

# FLUXO DE CARGA NÃO – ITERATIVO PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS E MALHADOS

#### **Elson Bastista Puger**

elsonpuger@gmail.com

Marlon Borges Correia de Oliveira marlonbco@aluno.feis.unesp.br

## **Marcos Julio Rider Flores**

mjrider@dee.feis.unesp.br

Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Ilha Solteira Avenida Brasil, 56 – Centro 15.385-000 ILHA SOLTEIRA, SP, BRASIL

## RESUMO

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um fluxo de carga não – iterativo para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição de energia elétrica radial e/ou fracamente malhado utilizando um sistema de equações lineares. O motivo do desenvolvimento deste trabalho é encontrar uma formulação linear, robusta e eficiente para os problemas de otimização da engenharia elétrica. A eficiência e robustez da metodologia proposta são comparadas com os fluxos de cargas consagrados na literatura especializada usando os sistemas testes de 33, 136, 400 e 417 nós.

# PALAVARAS CHAVE. Fluxo de Carga Não – Iterativo, Sistema de Equações Lineares, Sistema de Distribuição de Energia Elétrica.

**EN-PO** na área de energia

## ABSTRACT

In this paper presents the development of a non – iterative load flow to calculate the steady-state operation point of the radial/meshed electrical distribution system using a linear equations system. The reason for the development of this paper is to find a robust and efficient linear formulation for optimization problems in electrical engineering. The efficiency and robustness of the proposed method are compared with the load flows established in the literature using the test systems of 33, 136, 400 and 417 nodes.

**KEYWORDS.** Non – iterative load flow. Linear equation systems, Electric Distribution System.

**EN-PO** na área de energia



### 1. Introdução

Neste trabalho foi desenvolvido um fluxo de carga não-iterativo para calcular o ponto de operação de sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) radiais ou malhados utilizando três sistemas de equações lineares. Este trabalho se baseia na publicação feita por Franco, J. F. et al. (2011). No fluxo de carga proposto, as equações de injeção de corrente do (SDEE), foram modeladas através de aproximações lineares. Estas aproximações lineares foram realizadas utilizando o método de mínimos quadrados, em termos das partes real e imaginária da tensão, obtendo os coeficientes lineares. O objetivo principal deste trabalho é mostrar que o método proposto é eficiente para SDEE com topologia radial ou malhada utilizando para ambos os casos as mesmas equações lineares que determina o ponto de operação do sistema. Para comprovar a eficiência e robustez do fluxo de carga proposto, o mesmo foi comparado com um fluxo de carga radial de varredura de Shirmohammadi (SH) para sistemas radiais e com o método iterativo de Newton-Raphson (NR) para sistemas malhados. Com os sistemas testes, o método proposto obteve resultados com a mesma precisão dos métodos existente na literatura. O método proposto possui uma vantagem se comparado com os métodos de varredura de Shirmohammadi e com o metodo iterativo de de Newton-Raphson, por ser não iterativo. A seguir foi realizado uma pequena revisão sobre o fluxo de carga encontrados na literatura especializada.

Em 1988 foi proposto por Shirmohammadi et al., (1988) um novo método de fluxo de potência para resolver problemas de redes de distribuição radias ou fracamente malhadas, usando as formulações básicas das leis de Kirchhoff. Destacando ainda que este método pode ser aplicado para a solução de redes com configurações trifásicas e monofásicas. O método é bastante utilizado para sistemas de distribuição radiais por sua fácil implementação, eficiência e robustez. Em 1990 Cespedes R., (1990) propôs um novo método para a solução do fluxo de carga em redes de distribuição que estão operando radialmente. O método é baseado em um equivalente elétrico e na eliminação do ângulo de fase de tensão a partir das equações que podem ser resolvidas para obter a solução exata do problema, trabalhado apenas com a magnitude da tensão. Goswani, S. K. et al, (1992) propôs um fluxo de carga baseado em um algoritmo heurístico para determinar a configuração das redes de distribuição radiais com mínimas perdas. O algoritmo está fundamentado no conceito padrão de fluxo ótimo, que é determinado pela solução das leis de tensão e de corrente de Kirchhoff (LVK e LCK, respectivamente). Este algoritmo baseia-se em um método simples e flexível de fluxo de carga que foi desenvolvido pelos próprios autores.

O método de Newton – Raphson (NR) e suas versões desacopladas apresentam um bom desempenho e são utilizados na análise de sistemas de energia elétrica. O método de NR, geralmente obtém o estado de operação da rede após poucas iterações, para a maioria dos casos. As versões desacopladas permitem dividir o problema em dois subproblemas, facilitando o processo de resolução e utilizando matrizes constantes, que diminuem consideravelmente o esforço computacional da resolução do problema. Uma desvantagem do NR completo consiste em ter que calcular e inverter para cada iteração a matriz Jacobiana, que é aproximadamente duas vezes o tamanho da matriz de admitância. Para desenvolver o método de Newton para sistemas elétricos são tomados como base equações de potências nodais para os 'N' nós da rede, que resultaram da aplicação das leis de Kirchhoff (Haffiner, S., 2008).

Em Franco, J. F. et al, (2011) foi apresentado um modelo de fluxo de potência não iterativo e linear para calcular o ponto de operação do SDEE com geração distribuída. Os autores fixaram o ângulo de fase em um intervalo para todos os sistemas teste e os resultados obtidos contêm erros percentuais comparados com os fluxos de carga utilizados na literatura.

## 2. Fluxo de Potência

Neste trabalho serão apresentados os procedimentos necessários para calcular o estado em regime permanente de um SDEE tais como, análise da variação do ângulo de fase, equações que descrevem o estado de operação do SDEE. Será apresentada uma breve introdução sobre o método de mínimos quadrados o qual auxiliará a fazer uma aproximação linear permitindo assim usar somente as equações lineares, facilitando o cálculo do fluxo de carga.



## 2.1. Análise da variação do ângulo de fase em um Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

Nesta subseção é calculado o ângulo de fase máximo e mínimo, considerando as condições típicas de operações do sistema. Entre as principais características existentes nos sistemas de distribuição de energia elétrica, podem-se destacar as seguintes:

- a) Topologia radial dos alimentadores;
- b) Circuitos de diferentes longitudes;
- c) Alta relação R/X quando comparados com valores típicos encontrados nos sistemas de transmissão;
- d) As cargas são estimuladas economicamente para corrigir o seu fator de potência dentro de faixas normalizadas;
- e) Garantir que a magnitude de tensão esteja dentro de seus limites permitidos.

Levando em conta as três ultimas características citadas acima, pode ser mostrado que os ângulos de fase em todos os nós de um SDEE são pequenos. Considerando uma carga com uma demanda de potência ativa e reativa  $P_{Dj}$  e  $Q_{Dj}$  no nó j, que está sendo alimentado por um circuito entre os nós i e j, com uma impedância  $R_{ij} + jX_{ij}$  e sendo i o nó de referência. Assim pode-se deduzir todo um equacionamento que torne possível calcular analiticamente a magnitude da tensão  $|V_i|$  e o ângulo de fase  $\theta_i$  para um SDEE de dois nós, como mostra a Figura 1.





A magnitude de tensão e o ângulo de fase podem ser obtidos usando as equações (1) e (2) disponíveis em Cespedes R., (1990):

$$V_{j}^{4} + [2(P_{Dj}R_{ij} + Q_{Dj}X_{ij}) - V_{i}^{2}]V_{j}^{2} + (P_{Dj}^{2} + Q_{Dj}^{2})(R_{ij}^{2} + X_{ij}^{2}) = 0$$
(1)

$$\operatorname{sen} \theta_{ij} = \frac{P_{Dj} X_{ij} - Q_{Dj} R_{ij}}{V_i V_j}$$
<sup>(2)</sup>

Assim as equações (1) e (2) podem ser reescritas em função do fator  $P_{Dj}X_{ij}$ , a relação  $R_{ij}/X_{ij}$  e o ângulo  $\phi_j$  associado com o fator de potência de carga no nó *j*,  $\tan \phi_j = Q_{Dj} / P_{Dj}$ , como mostrado em (3) e (4).

$$(P_{Dj}X_{ij})^{2}\left(1+\left(\frac{R_{ij}}{X_{ij}}\right)^{2}\right)\sec^{2}\left(\phi_{j}\right)+2(\vec{V}_{j})^{2}(P_{Dj}X_{ij})\left(\frac{R_{ij}}{X_{ij}}+\tan(\phi_{j})\right)+\left(\vec{V}_{j}^{4}-(\vec{V}_{i})^{2}(\vec{V}_{j})^{2}\right)=0$$
(3)

$$\theta_{j} = \theta_{i} - \arcsin\left((P_{Dj}X_{ij})\frac{1 - \frac{R_{ij}}{X_{ij}}\tan\phi_{j}}{V_{i}V_{j}}\right)$$
(4)

Nota-se que o ângulo  $\theta_j$  é proporcional ao carregamento e aos parâmetros elétricos dos circuitos sendo representado pelo fator  $P_{Dj}X_{ij}$ . Como o ângulo  $\theta_j$  depende do fator  $P_{Dj}X_{ij}$ , então a partir da equação (3) é possível encontrar o valor de  $P_{Dj}X_{ij}$ , resolvendo um polinômio de grau



dois. Como é conhecido o valor do fator de potência  $(\cos \phi_i)$ , tensão máxima e mínima, a relação  $R_{ii}/X_{ii}$  e, com os dados fornecidos pelo sistema, utilizando a equação (4), pode-se calcular o ângulo  $\theta$  no nó j. Considerando o ângulo inicial igual a zero, a tensão máxima 1 p.u. e tensão mínima 0,9 p.u., a relação  $R_{ii}/X_{ii}$  pertencendo ao intervalo de [0,50; 3,00] e o fator de potência da carga pertencendo ao intervalo de [0,80; 0,95] como descrito em Franco, J. F et al (2011). A Figura 2 mostra os valores para  $\theta_i$  obtidos usando as equações (3) e (4).



**Figura 2** - Comportamento do ângulo  $\theta_i$ 

A Figura 2 mostra que, mesmo assumindo a pior condição de operação para o SDEE, ou seja, o valor inicial máximo e mínimo para a tensão no nó j e uma relação  $R_{ij}/X_{ij}$  elevada, a variação do ângulo  $\theta_i$  continua pequena, variando em um intervalo de -6º a 2º graus.

## 2.2. Equações Utilizadas para Descrever o Estado de Operação em Regime Permanente de um SDEE

A equação (5) define a queda de tensão no circuito *ij* como mostra a figura (3).

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij} (R_{ij} + jX_{ij}) \qquad \forall_{ij} \in \Omega_L$$
(5)

Em que  $\vec{V}_i$  é o fasor de tensão no nó *i* e  $\vec{I}_{ij}$  é o fasor do fluxo de corrente no circuito *ij*,  $R_{ij}$  e  $X_{ij}$  é a resistência e a reatância do circuito ij, respectivamente,  $\Omega_l$  representa todos os conjuntos dos ramos.



Figura 3 - Exemplo ilustrativo para descrever o estado de operação de SDEE

Ao separar a equação (5) em duas partes, real e imaginária é possível encontrar outras duas equações (6) e (7):

$$V_i^{re} - V_j^{re} = I_{ij}^{re} R_{ij} - I_{ij}^{im} X_{ij} \qquad \forall_{ij} \in \Omega_l$$
(6)

Natal/RN



$$V_i^{im} - V_j^{im} = I_{ij}^{re} X_{ij} + I_{ij}^{im} R_{ij} \qquad \forall_{ij} \in \Omega_l$$

$$\tag{7}$$

Define que  $V_i^{re} \in V_i^{im}$  são as partes real e imaginária de  $\vec{V}_i$ ,  $I_{ij}^{re} \in I_{ij}^{im}$  são as partes real e imaginária da corrente  $\vec{I}_{ij}$  do circuito *ij*. A partir da Figura 3, podem-se determinar as principais equações de equilíbrio da corrente como mostram (8) e (9).

$$\sum_{ki\in\Omega_l} I_{ki}^{re} - \sum_{ij\in\Omega_l} I_{ij}^{re} + I_{Gi}^{re} = I_{Di}^{re} \quad \forall i \in \Omega_b$$
(8)

$$\sum_{ki\in\Omega_l} I_{ki}^{im} - \sum_{ij\in\Omega_l} I_{ij}^{im} + I_{Gi}^{im} = I_{Di}^{im} \quad \forall i\in\Omega_b$$
(9)

Em que  $\Omega_b$  representa o conjunto dos nós,  $I_{Di}^{re} \in I_{Di}^{im}$  são as partes, real e imaginária da demanda da corrente no nó  $i \in I_{Si}^{re}$ ,  $I_{Si}^{im}$  são as partes real e imaginária da corrente do gerador no nó i. Se for considerada uma carga do tipo constante para os valores da demanda de potência ativa e reativa,  $P_{Di} + jQ_{Di}$ , tem-se que a corrente exigida pela carga no nó i, é uma função da demanda de potência ativa e reativa no nó i que é representada por  $P_{Di}$ ,  $Q_{Di}$  e  $\vec{V_i}$  como é mostrado em (10).

$$\vec{I}_{Di} = \left(\frac{P_{Di} + jQ_{Di}}{\vec{V}_i}\right)^* \qquad \forall i \in \Omega_b$$
(10)

Na equação (10) temos  $\vec{V_i}$  que é a magnitude da tensão no nó *i*. Quando (10) é dividida em parte real e imaginária obtém outras duas equações (11) e (12). Se for conhecida a magnitude da tensão no nó da subestação, a solução do sistema de equações não lineares (6)-(9), (11) e (12) representa o estado de operação de um SDEE e geralmente é utilizada nos métodos iterativos do Fluxo de Carga (FC) de varredura. Observe que estas equações são válidas tanto para SDEE radial e/ou malhados em geral.

$$I_{Di}^{re} = \frac{P_{Di}V_{i}^{re} + Q_{Di}V_{i}^{im}}{V_{i}^{re^{2}} + V_{i}^{im^{2}}} \qquad \forall i \in \Omega_{b}$$
(11)

$$I_{Di}^{im} = \frac{P_{Di}V_{i}^{im} - Q_{Di}V_{i}^{re}}{V_{i}^{re^{2}} + V_{i}^{im^{2}}} \qquad \forall i \in \Omega_{b}$$
(12)

#### 2.3. Linearização

Observe que as equações (6)-(9), são lineares, porém (11)-(12) são não lineares, consequentemente se pode fazer uma aproximação de (11) e (12) usando expressões lineares como mostradas em (13), (14).

$$I_{Di}^{re} = a_i V_i^{re} + b_i V_i^{im} + c_i \qquad \forall i \in \Omega_b$$
<sup>(13)</sup>

$$I_{Di}^{im} = d_i V_i^{re} + e_i V_i^{im} + f_i \qquad \forall i \in \Omega_b$$
(14)

Onde  $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$  são coeficientes que dependem diretamente da demanda de potência ativa e reativa dada por  $P_{Di}, Q_{Di}$ , e da tensão  $\vec{V}_i$ , assim, são calculados para cada nó *i* usando o método dos mínimos quadrados. Desta forma aproximam-se as equações (11) e (12) para (13) e (14), levando em conta o limite da variação da magnitude de tensão e o ângulo de fase da tensão  $\vec{V}_i$  no nó *i*.



#### 2.3.1. Métodos de Mínimos Quadrados

Este método é uma técnica de otimização matemática que tem como objetivo principal, encontrar um melhor ajuste para um conjunto de dados, ou seja, minimizar a soma dos quadrados da diferença entre a curva ajustada e os dados conhecidos (Ruggiero, M. A. G. et al, 2011). Dado um conjunto de pontos conhecidos  $(x_k, y_k)$ ,  $f(x_k, y_k)$ , com k = 0,1,2,...,m, pretende-se determinar uma função  $\varphi(x, y)$  de tal forma que o desvio em cada ponto k seja definido pela equação (15).

$$d_k = (x_k, y_k) - \varphi(x_k, y_k)$$
(15)

Sendo  $d_k$  o menor desvio possível, onde  $\varphi$  é uma combinação linear de funções contínuas  $g_i(x_k, y_k)$ , i = 1, 2, ..., n escolhidas de acordo com os dados do problema, onde  $(x_k, y_k)$  é o ajuste linear da função e  $\varphi: R^2 \to R$  temos:

$$\varphi(x_k, y_k) = \alpha_1 g_1(x_k, y_k) + \alpha_2 g_2(x_k, y_k) + \dots + \alpha_n g_n(x_k, y_k)$$
(16)

Visto que o método dos mínimos quadrados consiste em determinar os valores dos  $\alpha_i$  de tal forma que a soma dos quadrados dos desvios sejam mínimos, ou seja, encontrar valores para  $\alpha_i$  que minimize a função (17).

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{k=1}^{m} \left[ f(x_k, y_k) - \varphi(x_k, y_k) \right]^2$$
(17)

Utilizando a equação (16) substitui-se  $\varphi(x_k, y_k)$  na equação (17) obtendo a equação (18):

$$F(\alpha_{1},\alpha_{2},...,\alpha_{n}) = \sum_{k=1}^{m} \left[ f(x_{k},y_{k}) - \alpha_{1}g_{1}(x_{k},y_{k}) + \alpha_{2}g_{2}(x_{k},y_{k}) + ... + \alpha_{n}g_{n}(x_{k},y_{k}) \right]^{2} = 0$$
(18)

Usando as derivadas parciais e derivando a equação (18) em função dos  $\alpha_i$ , pode-se determinar o ponto de mínimo de  $F(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ . Ou seja, encontrar seus pontos críticos que neste caso é determinar os valores de  $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$  tais que:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_i}\Big|_{(\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)} = 0 \quad \text{com} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{19}$$

Calculando estas derivadas parciais para cada valor que pertence ao seguinte intervalo i=1,2,...,n, obtém-se um sistema linear com *n* equações e *n* incógnitas que pode ser escrito na forma matricial  $A\alpha = b$ .

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{m} g_1(x_k, y_k) g_1(x_k, y_k) & \cdots & \sum_{k=1}^{m} g_1(x_k, y_k) g_n(x_k, y_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{k=1}^{m} g_n(x_k, y_k) g_1(x_k, y_k) & \cdots & \sum_{k=1}^{m} g_n(x_k, y_k) g_n(x_k, y_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{m} f(x_k, y_k) g_1(x_k, y_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{m} f(x_k, y_k) g_n(x_k, y_k) \end{bmatrix}$$
(20)

O objetivo principal nesta subseção é mostrar a ideia principal do método dos mínimos quadrados, para realizar uma aproximação linear das equações (11) e (12). Para o presente trabalho, foi considerado o caso discreto do método de mínimos quadrados, além disso, podem ser usadas outras técnicas para aproximar uma função não linear em uma equivalente linear. A técnica a ser utilizada fica a critério do pesquisador em escolher qual é a mais adequada para desenvolver sua pesquisa. No presente trabalho a técnica utilizada demonstrou eficiência e precisão nos resultados obtidos.



#### 2.4. Exemplo Ilustrativo para o Cálculo da Operação em Regime Permanente de um SDEE

Utilizando os coeficientes lineares e tomando como base a Figura 1, será apresentado o sistema linear para o cálculo do ponto de operação deste sistema utilizando as equações deduzidas acima. Utilizando as equações (6) - (9), (13) e (14), obtém um conjunto de equações lineares que passa a representar este exemplo, o qual é mostrado em (21).

$$\begin{cases} V_{1}^{re} - V_{2}^{re} = I_{12}^{re} R_{12} - I_{12}^{im} X_{12} \\ V_{1}^{im} - V_{2}^{im} = I_{12}^{re} X_{12} + I_{12}^{im} R_{12} \\ -I_{12}^{re} + I_{G1}^{re} = 0 \\ -I_{12}^{im} + I_{G1}^{im} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} = 0 \\ I_{12}^{ie} - I_{D2}^{re} = 0 \\ I_{12}^{ie} - I_{D2}^{ie} = 0 \\ I_{12}^{re} - I_{D2}^{ie} = 0 \\ I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} + e_{1} V_{2}^{im} + c_{1} \\ I_{D2}^{im} = d_{1} V_{2}^{re} + e_{1} V_{2}^{im} + f_{1} \end{cases}$$

$$(21)$$

Como o sistema (21) possui n equações e n incógnita, então é possível reescrevê-lo como sendo um sistema que contém um vetor de incógnitas, um vetor do lado direito e uma matriz de coeficientes como mostrado em (22).

$$\begin{cases}
-V_{2}^{re} - I_{12}^{re} R_{12} + I_{12}^{im} X_{12} = -V_{1}^{re} \\
-V_{2}^{im} - I_{12}^{re} X_{12} - I_{12}^{im} R_{12} = -V_{1}^{im} \\
-I_{12}^{re} + I_{G1}^{re} = 0 \\
-I_{12}^{im} + I_{G1}^{im} = 0
\end{cases}$$
(22)  

$$I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} = 0 \\
I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} = 0 \\
I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} = 0 \\
I_{D2}^{re} - a_{1}V_{2}^{re} - b_{1}V_{2}^{im} = c_{1} \\
I_{D2}^{im} - d_{1}V_{2}^{re} - e_{1}V_{2}^{im} = f_{1}
\end{cases}$$

Resolver o sistema (22) de forma matricial Ax = b, é uma forma de reduzir o tempo usado para resolver um sistema com mais de uma variável. O objetivo é estender este sistema para obter as soluções de sistemas maiores, desta forma, a maneira mais eficiente de resolver este sistema é utilizar matrizes. Tendo em conta que o número de variáveis depende diretamente da quantidade de nós existentes no SDEE. O sistema (22) encontra o ponto de operação do SDEE e pode ser observado que todas as equações são lineares. No entanto o sistema (22) possui um erro percentual comparado com aos fluxos de carga convencionais, por causa da linearização e por fornecer os limites extremos do ângulo máximo e mínimo e tensão mínima. Logo, para diminuir este erro percentual, será utilizado um sistema de equações para calcular a magnitude de tensão mínima e o ângulo máximo e mínimo de fase.

# 2.5. Estimação da Magnitude de Tensão Mínima e do Ângulo Máximo e Mínimo de Fase de um SDEE

O ângulo máximo e mínimo de 2 a -6 graus foram obtidos considerando a pior condição de operação para um SDEE. Uma estimativa mais precisa do ângulo máximo e mínimo de fase do SDEE, permite obter resultados mais precisos do estado de operação do sistema quando comparados com um FC de varredura.



Uma das formas de conhecer o ângulo de fase máximo e mínimo de um SDEE é utilizar o conhecimento do próprio operador do sistema o qual se baseia nas características elétricas dos circuitos e no comportamento da carga. Outra forma de estimar os ângulos de fase do SDEE é resolvendo as equações (6)-(9), (23) e (24), considerando uma tensão mínima para o sistema. Este valor pode ser aleatório ficando a critério do pesquisador; para este caso, foi considerada uma tensão mínima de V = 0.9 p.u. para todos os nós do sistema.

$$I_{Di}^{re} = P_{Di} / \underline{V} \qquad \forall i \in \Omega_b$$
(23)

$$I_{Di}^{im} = -Q_{Di}/\underline{V} \qquad \forall i \in \Omega_b$$
<sup>(24)</sup>

Resolvendo o sistema (25) matricialmente são obtidos o ângulo máximo e mínimo e a magnitude de tensão mínima.

$$\begin{cases} -V_{2}^{re} - I_{12}^{re} R_{12} + I_{12}^{im} X_{12} = -V_{1}^{re} \\ -V_{2}^{im} - I_{12}^{re} X_{12} - I_{12}^{im} R_{12} = -V_{1}^{im} \\ -I_{12}^{re} + I_{G1}^{re} = 0 \\ -I_{12}^{im} + I_{G1}^{im} = 0 \\ I_{12}^{re} = I_{D2}^{re} \\ I_{12}^{im} = I_{D2}^{im} \\ I_{D2}^{re} - P_{D2}/\underline{V} = 0 \\ I_{D2}^{im} + Q_{D2}/\underline{V} = 0 \end{cases}$$

$$(25)$$

Com os valores da variação angular e a tensão mínima são calculados todos os coeficientes de linearização, e utilizando as equações (6) - (9), (13) e (14), calcula-se o ponto de operação do sistema. Os resultados utilizando esta estratégia ainda possui um erro percentual comparado com um FC de Shirmohammadi, por causa da linearização. Por este motivo, será realizada uma fase de correção para levar o erro percentual a zero.

#### 2.6. Fase de Correção

Se for conhecida uma solução do sistema de equações lineares (6) – (9), (13) e (14) é possível melhorar os resultados obtidos realizando uma fase de correção em função da linearização das equações (11) e (12) a partir do último ponto de operação. Para a fase de correção foram substituídas as equações (13) e (14) pelas equações (26) e (27). Tem-se que as derivadas parciais das equações (11) e (12) em função de  $V_i^{re}$  e  $V_i^{im}$  são calculadas usando o ponto atual de operação do sistema, o qual foi obtido na solução do sistema de equações lineares (6) – (9), (13) e (14).

$$I_{Di}^{re} = \frac{\partial I_{Di}^{re}}{\partial V_{i}^{re}} V_{i}^{re} + \frac{\partial I_{Di}^{re}}{\partial V_{i}^{im}} V_{i}^{im} + \left[ \frac{P_{Di}(V_{i}^{re})^{*} + Q_{Di}(V_{i}^{im})^{*}}{(V_{i}^{re})^{*2} + (V_{i}^{im})^{*2}} - \frac{\partial I_{Di}^{re}}{\partial V_{i}^{re}} (V_{i}^{re})^{*} - \frac{\partial I_{Di}^{re}}{\partial V_{i}^{im}} (V_{i}^{im})^{*} \right] \quad \forall i \in \Omega_{b}$$
(26)

$$I_{Di}^{im} = \frac{\partial I_{Di}^{im}}{\partial V_{i}^{re}} V_{i}^{re} + \frac{\partial I_{Di}^{im}}{\partial V_{i}^{im}} V_{i}^{im} + \left[ \frac{P_{Di} (V_{i}^{im})^{*} - Q_{Di} (V_{i}^{re})^{*}}{(V_{i}^{re})^{*2} + (V_{i}^{im})^{*2}} - \frac{\partial I_{Di}^{im}}{\partial V_{i}^{re}} (V_{i}^{re})^{*} - \frac{\partial I_{Di}^{im}}{\partial V_{i}^{im}} (V_{i}^{im})^{*} \right] \quad \forall i \in \Omega_{b}$$
(27)

Os coeficientes das equações (26) e (27), serão chamados de "coeficientes de correção". Resolvendo um novo sistema de equações lineares obtidos a partir de (6) - (9), (26) e (27), encontra-se um novo ponto de operação do SDEE. Nota-se que é possível utilizar mais de uma vez a fase de correção na tentativa de melhorar a precisão dos resultados caso seja necessário. Porém, neste trabalho os resultados desejáveis foram atingidos utilizando uma única fez à fase de correção evitando assim um maior esforço computacional.

Dado um ponto de operação do SDEE, será utilizado o sistema de equações (6) - (9), (26) e (27), para obter uma correção do ponto de operação atual.



$$\begin{cases} -V_{2}^{re} - I_{12}^{re} R_{12} + I_{12}^{im} X_{12} = -V_{1}^{re} \\ -V_{2}^{im} - I_{12}^{re} X_{12} - I_{12}^{im} R_{12} = -V_{1}^{im} \\ -I_{12}^{re} + I_{G1}^{re} = 0 \\ -I_{12}^{im} + I_{G1}^{im} = 0 \\ I_{12}^{re} - I_{D2}^{re} = 0 \\ I_{12}^{im} - I_{D2}^{im} = 0 \\ I_{12}^{im} = \frac{\partial I_{D2}^{re}}{\partial V_{2}^{re}} V_{2}^{re} + \frac{\partial I_{D2}^{re}}{\partial V_{2}^{im}} V_{2}^{im} + \left[ \frac{P_{D2} V_{2}^{re^{*}} + Q_{D2} V_{2}^{im^{*}}}{V_{2}^{re^{*}2} + V_{2}^{im^{*}2}} - \frac{\partial I_{D2}^{re}}{\partial V_{2}^{re}} V_{2}^{re^{*}} - \frac{\partial I_{D2}^{re}}{\partial V_{2}^{im}} V_{2}^{im^{*}} \right] \\ I_{D2}^{im} = \frac{\partial I_{D2}^{im}}{\partial V_{2}^{re}} V_{2}^{re} + \frac{\partial I_{D2}^{im}}{\partial V_{2}^{im}} V_{2}^{im} + \left[ \frac{P_{D2} V_{2}^{im^{*}} - Q_{D2} V_{2}^{re^{*}}}{V_{2}^{re^{*}2} + V_{2}^{im^{*}2}} - \frac{\partial I_{D2}^{im}}{\partial V_{2}^{im}} V_{2}^{im^{*}} - \frac{\partial I_{D2}^{im}}{\partial V_{2}^{im}} V_{2}^{im^{*}} \right] \\ \end{cases}$$

Dado o ponto de operação e resolvendo o sistema de equações lineares mostrado em (28), é obtido novos coeficientes, e realizando o cálculo do ponto de operação obteve um erro percentual igual à zero demonstrando a eficiência da fase de correção. Mais não se pode afirmar que para qualquer SDEE utilizando a metodologia apresentada e aplicando uma única vez a fase de correção será encontrada um erro percentual igual à zero.

#### 2.7. Algoritmo da Metodologia Proposta

A metodologia apresentada foi dividida em três subseções, as quais são 2.4, 2.5 e 2.6. Na subseção 2.4 foi apresentado um sistema de equações para o cálculo do ponto de operação do SDEE. Em 2.5 é realizado o cálculo da tensão mínima e ângulo de fase máximo e mínimo. Em 2.6 foi formulada uma fase de correção para calcular novamente os coeficientes do sistema. Com a apresentação das três subseções será apresentado o algoritmo passo a passo da metodologia:

- 1º Passo Utilizando a subseção 2.5 calcular a tensão mínima de cada nó e o ângulo máximo e mínimo do SDEE;
- 2º Passo Calcular os coeficientes de linearização com a subseção 2.3;
- 3º Passo Utilizando subseção 2.4 calcular o ponto de operação do SDEE;
- 4º Passo Utilizando o ponto de operação do 3º Passo atualizar os coeficientes de linearização com a subseção 2.6;
- 5º Passo Com os novos coeficientes atualizar o ponto de operação do sistema com a subseção 2.4.

Como mencionado anteriormente, as equações utilizadas nesta metodologia determinam o ponto de operação para o SDEE com topologia radial e/ou malhado utilizando apenas equações lineares. Uma das vantagens da metodologia apresentada é que pode ser subdividida da seguinte forma:

- Fluxo 1 1°, 2° e 3° passos do algoritmo;
- Fluxo 2 3º passo do algoritmo;
- Fluxo 3 4° e 5° passos do algoritmo;

Desta forma o Fluxo 1 irá calcular a tensão mínima dos nós, o ângulo máximo e mínimo, os coeficientes de linearização e calcula o ponto de operação do SDEE. O resultado obtido pelo Fluxo 1 possui um pequeno erro percentual. O Fluxo 2 depende do cálculo da tensão mínima dos nós, do ângulo máximo e mínimo de fase e dos coeficientes de linearização (calculados no Fluxo 1). Também apresenta o mesmo erro percentual do Fluxo 1. O Fluxo 3 depende do Fluxo 1 ou Fluxo 2, pois calcula novos coeficientes de linearização e o ponto de operação do sistema de distribuição, obtendo os erros percentuais iguais a zero.



Portanto, durante um problema em que é necessária a realização de vários cálculos de fluxo de carga poderá ser realizado somente na primeira vez o Fluxo 1 para obter os coeficientes de linearização e o ângulo máximo e mínimo dos nós em seguida, realiza-se o Fluxo 2 quantas vezes forem necessárias e, para finalizar o problema, é realizado o Fluxo 3 que possui a fase de correção e tem um erro percentual igual a zero. Esta estratégia só pode ser utilizada quando o problema do SDEE não modificar os dados dos nós do sistema, pois o cálculo dos coeficientes lineares, tensão mínima e ângulo máximo e mínimo de fase dependem dos dados dos nós. Nestas condições, é possível que o Método Proposto (MP) ganhe em tempo computacional e que tenha a mesma eficiência dos métodos conceituados como o método de Newton (NR).

# 3. Análise e Resultados

A metodologia proposta foi implementada na linguagem de programação MATLAB® 7.9.0 (R2009a) e todas as simulações foram feitas utilizando um computador com processador Intel i7 PC de 1.87 GHz. Os testes computacionais foram realizados utilizando os sistemas de 33, 136, 400 e 417 nós, disponíveis na literatura (CHIOU, CHANG e SU, 2005), (CARREÑO, ROMERO e FELTRIN, 2008), (COSSI, 2008) e (RAMIRES – ROSADO e BERNAL – AUGUSTIN, 1998), respectivamente.

Na Tabela 1 tem-se os resultados do ponto de operação dos sistemas radiais de 33, 136 e 400 nós, com a metodologia proposta (MP) e utilizando um FC de varredura Shirmohammadi (SH). Desta forma, podemos comparar a precisão da MP para sistemas com topologia radial.

sistemas	Perdas ativas (KW)		Mag. Corrente Maxima (A)		Mag. Corrente Minima (A)		Mag. De tensão Minima (p.u.)	
	MP	SH	MP	SH	MP	SH	MP	SH
33	202,6771	202,6771	4,6128	4,6128	0,0786	0,0786	0,9130	0,9130
136	320,2664	320,2664	3,4293	3,4293	0,000	0,000	0,9307	0,9307
400	148,3423	148,3423	3,8179	3,8179	0,000	0,000	0,9340	0,9340

Tabela 1 - Comparação dos resultados obtidos com a metodologia proposta

Com base nos resultados mostrados na tabela 1, pode-se concluir que a metodologia proposta pode ser usada para sistemas de distribuição com configuração radial. Demonstrou também ser muito eficiente para sistema de pequeno e de grande porte, os erros percentuais da MP em relação ao FC de varredura Shirmohammadi (SH), foram de 0,0000%, para todos os sistemas testados.

Na tabela 2 encontra-se os resultados do ponto de operação dos sistemas malhados de 33, 136 e 417 nós, com a metodologia proposta (MP) e utilizando um FC de Newton – Raphson (NR). Desta forma pode-se comparar a precisão da MP para sistema com topologia malhada.

Sistemas	Perdas ativas (KW)		Mag. Corrente Maxima (A)		Mag. Corrente Minima (A)		Mag. De tensão Minima (p.u.)	
	MP	NR	MP	NR	MP	NR	MP	NR
33	123,2908	123,2908	4,5204	4,5204	-0,4374	-0,4374	0,9532	0,9532
136	271,7812	271,7812	3,4484	3,4484	-1,4290	-1,4290	0,9651	0,9651
417	498,8140	498,8140	3,9928	3,9928	-4,7622	-4,7622	0,9663	0,9663

Tabela 2 - Comparação dos resultados obtidos com a metodologia proposta



Com base nos resultados mostrados na tabela 2 pode-se concluir que a metodologia proposta é eficiente para sistemas de distribuição com configuração fracamente malhadas. Demonstrou também ser muito eficiente para sistema de pequeno e grande porte, os erros percentuais da MP em relação ao FC de Newton-Raphson (NR), foram de 0,0000%, para todos os sistemas testados.

Na tabela 3 tem-se o tempo computacional do método de Newton (NR), do método proposto (MP), Fluxo 1, Fluxo 2 e Fluxo 3. Comprovando que a utilização da estratégia de divisão do fluxo pode fornecer uma grande vantagem em tempo computacional.

Sistema	Tempo computacional							
	NR (seg.)	MP (seg)	Fluxo 1 (seg.)	Fluxo 2 (seg.)	Fluxo 3 (seg.)			
33	0,0283	0,2028	0,0894	0,0186	0,1115			
136	0,0579	0,3166	0,1890	0,0295	0,1234			
417	0,1521	0,7468	0,5683	0,0770	0,2012			

**Tabela 3** – Comparação do tempo computacional

Nota-se que o tempo computacional do fluxo 2 é menor que o método Newton – Raphson para todos os sistemas. Portanto, no pior caso, se o número de fluxos de carga a serem calculados for elevado o método proposto apresenta um menor tempo computacional e com a mesma eficiência que o método de Newton – Raphson, utilizando a estratégia mencionada anteriormente. Para visualizar a diferença do tempo computacional observa-se a Figura 4 que ilustra claramente que a estratégia mencionada utilizando o método proposto tem um menor tempo computacional em relação ao metodo de Newton – Raphson dependendo do número de fluxos de carga que será calculado.



Figura 4 – Cálculo do tempo computacional do sistema de 417 nós.

Na figura 4 foi utilizado o sistema de 417 nós para ilustrar melhor o desempenho do MP utilizando a estratégia mencionada, mas todos os sistemas testes apresentam um ganho computacional à medida que aumentam-se os fluxos de carga calculados.

## 4. Conclusões

Com base nos resultados mostrados no decorrer do trabalho pode-se concluir que a metodologia proposta pode ser utilizada em sistemas de distribuição com configuração radial ou fracamente malhada. A eficiência e robustez da MP mostraram que um problema não linear da engenharia elétrica pode ser linearizado e apresentar os mesmos resultados utilizando a fase de correção. Levando em conta a precisão da metodologia proposta e a estratégia de divisão menci-



onada neste artigo pretende-se para trabalhos futuros uma aplicação desta MP junto com uma metaheurística para a resolução do problema de reconfiguração do SDEE.

# Referências

**Carreño, E. M., Romero, R.; Feltrin, A. P.**, (2008,) An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, p. 1542–1551.

**Cespedes, R.**, (1990), New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions Power Systems*, v. 5, n. 1, p. 391 – 396.

**Chiou, J. P.; Chang, C. F.; Su, C. T.**, (2005), Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions Power Systems*, v. 20, n. 2, p. 668 – 674.

**COSSI, A. M**., Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão, *Tese (Doutorado em engenharia elétrica)*, 232 f., Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista – UNESP, Ilha Solteira, 2008,

(http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/producao-bibliografica/teses-de-doutorado/), 2013.

Franco, J. F., Rider, M. J., Lavorato, M., Romero, R. A., (2011). Set of Linear equations to calculate the steady-state operation of an electrical distribution system. *IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies*, ISGT Latin America, p. 1-5.

**Goswani, S. K., Basu, S. K.**, (1992). A new Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.7, n.3, p.1484-1491.

**Haffner, S.; Pereira L. F. A.; Pereira L. A.; Barreto L. S.**,(2008), Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – Part I: Problem formulation, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.23, n.2, p.915-923.

**Raires-Rosado, I. J.; Bernal-Augustin, J. L.**,(1998), Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transactions Power Systems*, v. 13, n. 2, p. 696-703. **Ruggiero, M. A.G., Lopes, V. L. R.**, (2011). *Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais*, Editora Pearson, Departamento de Matemática Aplicada – IMECC – Unicamp - 2º edição, 2011.

Shirmohammadi, D., Hong, H. W., Semlyen, A., Luo, G. X., (1988), A Compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.3, n.2, p.753-762.