estoque bidimensional, aproveitamento de sobras, abordagem Grafo E/OU.

Abstract

In the cutting stock problems the cutting patterns quality depends directly of the sizes and amounts of the items that will be produced. This way, in this work that considers the two-dimensional cutting problems, we consider that if the demand to generate undesirable waste (not large enough to be used, nor too small to be acceptable waste), then it is better to generate retails (not computed as waste) that will be used to produce items to meet future demands. This condition introduce a difficulty to compare solutions of the cutting problems because a solution with minimal waste can be not interesting since some leftovers can be used in the future. To solve this problem, some modifications were realized in the AND/OR Graph approach and in heuristic procedure from the literature. Some desirable characteristic for a good solution were also defined, to avoid cutting patterns with undesirable leftovers. To verify the performance of developed procedures to solve the proposed problem, computational tests were realized with real problems from a furniture industry.

Key-words: Two-dimensional cutting stock problems, usable leftovers, AND/OR Graph approach.

1. Introdução

Os problemas de corte (PCE) são problemas de otimização combinatória e consistem em cortar peças maiores (*placas*) em peças menores (*itens*) otimizando um objetivo, que pode ser a minimização das perdas, maximização do lucro, minimização do número total de objetos a serem cortados, entre outros. Este é um problema frequente em indústrias que trabalham com o corte de chapas metálicas, de vidro, madeira, entre vários outros. De modo geral, os PCE são problemas importantes (devido as várias aplicações industriais) e interessantes (devido à complexidade computacional) da otimização combinatória.

Existem várias situações em que surgem os PCE, cada uma delas com suas particularidades, restrições e objetivos definidos pelas exigências práticas impostas em cada ambiente em que estes problemas aparecem. Para estes problemas, pequenas variações levam a diferentes modelagens e métodos de solução. Devido a importância econômica, operacional e a dificuldade de resolução, pesquisadores da comunidade de pesquisa operacional são motivados pela busca de boas soluções para estes problemas.

O aproveitamento de sobra de peças cortadas, embora citado por Brown (1971), passou a ser considerado de maneira explícita em estudos de PCE recentemente e com ênfase em problemas unidimensionais. Scheithauer (1991) modificou o problema proposto por Gilmore e Gomory (1963) incluindo itens extras aos demandados e sem haver demandas para serem atendidas. Sinuany-Stern e Weiner (1994) estudaram o problema de corte unidimensional, com dois objetivos: minimizar a sobra (objetivo considerado mais importante) e acumular a máxima quantidade de sobras no último objeto a ser cortado. A sobra acumulada, desde que fosse maior que o comprimento do menor item demandado, seria utilizada para atender futuras demandas.

Com o objetivo de criar um plano de corte unidimensional para diminuir a perda ou então concentrá-las em um único objeto, Gradisar *et al.* (1997) apresentaram um procedimento heurístico (denominado COLA) para otimizar o corte de rolos em uma indústria de tecidos. Kos e Duhovnik (2002) também incluíram em seus estudos a possibilidade de utilizar retalhos no atendimento de demandas subsequentes, desde que estes tivessem comprimentos superiores ao estimado pelo tomador de decisões com base no tipo e planejamento da produção. Para resolver este problema, os autores utilizaram um algoritmo genético híbrido que minimiza a sobra de material, entretanto, se a sobra possui comprimento suficientemente grande, retorna ao estoque para uso no futuro.

Abuabara e Morabito (2009) reescreveram modelos matemáticos para o problema proposto por Gradisar *et al.* (1997). Chu e Antonio (2007) abordaram o problema de corte com sobras aproveitáveis em uma indústria especializada no corte de metais. Para resolver este problema, consideraram um problema típico de corte unidimensional com algumas restrições técnicas que surgem na indústria de corte de metal.

O problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis também foi estudado por Cherri *et al.* (2009) em que heurísticas da literatura foram modificadas, de modo que as sobras geradas em cada padrão de corte deveriam ser pequenas para serem descartadas como perdas ou suficientemente grandes para serem estocadas como retalhos, os quais seriam utilizados no atendimento de futuras demandas.

Cui e Yang (2010) modificaram o problema proposto por Scheithauer (1991) incluindo limitações no estoque de objetos e na quantidade de retalhos que podem ser geradas em um padrão de corte. Cherri *et al.* (2013) realizaram alterações no problema proposto por Cherri *et al.* (2009) priorizando o corte de retalhos disponíveis em estoque. Para verificar o desempenho da estratégia desenvolvida, um gerador de exemplos foi proposto de modo que sucessivos problemas são resolvidos em um horizonte de tempo. Para cada período, novas demandas surgem e um novo problema é resolvido considerando informações do estoque e de retalhos gerados nos períodos anteriores. Além destes, outros trabalhos envolvendo aproveitamento de sobras para problemas unidimensionais podem ser encontrados na literatura.

No caso bidimensional, Andrade *et al.* (2013) apresentaram dois modelos matemáticos para resolver o problema de corte bidimensional guilhotinado 2-estágios não-exato com sobras

aproveitáveis. Basicamente, os modelos consistem em cortar os itens demandados utilizando um conjunto de placas com custo mínimo e entre todas as possíveis soluções com custo mínimo, escolher aquelas que maximizam o valor da sobra gerada. Para resolver este problema os autores utilizaram o método *branch and cut* do software CPLEX.

O problema de corte de estoque bidimensional com sobras aproveitáveis (PCESA) apresentado neste trabalho é baseado em Cherri (2009) e consiste em aproveitar sobras de padrões de corte (pedaços cortados, não demandados) desde que estas não sejam demasiadamente pequenas. Para resolver este problema, alterações foram realizadas na abordagem Grafo E/OU (Morabito, 1989) e em procedimentos heurísticos da literatura (Poldi e Arenales, 2009). Neste trabalho, com a finalidade de melhorar as soluções obtidas anteriormente, alterações foram realizadas e alguns procedimentos utilizados no Grafo E/OU para garantir um melhor desempenho deste método. Alguns parâmetros também foram alterados para se obter uma boa solução (perda baixa e poucos retalhos). Para verificar o desempenho do método, testes computacionais foram realizados com exemplares de uma indústria de móveis do Pólo Moveleiro de Votuporanga, São Paulo (Rangel e Figueiredo, 2008).

Na Seção 2 deste trabalho, apresentamos a definição do problema de corte de estoque bidimensional com sobras aproveitáveis. Na Seção 3 apresentamos as alterações realizadas em métodos e procedimentos heurísticos da literatura para resolver o problema. Na Seção 4 apresentamos alguns resultados computacionais obtidos. A Seção 5 destina-se as conclusões e proposta para pesquisas futuras.

2. Problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis

Durante o processo de corte de peças, sobras inevitáveis ocorrem e, eventualmente, são descartadas. Porém, algumas indústrias apresentam possibilidades de utilizar estas sobras para cortar itens futuros, desde que estas tenham dimensões significativas.

Muitos dos métodos de solução para os PCE buscam minimizar sobras, sendo que, nesses métodos, considera-se como sobra todo pedaço cortado que não seja um item demandado. Embora sobras baixas seja um objetivo desejado, a possibilidade de aproveitá-las para atender demandas futuras introduz uma nova condição na avaliação de uma solução. Assim, planejar padrões de corte que concentrem as sobras geradas é uma alternativa que aumenta as chances delas serem suficientemente grandes para voltarem ao estoque e serem melhores utilizadas no futuro.

O PCESA estudado Cherri (2009) consiste em resolver o PCE com o objetivo de minimizar a perda gerada. Para considerar o aproveitamento de sobras, os itens que compõem os padrões de corte podem ser rearranjados ou trocados, de modo a gerar retalhos para o estoque no lugar de determinadas perdas.

Para Cherri (2009), o problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis é definido como:

*Um conjunto de tipos de peças retangulares (itens) de dimensão (l_i, w_i) , em que l_i é o comprimento e w_i é a largura da peça i , $i = 1, \dots, m$, deve ser produzido a partir do corte de placas retangulares de dimensões (L_k, W_k) , em que L_k é o comprimento e W_k é a largura da placa k em estoque, $k = 1, \dots, K$, as quais podem ser de tamanhos padronizados (placas que são compradas de fornecedores) ou não-padronizados (placas que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as demandas dos itens e as quantidades disponíveis das placas. As demandas devem ser atendidas, cortando-se as placas disponíveis, de modo que as sobras sejam 'pequenas' (chamadas de **perda**) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de **retalhos**) para retornarem ao estoque, porém em número reduzido.*

Para o problema bidimensional, os dados para a classificação da sobra como *perda* ou *retalho* podem ser fornecidos pelo usuário com base em suas experiências. Entretanto, estes termos podem ser definidos de acordo com alguns critérios, os quais são tratados separadamente para placas padronizadas e não-padronizadas. Esta separação foi realizada pelo fato da sobra ser analisada por parâmetros e critérios diferentes para cada classe de placas (padronizadas e não-padronizadas).

Para uma melhor compreensão do problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis, considere o exemplo da Figura 1, no qual considera-se que toda sobra com dimensões superiores a (15×10) é um retalho que pode ser utilizado no atendimento de demandas futuras e as dimensões dos itens demandados são $(\ell_1 \times w_1) = (15 \times 25)$, $(\ell_2 \times w_2) = (21 \times 14)$, $(\ell_3 \times w_3) = (12 \times 13)$ e $(\ell_4 \times w_4) = (24 \times 21)$.

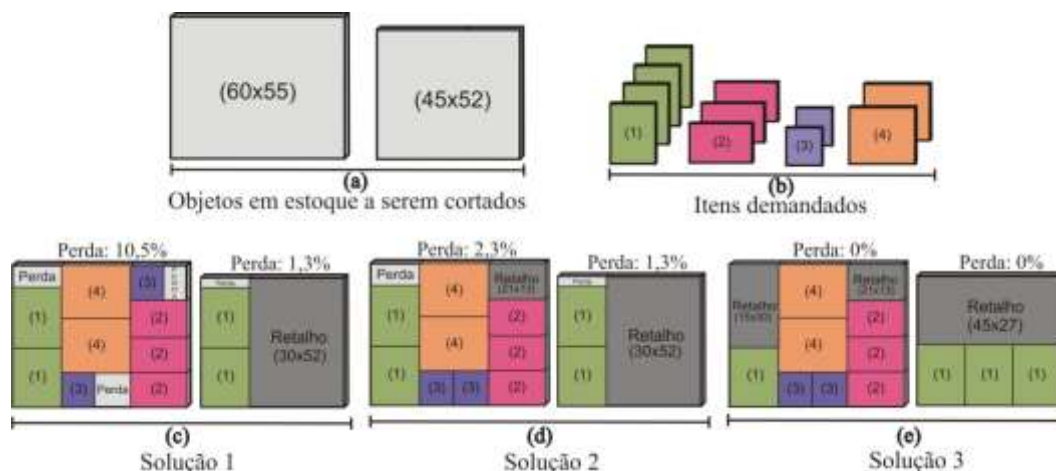


Figura 1: Dados de um problema de corte bidimensional e soluções alternativas.

Neste exemplo, os três possíveis padrões de corte são equivalentes se avaliarmos a função objetivo *sobra total* (soma das áreas das sobras nas placas cortadas). Entretanto, a Solução 2 (Fig. 1 - d) deve ser preferível à Solução 1 (Fig. 1 - c), uma vez que se trata de um rearranjo de itens dentro de um padrão de corte. Com relação a Solução 3 (Fig. 1 - e), obtida por desfazer parcialmente a Solução 2, observamos que a perda foi reduzida, porém, o número de retalhos aumentou, ou seja, esta solução adia o desperdício com a demanda atual, na expectativa de que demandas futuras possam ser mais bem adequadas aos retalhos gerados, reduzindo a perda total num horizonte de planejamento, além do período atual.

Considerando o estudo já realizado por Cherri (2009), neste trabalho, algumas questões subjacentes foram abordadas na busca de melhores soluções para o PCESA.

3. Métodos de solução para o problema de corte com sobras aproveitáveis

Nos problemas de corte com sobras aproveitáveis, uma perda é considerada *não tão pequena* desde que ela seja maior que uma *perda pequena*, porém, não grande o suficiente para ser um *retalho*. A Figura 2 ilustra esta classificação:



Figura 2: Classificação das sobras.

A partir desta classificação, métodos e procedimentos heurísticos foram desenvolvidos para resolver o problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis. As sobras

de material classificadas como *retalhos* não são contabilizadas como perdas e retornam ao estoque para atender futuras demandas. Os procedimentos desenvolvidos foram obtidos realizando modificações em métodos e procedimentos heurísticos clássicos, bem conhecidos na literatura para o problema de corte de estoque.

3.1 Métodos e procedimentos heurísticos para resolver o PCESA

Para resolver o problema de corte de estoque bidimensional com sobras aproveitáveis, Cherri (2009) alterou os padrões de corte gerados pela abordagem Grafo E/OU (Morabito, 1989) com a finalidade de evitar soluções com perdas elevadas. Para cada tipo de placa (padronizada ou não-padronizada) diferentes critérios foram estabelecidos para analisar as sobras geradas.

Sejam (L_k, W_k) as dimensões da placa k , $k = 1, \dots, K$, em estoque. Temos:

Retalhos e perdas em placas padronizadas

Seja (\bar{l}, \bar{w}) uma sobra na placa k ($k = 1, \dots, \bar{k}$) e $A_s = \bar{l}\bar{w}$ a área correspondente.

Retalho: Para definir um retalho em uma placa padronizada, utilizamos apenas um critério.

Se para um dado ϕ , $0 < \phi < 1$

$$\bar{l} \geq \phi L_k \text{ e } \bar{w} \geq \phi W_k \quad (1)$$

então a sobra (\bar{l}, \bar{w}) é um retalho.

Ao invés das dimensões mínimas para definir o retalho, dadas por ϕL_k e ϕW_k , podemos utilizar as dimensões do item de menor área, ou qualquer valor fornecido pelo usuário.

Perda: Dois critérios foram utilizados para definir uma perda aceitável (isto é, perda considerada pequena para ser descartada). O primeiro é baseado na área e o segunda em suas dimensões.

• Primeiro critério: Se ξ é tal que $0 < \xi < 1$ e

$$A_s < \xi L_k W_k \quad (2)$$

então a sobra (\bar{l}, \bar{w}) é uma perda aceitável.

O parâmetro ξ ($0 < \xi < 1$), é estimado considerando 2 casos:

$$\xi = \frac{\psi_k}{2^{prof}}, \text{ se } prof = 1, 2 \quad \text{ou} \quad \xi = \frac{\psi_k}{4}, \text{ se } prof > 2$$

em que *prof* é a profundidade de busca no Grafo E/OU e ψ_k , é a porcentagem de perda mínima admissível para cada placa k em estoque. O valor de ψ_k é determinado a partir da porcentagem de perda obtida da solução original do problema (sem o aproveitamento de sobras) para a placa k , considerando todos os itens demandados. Entretanto, se esta porcentagem for nula ou estiver muito próxima de zero, um valor arbitrário é estabelecido para ψ_k de modo que $0 < \psi_k < 1$, por exemplo, $\psi_k = \min\{l_i w_i, i = 1, \dots, m\} / L_k W_k$.

A análise da sobra pela profundidade da busca no Grafo E/OU foi limitada, pois, à medida que a profundidade da busca aumenta ($prof > 2$), os limites para a perda tornam-se muito pequenos e desta forma, bons padrões de corte poderiam ser rejeitados.

Se $A_s > \xi L_k W_k$, ou seja, a sobra tem uma área relativamente grande, verifica-se ainda suas dimensões.

- Segundo critério: Se para um dado ρ , $0 < \rho < 1$

$$\bar{l} \leq \rho L_k \text{ ou } \bar{w} \leq \rho W_k \quad (3)$$

então a sobra (\bar{l}, \bar{w}) é uma perda aceitável.

Se uma sobra não satisfaz o critério (1), que define um retalho, ou (2) e (3) que definem uma perda aceitável, então a sobra é considerada perda indesejável e o padrão de corte é alterado. Esta alteração será definida mais adiante no decorrer desta seção.

Retalhos e perdas em placas não-padronizadas (Retalhos em estoque)

As placas não-padronizadas k , $k = \bar{k} + 1, \dots, K$, em estoque (placas do tipo $\bar{k} + 1, \dots, K$ são retalhos e K é a quantidade total de tipos de placas padronizadas e não-padronizadas disponíveis no estoque) são tratadas de maneiras distintas e, portanto, foram divididas em dois grupos:

- placas não-padronizadas grandes k , $k = k+1, \dots, P$: placas com área maior ou igual a 50% da área da menor placa padronizada em estoque;
- placas não-padronizadas pequenas k , $k = P + 1, \dots, K$: placas com área inferior a 50% da área da menor placa padronizada em estoque.

Para as placas não-padronizadas k , $k = \bar{k} + 1, \dots, P$, ou seja, placas não-padronizadas grandes, utilizamos os mesmos critérios (1), (2) e (3) para a analisar a sobra e classificá-la como retalho, perda aceitável ou perda indesejável.

Para as placas não-padronizadas pequenas ($k = P + 1, \dots, K$), utilizamos apenas um critério para *definir perda ou retalho*.

Seja (\bar{l}_s, \bar{w}_s) dimensões estabelecidas a priori e, (\bar{l}, \bar{w}) uma sobra na placa k ($k = P + 1, \dots, K$). Se

$$\bar{l} \geq \bar{l}_s \text{ e } \bar{w} \geq \bar{w}_s \quad (4)$$

então a sobra (\bar{l}, \bar{w}) é um retalho, caso contrário, é uma perda aceitável.

As dimensões que classificam uma sobra como retalho é sempre a mesma para todas as placas não-padronizadas pequenas ($k = P + 1, \dots, K$) do estoque. Para estas placas, uma sobra não é classificada como *perda indesejável*.

Nas placas padronizadas e não-padronizadas grandes k , $k = 1, \dots, P$, sempre que uma sobra é classificada como perda indesejável, alterações são realizadas no padrão de corte de modo a gerar retalhos e reduzir a perda. Entretanto, além da perda mínima, a quantidade de retalhos que retorna ao estoque também deve ser reduzida, caso contrário, os padrões de corte poderiam ser gerados sem perdas, porém com uma grande quantidade de retalhos, tornando a solução operacionalmente inviável. Desta forma, os retalhos foram classificados em dois grupos: *retalho natural* e *retalho artificial*. O retalho natural satisfaz a condição (1) sem que alterações sejam realizadas no padrão de corte, enquanto que o retalho artificial, é gerado a partir de alterações realizadas nos padrões de corte até que (1) seja satisfeita.

Considerando esta classificação para os retalhos, admitimos que no máximo um retalho artificial pode ser gerado em cada padrão de corte. Porém, se o padrão de corte já possui pelo menos um retalho natural, então nenhum retalho artificial pode ser gerado, mesmo que as sobras resultantes não sejam aceitáveis, ou seja, com a imposição destas restrições, é possível que nem toda perda indesejável seja eliminada.

Esta classificação para o retalho é considerada apenas para as placas padronizadas e não-padronizadas grandes do estoque (placas k , $k = 1, \dots, P$). Para as placas não-padronizadas pequenas k , $k = P + 1, \dots, K$, conforme a restrição (4), as sobras nos padrões de corte são classificadas apenas como retalho natural ou perda aceitável, isto é, os padrões gerados para estas placas são aceitos sem que qualquer tipo de alteração seja realizada.

Para evitar perdas elevadas em um padrão que não possui retalhos naturais, selecionamos a perda indesejável com maior área e alteramos o nó final no Grafo E/OU que contém a perda selecionada. A Figura 3 a seguir ilustra as posições exatas em que as sobras são geradas e a estratégia utilizada para transformar uma perda indesejável (perda nas placas $k = 1, \dots, P$) em *retalho artificial*.

O nó final no Grafo E/OU é gerado por um padrão de corte homogêneo, ou seja, somente itens de um mesmo tipo compõem este nó.

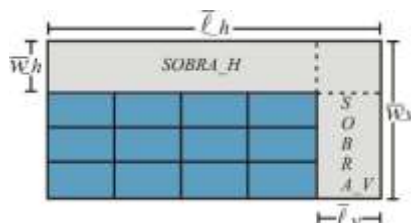


Figura 3: Localização das sobras em um nó final do Grafo E/OU.

Considerando esta análise nos nós finais gerados pelo Grafo E/OU, se a perda indesejável estiver localizada apenas na posição SOBRA_H, camadas de itens da posição horizontal são removidas (uma camada de cada vez) até que um retalho artificial seja gerado, ou seja, até que a condição (1) seja satisfeita, caso contrário, camadas de itens da posição vertical serão removidas. Entretanto, é possível que perdas indesejáveis estejam localizadas simultaneamente em SOBRA_H e SOBRA_V. Neste caso, camadas de itens devem ser retiradas (uma camada de cada vez) da posição (horizontal ou vertical) em que a perda indesejável apresenta maior área. Esta estratégia de seleção da perda indesejável foi adotada para evitar que muitos itens fossem retirados do nó final para obtermos um retalho artificial.

Esta técnica desenvolvida por Cherri (2009) para resolver o PCESA fornece soluções aceitáveis para o problema em um tempo razoável, entretanto, o valor do limitante inferior utilizado nas ramificações no Grafo E/OU é definido por padrões de corte homogêneos. As soluções obtidas por padrões de corte homogêneos exigem pouco esforço computacional, porém são soluções de baixa qualidade ('soluções fracas'). Se a qualidade da solução inicial (limitante inferior) for melhor, várias ramificações não promissoras podem ser evitadas, melhorando o tempo computacional utilizado para determinar uma solução para o Grafo E/OU. Desta forma, o cálculo do limitante inferior foi alterado pelo padrão de corte guilhotinado 2-estágios restrito (Vianna, 2000) que corresponde ao problema da mochila bidimensional. Este tipo de solução exige um esforço computacional maior, porém a qualidade da solução obtida é melhor, pois há uma combinação com todos os tipos de itens demandados. A Figura 4 ilustra um padrão de corte guilhotinado 2-estágios.

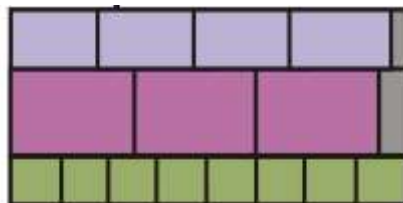


Figura 4: Padrão de corte dois estágios.

Além de ser utilizado para definir o valor do limitante inferior nas ramificações do Grafo E/OU, o padrão de corte 2-estágios também define o nó final que compõe o padrão de corte. Desta forma, toda a análise da sobra gerada em um padrão de corte foi realizada conforme descrito anteriormente.

Para controlar a quantidade de retalhos que retornam ao estoque durante o processo de corte, além das limitações impostas na geração dos padrões de corte, limitamos a frequência dos padrões que possuem retalhos, ou seja, padrões de corte com retalho são cortados com frequência

reduzida (definida de acordo com a quantidade de retalhos no padrão de corte), a menos que seja o último padrão do processo de corte.

Com estas modificações propostas, desenvolvemos o algoritmo Grafo E/OU_A, que considera o aproveitamento de sobras. Este algoritmo, utiliza o Grafo E/OU para gerar um padrão de corte para cada tipo de placa em estoque e, em seguida, analisa as sobras geradas em cada nó final. Se as sobras são classificadas como perda pequena ou retalho, o padrão de corte é aceito, caso contrário, modificações são realizadas no nó final com a finalidade de eliminar a perda indesejável de maior área. Com as alterações realizadas, o algoritmo Grafo E/OU_A pode ser utilizado em procedimentos heurísticos para encontrar a solução dos problemas de corte. A seguir, apresentamos duas heurísticas desenvolvidas: RAG_A^{2DE} e Gulosa_A^{2DE}.

Heurística RAG_A^{2DE}

A estrutura da heurística RAG_A^{2DE} é a mesma da heurística RAG_A – versão 2 de Cherri *et al.* (2009), apenas alterando-se a geração de colunas, que agora são associadas a padrões de corte bidimensionais guilhotinados, obtidos pela abordagem Grafo E/OU_A. Para priorizar o corte das placas não-padronizadas em relação as placas padronizadas, custos mais baixos foram associados a estas placas (placas $k = \bar{k} + 1, \dots, K$).

Além disso, nesta heurística, quando todos os padrões de corte estiverem gerados, uma análise em cada padrão é realizada na tentativa de melhorar a solução obtida. Nesta análise, a sobra total de cada padrão (perda + retalho) é comparada com a média das sobras obtidas dos padrões gerados pelo Grafo E/OU. Desta forma, os padrões de corte que apresentarem sobras superiores a sobra média das placas são desmontados e o problema residual formado por estes padrões de corte é resolvido pela Heurística Gulosa_A^{2DE}, descrita a seguir.

Heurística Gulosa_A^{2DE}

A heurística Gulosa_A^{2DE} é uma heurística de repetição exaustiva que possui a mesma estrutura da heurística Gulosa (Cherri *et al.*, 2009), entretanto, para considerar o aproveitamento de sobras, os padrões de corte são definidos pelo algoritmo Grafo E/OU_A. Além de considerar o aproveitamento de sobras, a heurística Gulosa_A^{2DE} também prioriza o uso das placas não-padronizadas disponíveis no estoque. Para isto, disponibilizamos inicialmente para o processo de corte as placas não-padronizadas pequenas (placas $k = P+1, \dots, K$). Quando todas estas placas tiverem sido cortadas, disponibilizamos as placas padronizadas e não-padronizadas grandes (placas $k = 1, \dots, P$) para o corte. Observe que, a princípio, é possível atender toda a demanda apenas com o corte das placas não-padronizadas pequenas. Até o momento, utilizamos esta heurística apenas para resolver o problema residual gerado pela heurística RAG_A^{2DE}.

Na Seção 4 a seguir, apresentamos os testes computacionais realizados utilizando os procedimentos heurísticos desenvolvidos para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis.

4. Resultados Computacionais

Para analisar o desempenho do procedimento proposto, dados reais foram utilizados e os resultados obtidos com a heurística RAG_A^{2DE} foram comparados com as soluções das Heurísticas RAG_A (Cherri 2009), TC (Rangel e Figueiredo, 2008) e com os resultados da empresa.

A Heurística RAG_A^{2D} apresenta a mesma estrutura que a heurística RAG_A^{2DE}, entretanto, os limitantes inferiores e os nós finais do Grafo E/OU_A são obtidos utilizando padrões de corte homogêneos. A heurística TC consiste em gerar padrões de corte a partir da combinação de

subpadrões tabuleiros. Padrões tabuleiros necessitam de pouco manuseio da placa e, portanto possuem baixo custo operacional, entretanto, podem apresentar altos índices de perda. Na heurística TC faixas são construídas pela combinação de itens ao longo do comprimento da placa. Em seguida, as faixas são combinadas formando subpadrões tabuleiros de diferentes larguras. Os subpadrões tabuleiros são então combinados ao longo da largura do placa para formar um *pool* de padrões de corte n-grupo ou padrões tabuleiro composto. O *pool* de padrões gerados a priori é então usado para resolver o problema de corte de estoque que garanta o atendimento da demanda. A qualidade dos padrões gerados pela heurística TC depende do procedimento usado na geração do subpadrão tabuleiro.

Os testes computacionais foram realizados com dados reais obtidos de uma indústria de móveis do Pólo Moveleiro de Votuporanga, São Paulo. Os móveis produzidos são fabricados com itens de diferentes espessuras (por exemplo 3, 9, 15, 18, 20 e 25 mm) e alta demanda. Todos as placas têm dimensão (2750 x 1830) exceto a placa de 15 mm cujas dimensões são (2750 x 1850).

Os resultados apresentados são associados à fabricação de três produtos (P1, P2 e P3). Como critério de otimização, a heurística TC utilizou a minimização do número total de placas, enquanto que as heurísticas de aproveitamento (RAG_A^{2D} e RAG_A^{2DE}) consideraram a minimização das perdas e a quantidade de retalhos que retornam ao estoque. Na Tabela 1, o valor NP representa o número de padrões de corte gerados para resolver o problema e NO é o número de placas utilizadas para atender a demanda dos itens. Nas heurísticas RAG_A^{2D} e RAG_A^{2DE} os retalhos gerados em cada classe de problemas foram inseridos nos problemas subsequentes de suas respectivas classes e não foram computados em NO.

Os valores atribuídos aos parâmetros utilizados pelo algoritmo Grafo E/OU_A para classificar as sobras geradas durante o processo de corte foram: $\psi_k = 0,05$ (o valor 0,05 é utilizado quando o valor de ψ_k obtido durante o processo de corte é nulo ou um valor muito próximo de zero), $\rho = 0,1$, $\phi = 0,25$ e $(\bar{l}_s, \bar{w}_s) = (500, 300)$ ou $(\bar{w}_s, \bar{l}_s) = (500, 300)$. Estes valores foram definidos considerando dados dos problemas a serem resolvidos, entretanto, outros valores poderiam ser utilizados.

Todos os procedimentos foram implementados na linguagem de programação Delphi 10. Os experimentos foram executados em um computador Core i7 (3.07 GHz x 8, 8 GB RAM).

Tabela 1: Resultados computacionais

	Empresa			Heurística TC			RAG_A^{2D}			RAG_A^{2DE}		
	NP	NO	Perda (%)	NP	NO	Perda (%)	NP	NO	Perda (%)	NP	NO	Perda (%)
P1-03	2	74	4,7	3	73	5,1	5	71	2,2	4	73	2,8
P1-12	2	24	0,9	3	24	1,0	3	23	0,3	3	24	0,2
P1-15	2	45,5	4,6	2	45	3,4	2	45	4,1	3	45	3,6
P2-03	2	124	5,5	2	124	5,5	7	123	5,5	8	124	5,1
P2-09	1	6,5	2,9	3	7	1,2	6	7	1,2	6	7	1,2
P2-12	6	46	1,3	8	45	0,3	13	45	0,5	14	47	0,3
P2-15	3	63,5	4,1	3	64	3,9	10	65	3,8	8	64	3,7
P3-03	7	134	6,3	9	133	5,7	16	138	5,5	12	135	5,3
P3-09	1	2	1,4	1	2	1,6	3	2	1,0	3	2	1,0
P3-12	2	10,5	2,9	2	10	1,8	5	10	2,1	3	11	1,5
P3-15	6	57	2,3	9	57	3,6	21	59	3,3	19	58	3,4
P3-20	8	32	2,5	10	30	2,7	17	31	2,8	14	32	2,2
P3-25	3	4,5	2,9	2	4	1,6	5	5	1,3	6	6	1,3

Comparando os resultados referentes às perdas obtidas, observamos que a heurística RAG_A^{2DE} apresentou perda menor que a solução da empresa e as heurísticas TC e RAG_A^{2D} em quase todos os problemas. Uma desvantagem da heurística RAG_A^{2DE} é a grande quantidade de padrões de corte gerados. Operacionalmente, o manuseio destes padrões tem alto custo para a empresa.

Como os padrões de corte gerados pela heurística TC são do tipo n-grupos, e a demanda dos itens é alta, o número de padrões é menor. Além disso, a heurística TC não gera retalhos, enquanto que a heurística RAG_A^{2DE} terminou o processo de corte com 9 retalhos e a heurística RAG_A^{2D} com 12 retalhos em estoque. Note que a indústria gera retalhos para cinco dos 13 problemas (P1-15, P2-09, P2-15, P3-12, P3-25), que são os valores não inteiros em NO. Quando o número de placas usadas é 45,5, por exemplo, a empresa utilizou apenas meia placa do estoque e o restante voltou ao estoque como retalho.

Outros testes computacionais estão sendo realizados para verificar o desempenho do procedimento desenvolvido. Nestes testes, períodos de tempo devem ser simulados sendo que, para cada período, novas demandas surgem e um novo problema é resolvido considerando informações do estoque e de retalhos gerados nos períodos anteriores.

5. Conclusões e Propostas Futuras

Neste trabalho abordamos o problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis estudado por Cherri (2009). Neste problema, a abordagem é orientada para a minimização das perdas e há possibilidade de retalhos retornarem para o estoque para atender demandas futuras. Desta forma, método e procedimentos heurísticos da literatura que têm como objetivo a minimização das perdas foram alterados para incluírem a possibilidade de geração de retalhos (sobras grandes), as quais não são contabilizadas como perdas.

A partir de testes computacionais preliminares realizados, observamos que a Heurística RAG_A^{2DE} desenvolvida para resolver o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis gera soluções perdas baixas quando comparada com as soluções de outros procedimentos da literatura e com as soluções da empresa. Uma desvantagem do procedimento RAG_A^{2DE} é a grande quantidade de padrões de corte gerados que operacionalmente apresenta um alto custo para a empresa.

Como proposta de trabalho, vários outros testes computacionais serão realizados. Pretende-se também utilizar padrões de corte tabuleiro para gerar o limitante inferior para o Grafo E/OU. Além disso, pretendemos utilizar um gerador aleatório de exemplos, baseado em um trabalho da literatura (Cherri et al. (2013)). Neste gerador, sucessivos problemas são resolvidos em um horizonte de tempo. Para cada período, novas demandas surgem e um novo problema é resolvido considerando informações do estoque e de retalhos gerados nos períodos anteriores.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da FAPESP e CNPq.

Referências bibliográficas

Abuabara, A., Morabito, R. (2009), Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. *Annals of Operations Research*, 149: 149-165.

- Andrade R., Birgin E. G., Morabito R.** (2013), Two-stage two-dimensional guillotine cutting problems with usable leftovers. Available in:
<http://www.ime.usp.br/~egbirgin/publications/abmro.pdf>.
- Brown, A. R.** (1971), Optimum packing and depletion. London: Macdonald and New York: American Elsevier, 107p.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N., Yanasse, H. H.** (2009), The one dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach. *European Journal of Operations Research*, 196: 897-908.
- Cherri, A., C.** (2009), Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis. *Tese de doutorado*. ICMC – USP – São Carlos.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N., Yanasse, H. H.** (2013), The usable leftover one-dimensional cutting stock problem – a priority-in-use heuristic. *International Transactions in Operational Research*, 20: 189–199.
- Chu, C., Antonio, J.** (1999), Approximation algorithms to solve real-life multicriteria cutting stock problems. *Operations Research*, 47: 495-508.
- Cui, Y., Yang, Y.** (2010), A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204: 245-250.
- Gradisar, M., Jesenko, J., Resinovic, C.** (1997), Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computers & Operational Research*, 10: 945-953.
- Gilmore, P. C., Gomory, R. E.** (1963), A linear programming approach to the cutting stock problem – Part II. *Operations Research*, 11: 863-888.
- Kos, L., Duhovnik, J.** (2002), Cutting optimization with variable-sized stock and inventory status data. *International Journal of Production Research*, 40: 2289-2301.
- Morabito, R.** (1989), Corte de Estoque Bidimensional. *Dissertação de Mestrado*. ICMC – USP, São Carlos.
- Poldi, K. C., Arenales, M. N.** (2009), Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths. *Computers and Operations Research*, 36: 2074-2081.
- Rangel S., Figueiredo A. G.** (2008), O problema de corte de estoque em indústrias de móveis de pequeno e médio portes. *Pesquisa Operacional*, 28: 451 – 472.
- Sinuany-Stern, Z., Weiner I.** (1994), The One Dimensional Cutting Stock Problem Using Two Objectives. *Journal of Operations Research Society*, 45: 231-236.
- Scheithauer, G.** (1991), A note on handling residual length. *Optimization*, 22: 461-466.
- Vianna, A. C. G.** (2000), Problema de Corte e Empacotamento: uma Abordagem em Grafo E/OU. *Teses de Doutorado*. ICMC – USP, São Carlos.