

MODELO HÍBRIDO DE *CLUSTERIZAÇÃO* A PARTIR DOS PESOS DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Laura Araújo Alves

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156 – São Domingos, Niterói – RJ
laura_alves_aa@yahoo.com.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156 – São Domingos, Niterói – RJ
jccbsmello@id.uff.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma metodologia desenvolvida utilizando as técnicas de Análise Envoltória de Dados (DEA) e *Self-Organizing Maps (SOM)* com o objetivo de *clusterizar* unidades produtivas analisadas. Neste estudo, os vetores de entrada são os pesos das variáveis encontrados na técnica DEA, a fim de gerar grupos com perfis semelhantes de contribuições dos *inputs* e *outputs*. Desta forma, esta *clusterização* se diferencia das aplicações encontradas na literatura, que em sua maioria utiliza como padrões de entrada as eficiências geradas no DEA. Para isso, dois procedimentos são incorporados à metodologia para aplicar o método: os pesos utilizados são transformados em contribuição de cada variável para a DMU antes da *clusterização* e um problema de programação linear é utilizado para definir qual conjunto de pesos, dentre os pesos ótimos gerados no DEA, será utilizado como padrão de entrada do *SOM*.

PALAVRAS CHAVE. Mapas Auto-Organizáveis, DEA, Contribuição dos pesos.

ABSTRACT

This paper presents a methodology developed using the techniques of Data Envelopment Analysis (DEA) and Self-Organizing Maps (SOM) in order to cluster productive units under analysis. In this study, the input vectors are the weights found in DEA in order to generate groups with similar profiles of inputs and outputs contributions. This way, this clustering is different from the applications found in literature, which commonly use the efficiency scores assessed by DEA as input vector. For this purpose, two processes are incorporated into the methodology to apply the method: the weights used are converted into the contribution of each variable to the DMU and, in addition, a problem of linear programming is used to determine which set of weights from the optimal weights generated by DEA will be used as input vector of SOM.

KEYWORDS. Self-Organizing Maps, DEA, Weights Contribution.

1. Introdução

Quando se pretende medir a eficiência de sistemas produtivos homogêneos, a técnica não paramétrica de Análise Envoltória de Dados (DEA) apresenta-se como a mais citada na literatura. A ampla aplicação desta técnica pode ser comprovada com diversos exemplos bem sucedidos, como aqueles encontrados em Gomes *et al.* (2008), Moreno & Lozano (2012) e Adler & Berechman (2001).

Como todo método não paramétrico, DEA define sua curva de produção com base em programação matemática e não necessita, *a priori*, da definição de uma função de produção (Murillo-Zamorano & Vega-Cervera, 2000). Esta técnica tem como finalidade calcular a eficiência das unidades produtivas (DMUs) através da análise da relação entre os níveis de insumos (*inputs*) utilizados na produção e os níveis de resultados (*outputs*) obtidos.

Segundo Biondi Neto (2001) e Biondi Neto *et al.* (2004), a técnica DEA possui uma vantagem relevante, que consiste na sua rápida execução, principalmente quando utilizada em conjunto com algoritmos baseados em redes neurais artificiais.

As redes neurais artificiais são modelos computacionais desenvolvidos com o objetivo de simular as redes neurais biológicas, agregando com isso algumas capacidades intrínsecas ao ser humano, tais como: aprendizado, armazenamento de conhecimento e geração de conhecimento (Medler, 1998).

Os primeiros estudos sobre o comportamento do neurônio biológico que pretendiam criar um modelo matemático com base nos mesmos foram apresentados por McCulloch & Pitts (1943) e abriram espaço para o desenvolvimento do primeiro modelo de rede neural por Rosenblatt (1958), denominado *perceptron*.

Após estes estudos, diversos outros foram desenvolvidos com o objetivo de criar novos modelos de redes neurais com diferentes propósitos e aplicações. Dentre estes modelos, destaca-se a rede desenvolvida por Kohonen (1982) denominada *Self-Organizing Map (SOM)*. Maiores detalhes sobre a criação e a modelagem desta rede encontram-se na seção 2.2 deste *paper*. Por ora, é importante ressaltar que estas redes têm uma ampla aplicação nos estudos direcionados à classificação de dados e à formação de *clusters*.

Martiniano *et al.* (2012), por exemplo, utilizaram esta rede para mapear dentro de um conjunto de funcionários, aqueles que já apresentaram ou poderão apresentar um comportamento absenteísta ou presenteísta a partir de um conjunto de dados previamente armazenados. Além deste, outros estudos encontrados na literatura (Alves *et al.*, 2013 e Santos *et al.*, 2011) conferem a aplicabilidade do *SOM* na *clusterização* de dados.

Apesar de bem aplicadas isoladamente, as duas técnicas citadas (*SOM* e *DEA*) são bastante exploradas de maneira conjunta. Diversos estudos têm utilizado o *SOM* como uma etapa inicial, *clusterizando* as unidades analisadas em grupos homogêneos e, posteriormente, aplicando *DEA* em cada um dos *clusters* a fim de calcular a eficiência das unidades que compõem cada grupo (Churilov & Litman, 2003 e Alves *et al.*, 2013).

Outra abordagem híbrida bastante encontrada é uma metodologia inversa, que calcula a eficiência de todas as unidades sob análise e, posteriormente, agrupa estas unidades segundo o seu *score* de eficiência, criando assim grupos com perfis semelhantes de produtividade (Soares de Mello *et al.*, 2012).

A proposta deste estudo vai além da medição e *clusterização* das eficiências encontradas. O objetivo proposto é desenvolver um modelo híbrido que utilize as duas técnicas citadas a fim de agrupar as DMUs pela contribuição dos seus pesos. Com isso, o mapa resultante apresentará não o perfil de produtividade das unidades sob análise, mas o perfil destas unidades segundo a contribuição de cada uma das variáveis consideradas no estudo. Numa problemática de negociação é interessante que cada unidade saiba com quem tem mais semelhanças de forma poder fazer alianças eficazes.

Para isso, o presente artigo está estruturado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta o referencial teórico sobre os dois métodos utilizados, ou seja, a Análise Envoltória de Dados e o *Self-Organizing Map*. A seção 3 descreve a metodologia adotada na modelagem proposta,

enquanto a seção 4 introduz um caso numérico a fim de exemplificar a aplicação do modelo. Por fim, a seção 5 destaca as conclusões alcançadas com o estudo desenvolvido.

2. Métodos utilizados

2.1 - Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados (DEA) consiste numa técnica não paramétrica que utiliza programação matemática para calcular a eficiência de um conjunto de unidades produtivas, denominadas DMUs (*Decision Making Units*). O *score* de eficiência de cada DMU é calculado através da comparação dos seus *outputs* (resultados) e *inputs* (recursos utilizados) em relação às demais DMUs sob análise.

O modelo inicial proposto por Charnes *et al.* (1978) considera que as DMUs trabalham com retornos constantes de escala, o que significa que as variações nos seus insumos geram uma variação proporcional nos seus *outputs*. Este modelo recebe o nome de CCR ou CRS (*Constant Return to Scale*).

Alguns anos depois, um novo modelo foi desenvolvido por Banker *et al.* (1984) considerando retornos variáveis de escala, ou seja, as DMUs podem operar com retornos crescentes ou decrescentes de escala. Este novo modelo DEA é conhecido como BCC ou VRS (*Variable Return to Scale*).

Para ambos os modelos, há dois tipos de orientação possíveis: orientação a *input* e orientação a *output*. A primeira minimiza a quantidade de recursos utilizados mantendo inalterada a quantidade de resultados obtidos (*outputs*). Enquanto isso, a segunda abordagem busca maximizar os seus resultados, mantendo inalterada a quantidade de *inputs*.

O cálculo de eficiência de uma dada DMU é realizado através da resolução de um Problema de Programação Linear (PPL), que permite que a DMU selecione o conjunto de pesos que mais lhe convém, ou seja, aquele que maximiza a sua eficiência dadas as restrições do PPL. Entretanto, o modelo exige que este conjunto de pesos, uma vez aplicado às demais DMUs sob análise, não gerem uma eficiência superior a 1. Esta característica do DEA o torna conhecido como uma técnica benevolente (Alcântara *et al.*, 2003).

Segundo Pedraja-Chaparro *et al.* (1997), esta flexibilidade do modelo permite que a DMU seja eficiente com múltiplas soluções de pesos ótimos. Sobre o significado destes pesos, Gomes *et al.* (2000) ponderam que eles representam um sistema de valor relativo para cada uma das DMUs analisadas e, portanto, não devem ser considerados a importância de cada variável para esta dada DMU. Entretanto, caso os dados utilizados no modelo sejam previamente tratados, é possível associar os pesos à importância das variáveis.

É possível associar o *input* (e *output*) virtual à importância relativa de cada *input* (*output*) para uma dada DMU. O *input* virtual é obtido através do produto entre o valor do *input* e do seu peso ótimo. O *output* virtual é encontrado de maneira análoga.

Entretanto, as DMUs podem apresentar múltiplos pesos ótimos, gerando assim diferentes valores de *inputs/outputs* virtuais. Desta forma, uma das etapas deste estudo se destina a selecionar o conjunto de pesos ótimos e, conseqüentemente, os *inputs/outputs* virtuais mais adequados para serem utilizados na *clusterização* das unidades produtivas.

2.2 - Self-Organizing Map (SOM)

O SOM constitui um tipo específico de rede neural artificial e surgiu a partir da simulação do cérebro humano e da sua capacidade de organizar as informações de maneira lógica, formando um mapa de conhecimento.

Segundo Smith (2002), uma vez apresentados os dados de entrada à rede, ela é capaz de segmentá-los com base nas suas similaridades, criando *clusters* com unidades homogêneas entre si. Kohonen (1998) destacou que uma das vantagens desta rede é a sua capacidade de trabalhar com dados de alta dimensionalidade, transformando-os em mapas geralmente unidimensionais ou bidimensionais.

Biondi Neto *et al.* (2006) descrevem este mapa como um grade composta por neurônios interligados. Tais neurônios são representados pelos nós das grades e podem

assumir diferentes topologias, são elas: hexagonal, retangular e aleatória (Haykin, 1999).

A Figura 1 ilustra a grade de neurônios do SOM.

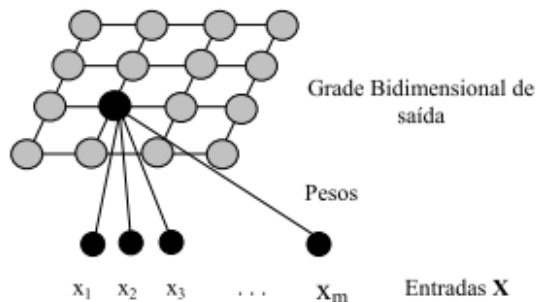


Figura 1: Mapa de saída do SOM

O processo de formação do mapa ocorre em três etapas: a etapa inicial consiste na apresentação dos padrões de entrada à rede. Nesta etapa, todos os neurônios recebem os dados do vetor de entrada. Assim, o neurônio cujo vetor peso mais se aproximar do vetor de entrada é ativado e considerado o neurônio “vencedor”.

Devido ao fato dos neurônios competirem entre si para armazenarem um dado padrão de entrada, esta etapa é conhecida como etapa de competição e utiliza o aprendizado competitivo (Braga *et al.*, 2000).

Após a definição do neurônio “vencedor”, a rede passa pela fase de cooperação, na qual o “vencedor” ativa os neurônios que estão dentro do seu raio de vizinhança. A definição da vizinhança será dada por dois parâmetros: a topologia da rede e o raio de vizinhança.

Na última etapa, conhecida como etapa de adaptação, o neurônio “vencedor” e sua vizinhança têm seus pesos ajustados (Haykin, 1999) e passam a armazenar as características dos padrões de entrada que os ativaram. Ao final destas etapas, será formado um mapa de saída agrupando os dados de entrada segundo suas características similares.

Esta capacidade do SOM de criar padrões e codificar os dados apresentados à rede apenas com os padrões de entrada é decorrente do algoritmo de aprendizado utilizado por este tipo de rede neural denominado aprendizado não supervisionado. Além deste, há o aprendizado supervisionado, no qual são apresentados à rede os vetores de entrada e os vetores de saída desejados para que a rede seja treinada.

Devido às suas capacidades de detectar padrões, o SOM tem sido utilizado em diferentes áreas de conhecimentos, tais como: classificação de perfis, categorização de imagens, mineração em banco de dados, a classificação e o agrupamento de dados. Os dois últimos são os campos mais difundidos e explorados na literatura (Martiniano *et al.*, 2012).

3. Metodologia

A metodologia proposta neste estudo é composta por duas etapas distintas: a primeira etapa aborda a aplicação da técnica DEA para definição das eficiências e dos pesos das DMUs; enquanto a segunda etapa contempla a *clusterização* das DMUs com base nos pesos encontrados na primeira etapa utilizando o método SOM. Conforme já citado neste *paper*, no DEA é possível que uma DMU seja eficiente com múltiplos pesos ótimos. Por este motivo, um procedimento foi incorporado ao método para lidar com esta multiplicidade dos pesos.

Inicialmente, foi utilizado o *software SIAD* (Ângulo-Meza *et al.*, 2005) para o cálculo das eficiências das DMUs. O modelo escolhido foi o método clássico de retornos constantes de escala, o CCR, com orientação a *input*. O Problema de Programação Linear utilizado está representado a seguir:

$$\text{Max } Eff_o = \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0 \quad \forall k \quad (3)$$

$$v_i, u_j \geq 0, \forall i, j \quad (4)$$

Para o modelo descrito acima, considera-se a seguinte notação: Eff_o é a eficiência da DMU o em análise; v_i e u_j são os pesos dos *inputs* $i, i = 1, \dots, r$ e *outputs* $j, j = 1, \dots, s$ respectivamente; x_{ik} e y_{jk} são os *inputs* i e *outputs* j da DMU $k, k = 1, \dots, n$; x_{io} e y_{jo} são os *inputs* i e *outputs* j da DMU o .

A função objetivo (1) representa a maximização da eficiência da DMU observada o ; a restrição (2) garante que o somatório dos *inputs* virtuais da DMU o seja igual a 1; a restrição (3) garante que a eficiência das demais DMUs sob análise é menor do que 1 quando são utilizados os pesos ótimos da DMU o . Por fim, a restrição da não-negatividade (4) não permite que os pesos dos *inputs* e *outputs* sejam negativos.

Conforme já citado na seção 2.1, este PPL pode resultar vários conjuntos ótimos de pesos para um mesmo índice de eficiência da DMU. Assim, optou-se por utilizar na *clusterização* o intervalo que contempla os diferentes conjuntos de pesos possíveis. Com isso, foram encontrados os valores máximos e mínimos de pesos para cada variável em cada DMU.

O PPL utilizado neste estudo para a definição dos pesos máximos e mínimos foi adaptado da formulação utilizada por Soares de Mello *et al.* (2013), que desenvolveram um modelo com retornos variáveis de escala para a mesma finalidade. Desta forma, o PPL utilizado neste *paper* baseado no modelo CCR possui o seguinte formato:

$$\text{Max (ou Min) } u_j \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \quad k = 1, \dots, n \quad e \quad k \neq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jo} - Eff_o \sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 0 \quad (4)$$

$$v_i, u_j \geq 0, \forall i, j \quad (5)$$

Este PPL modificado diferencia-se do exposto anteriormente por dois fatores: o primeiro é que não se pretende maximizar ou minimizar uma função, mas uma variável que corresponde ao peso que cada DMU dá às variáveis, o que altera a função objetivo (1). O segundo fator é a restrição 4 adicionada a este último PPL, que garante que a eficiência da DMU observada seja mantida para todos os conjuntos de pesos encontrados.

Conforme citado na seção 2.1 deste *paper*, os pesos encontrados não devem ser considerados a importância de cada variável. Para que esta associação pudesse ser feita, foi calculada a contribuição absoluta de cada variável para a DMU. Esta contribuição foi calculada como o produto entre o valor da variável e o peso que a DMU atribuiu a esta variável. Assim, foram encontradas as contribuições absolutas máximas e mínimas de cada *input* e *output* para

cada DMU.

A equação 2 do PPL acima garante que a soma dos *inputs* virtuais das DMUs sob análise seja unitária. Entretanto, esta condição não é garantida aos *outputs* virtuais. Por este motivo, foi necessário um tratamento dos *outputs* virtuais, a fim de que, na próxima etapa da metodologia, o *SOM* não agrupasse as DMUs por tamanho. Neste estudo, estas contribuições máximas e mínimas de cada *input* e *output* foram denominadas contribuição relativa.

Finalizada esta primeira etapa, foi realizada a *clusterização* das DMUs utilizando como padrões de entrada as contribuições relativas de cada variável. Portanto, o vetor de entrada do *SOM* para a construção do mapa constituiu-se de uma matriz com as contribuições relativas máximas e mínimas dos pesos de cada variável para as DMUs sob análise.

O *software* utilizado para a construção do mapa foi o MATLAB® e a topologia de grade escolhida foi a hexagonal. Devido ao pequeno número de DMUs utilizado na modelagem, optou-se por testar mapas com dimensões de grade pequenas, a fim de evitar que cada DMU fosse alocado num *cluster* diferente, o que tornaria a análise deficiente. Com isso, foram gerados mapas com dimensões [2 1] e [2 2], restringindo a criação de no máximo 2 e 4 *clusters*, respectivamente. A seleção de grades menores permitiu, assim, a análise da eficácia do modelo desenvolvido.

4. Exemplo Numérico

A fim de ilustrar o modelo desenvolvido neste estudo, esta seção apresenta a aplicação da metodologia exposta a um conjunto de dados numéricos. Para isso, foram utilizados os dados apresentados na Tabela 1, nos quais 2 *inputs* e 1 *output* compõem as variáveis de entrada e saída de 6 DMUs.

Tabela 1: Dados de exemplo

DMU	Input 1	Input 2	Output
A	4	3	2
B	1	6	5
C	2	3	4
D	1	2	1
E	10	5	8
F	12	5	8

Uma vez inseridos no *software* SIAD, estes dados forneceram o *score* de eficiência de cada uma das DMUs, conforme exposto na Tabela 2.

Tabela 2: Eficiências encontradas

DMU	Eficiência
A	0,454545
B	1
C	1
D	0,428571
E	1
F	1

É notável que o modelo DEA utilizado não discriminou de maneira satisfatória as DMUs, tendo em vista que 4 das 6 DMUs foram consideradas eficientes. Entretanto, como o objetivo é trabalhar com os pesos máximos e mínimos de cada variável, a baixa discriminação do modelo não terá impacto relevante no resultado do estudo.

Desta forma, estas eficiências foram calculadas com o único intuito de atender a

restrição 4 do PPL modificado apresentado na seção 3. Posteriormente, foram calculados os pesos máximos e mínimos de cada variável utilizando este PPL modificado. Os valores encontrados estão expostos na Tabela3.

Tabela 3: Pesos máximos e mínimos

DMU	Pesos máximos			Pesos mínimos		
	Input 1	Input 2	Output	Input 1	Input 2	Output
A	0,04545502	0,272728	0,2272725	0,04545398	0,2727267	0,2272725
B	1	0,1333333	0,2	0,2	0	0,2
C	0,25	0,3	0,25	0,05	0,1666667	0,25
D	0,4285725	0,2857161	0,428571	0,4285679	0,2857137	0,428571
E	0,025	0,2	0,125	0	0,15	0,125
F	0	0,2	0,125	0	0,2	0,125

Os pesos máximos e mínimos foram tratados, a fim de gerarem a contribuição relativa de cada variável para a DMU. Com este tratamento, as contribuições relativas máximas e mínimas encontradas estão apresentadas na Tabela4.

Tabela 4: Contribuição relativa máxima e mínima de cada variável

DMU	Contribuição relativa máxima			Contribuição relativa mínima		
	Input 1	Input 2	Output	Input 1	Input 2	Output
A	0,18182008	0,818184	0,09308503	0,18181592	0,8181801	0,093085
B	1	0,7999998	0,20478727	0,2	0	0,204787
C	0,5	0,9	0,20478727	0,1	0,5000001	0,204787
D	0,4285725	0,5714322	0,08776589	0,4285679	0,5714274	0,087766
E	0,25	1	0,20478727	0	0,75	0,204787
F	0	1	0,20478727	0	1	0,204787

Todos os valores expostos na Tabela4 foram apresentados aoSOM na forma de uma única matriz, compondo assim o seu vetor de entrada. Para estes dados, foram gerados dois mapas distintos para as topologias [2 1] e [2 2] utilizadas nesta etapa.

A Figura 2 apresenta a distribuição das seis DMUs pelos dois neurônios ativados na topologia de rede [2 1].

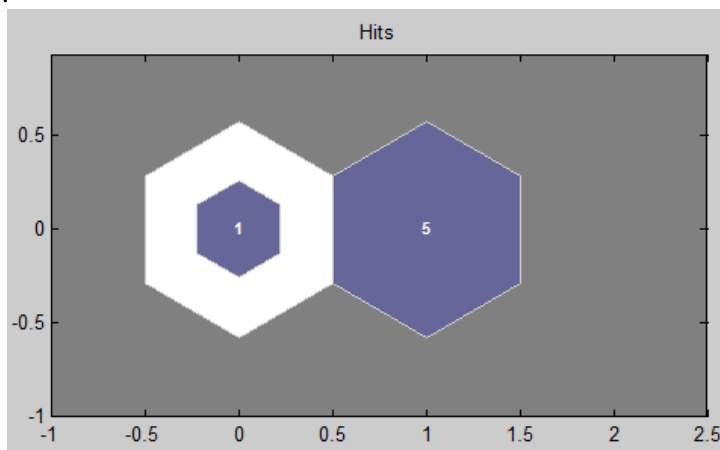


Figura2: Distribuição das DMUs natopologia [2 1]

O primeiro neurônio isolou a DMU B das demais DMUs, separando-o num *cluster* sozinho. Analisando os dados de entrada apresentados na Tabela 4, pode-se atribuir esta ocorrência ao fato da DMU B ser a única unidade cujo *input* 1 possui maior contribuição relativa do que o *input* 2. Portanto, para a DMU B, o *input* 1 possui maior relevância do que o *input* 2, ao contrário das demais DMUs.

A distribuição das DMUs pelos neurônios ativados na topologia [2 2] está apresentada na Figura 3.

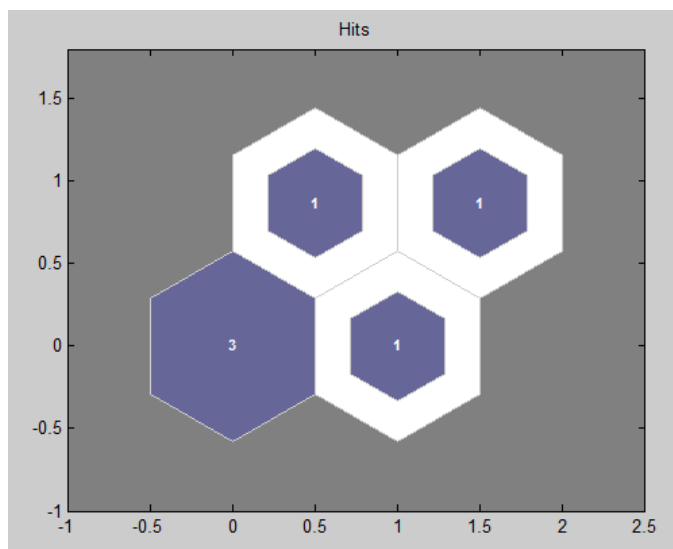


Figura3: Distribuição das DMUs na topologia [2 2]

Como é notável na Figura 3, a coerência da *clusterização* foi mantida separando a DMU B num *cluster* único. Entretanto, as DMUs C e D também foram agrupadas em *clusters* unitários. Analisando as contribuições relativas de cada uma das suas variáveis, é notável que estas DMUs possuem uma pequena diferença entre a contribuição relativa do *input* 1 e a contribuição relativa do *input* 2 quando comparadas com as DMUs A, E e F. Para estas últimas, o *input* 2 contribui de maneira significativa e, portanto, apresenta uma relevância bastante superior.

5. Conclusões e Considerações Finais

O estudo apresentou a criação de um modelo híbrido de *clusterização* utilizando a técnica de Análise Envoltória de Dados e a rede neural artificial *self-organizing map*. O DEA foi utilizado com a finalidade de gerar os pesos de cada variável e, após transformar estes pesos nas contribuições de cada *input* e *output*, estas contribuições foram agrupadas através do SOM.

Desta forma, a rede SOM agrupou as DMUs com base na similaridade da importância que cada conjunto de variáveis apresenta. Assim, ao invés de definir perfis de produtividade através da *clusterização* do *score* de eficiência, como é comumente encontrado na literatura, este modelo gera perfis segundo o impacto das variáveis em cada DMU, tornando possível uma análise mais profunda dos *inputs* e *outputs*.

Através da aplicação no exemplo numérico, conclui-se que o modelo apresenta um resultado coerente, ratificando a aplicação bem sucedida das duas técnicas de maneira conjunta. Com isso, este estudo contribui na ampliação do campo de aplicação destas técnicas, bem como na criação de novas abordagens para a utilização dos pesos gerados em DEA.

Apesar da aplicação bem sucedida do exemplo numérico, acredita-se que seria interessante a aplicação do modelo proposto neste artigo num estudo de caso real. Desta maneira, será possível realizar uma análise mais profunda e completa sobre os perfis gerados pela contribuição relativa das variáveis.

Para estudos futuros, sugere-se a utilização de outros modelos DEA além do CCR na modelagem do problema, como o modelo clássico BCC. A técnica avançada de avaliação cruzada poderia ser utilizada se aplicada em conjunto com o modelo CCR, já que quando aplicada com o

modelo BCC, a avaliação cruzada pode gerar eficiências negativas (Soares de Mello *et al.*, 2013). Além disso, é conveniente um estudo comparativo entre os resultados encontrados neste *paper* e os resultados provenientes dos modelos de *clusterização* com base nos *scores* de eficiência.

Referências

- Adler, N. e Berechman, J.** (2001), Measuring airport quality from the airlines' viewpoint: an application of data envelopment analysis, *Transport Policy*, 8, 171-181.
- Alcântara, A. A. M., Sant'Anna, A. P., Lins, M. P. E.** (2003), Restringendo flexibilidade de pesos em DEA utilizando análise de regressão MSEA, *Pesquisa Operacional*, 23, n. 2, 347-357.
- Alves, L. A., Chicralla, R. C., Leite, V. P., Soares de Mello, J. C. C. B., Biondi Neto, L.** (2013), Previsão de faturamento para lojas do setor de varejo com redes neurais. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, 5, n. 1, 1-13.
- Alves, L. A., Kramer, H. H., Tschaffon, P. B., Soares de Mello, J. C. C. B.** (2013), Assessing efficiency and setting benchmarks for NBA teams through DEA and DMU clustering, *4th International Conference on Mathematics in Sport*, Leuven, Bélgica (aceito para publicação).
- Angulo-Meza, L., Biondi Neto, L., Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G.** (2005), ISYDS – Integrated System for Decision Support (SIAD – Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis model, *Pesquisa Operacional*, 25, 493-503.
- Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W.** (1984), Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis, *Management Science*, 30, 1078-1092.
- Biondi Neto, L.** (2001), Neuro-DEA: Nova metodologia para determinação de eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão, *Engenharia de Produção*, vol. D.Sc. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ.
- Biondi Neto, L., Coelho, P. H. G., Soares de Mello, M. H. C., Amaral, J. F. M.** (2006), Mapa de Kohonen no agrupamento com base no consumo de energia elétrica dos municípios do Rio de Janeiro, *XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, v. 1.
- Biondi Neto, L., Lins, M. P. E., Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., Oliveira, F. S.** (2004), Neural data envelopment analysis: A simulation, *International Journal of Industry Engineering: Theory Applications and Practise*, 11, 14-24.
- Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E.** (1978), Measuring efficiency of decision making. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Churilov, L. e Flitman, A.** (2004), Towards fair ranking of Olympics achievements: the case of Sidney 2000, *Computers & Operations Research*, 33, 2057-2082.
- Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., Souza, G. S., Ângulo-Meza, L., Mangabeira, J. A. C.** (2008), Efficiency and sustainability assessment for a group of farmers in the Brazilian Amazon, *Annals of Operations Research* (2009), 169, 167-181.
- Gomes, L. F. A. M., González-Araya, M. C., Lins, M. P. E.** (2000), A integração entre a análise envoltória de dados e o apoio multicritério à decisão – uma revisão, *Revista Pesquisa Naval*, 13, n. 1, 41-50.
- Haykin, S.** (1999), *Neural Networks: a comprehensive foundation*, Prentice Hall, Upper Saddle River, EUA.
- Kohonen, T.** (1998) The self-organizing map. *Neurocomputing*, 21, 1-6.
- Kohonen, T.** (1982) Self-organized formation of topologically correct feature maps. *Biological Cybernetics*, 43, 59-69.
- Martiniano, A., Sassi, R. J., Ferreira, R. P.** (2012), O mapa auto-organizável de Kohonen no processo de descoberta de empregados absenteados e presentes, *II Congresso Brasileiro de Engenharia de Produção*, Paraná.
- McCulloch, W. S. e Pitts, W.** (1943), A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5, 115-133.
- Medler, D. A.** (1988), A brief history of connectionism, *Neural Computing Surveys*, 1, 61-101.
- Moreno, P. e Lozano, S.** (2012), A network DEA assessment of team efficiency in the NBA, *Annals of Operations Research*, 1-26.

- Murillo-Zamorano, L. R. e Vega-Cervera, J.** (2000), The use of parametric and non parametric frontier methods to measure the productive efficiency in the industrial sector: A comparative study, *Discussion Papers in Economics*, n. 2000/17, The University of York.
- Pedraja-Chaparro, R., Salinas-Jimenes, J. e Smith, P.** (1997), On the role of weight restrictions in DEA, *Journal of Productivity Analysis*, 8, 215-230.
- Rosenblatt, F.** (1958), The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain, *Psychological Review*, 65, 386-408.
- Santos, L. F. S., Silva, A. M., Ferreira, R. P., Sassi, R. J.** (2011), Um estudo sobre vitimologia utilizando os mapas auto-organizáveis de Kohonen, *XLIII SBPO*.
- Smith, K. A., Gupta, J. N. D.** (2002), Neural network in business: techniques and applications. *Idea Group Publishing*, EUA.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Ângulo-Meza, L., Biondi Neto, L., Abreu, U. G. P., Carvalho, T. B., Zen, S.** (2012), Ex-post clustering of Brazilian beef cattle farms using SOMs and cross-evaluation DEA models, *Applications of self-organizing maps*, Ed. Intech.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Ângulo-Meza, L., Silveira, J. Q., Gomes, E. G.** (2013), About negative efficiencies in cross-evaluation BCC input oriented models, *European Journal of Operational Research*, 229, 732-737.