

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO FORMULADO PELO MÉTODO DE FLUXO EM REDES E INJEÇÕES DE CORRENTE

Cássio H. Fujisawa

UNICAMP

Campinas-SP, Brasil

cassio@cose.fee.unicamp.br

Anibal T. Azevedo

UNICAMP

Limeira-SP, Brasil

anibal.azevedo@fca.unicamp.br

Marcus F. Carvalho

PUC-Campinas

Campinas-SP, Brasil

marcius@puc-campinas.edu.br

Secundino Soares

UNICAMP

Campinas-SP, Brasil

dino@cose.fee.unicamp.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma formulação do fluxo de potência ótimo (FPO) utilizando método de fluxo em redes e injeções de corrente. É apresentada em detalhes a consideração de barras do tipo $V\theta$, PQ e PV , sendo esta última a principal contribuição deste trabalho. A formulação geral apresenta uma função objetivo quadrática e restrições lineares. Duas funções objetivo são utilizadas: uma que minimiza apenas a injeção de corrente na barra $V\theta$, o que torna este FPO um simples fluxo de potência, para poder realizar uma comparação com o método de fluxo de potência clássico de Newton Raphson. E a outra função objetivo inclui a injeção de corrente da barra PV . Outras funções objetivo poderiam ser utilizadas conforme a aplicação desejada. Testes são realizados em um sistema simples para vários valores de tensão especificada na barra PV , e são obtidos resultados idênticos ao do fluxo de potência de Newton Raphson e um ótimo comportamento de convergência.

PALAVRAS-CHAVE: Fluxo de Potência Ótimo, Método de Fluxo em Redes, Injeção de Corrente Equivalente

Área principal: PO na área de energia (EN).

ABSTRACT

This work presents a formulation of optimal power flow (OPF) using network flow method and current injection. We consider three bus types: $V\theta$, PQ and PV , that are presented in details. The last bus type (PV) is the main contribution of this paper. The general formulation of this problem has a quadratic objective function with linear constraints. We use two objective functions: one that minimize current injection of $V\theta$ bus, that makes OPF works like a simple power flow, hence it is possible to compare with Newton Raphson classical power flow. And another objective function that includes current injection of PV bus. Others objective functions could be used depending on its application. Numerical tests are done on simple system for many specified voltage values of PV bus, and we obtain same results of Newton Raphson power flow, and a good convergence behavior.

KEYWORDS: Optimal Power Flow, Network Flow Model, Equivalent Current Injection

Main area: O. R. Applied to Energy (EN).

1 Introdução

O fluxo de potência ótimo (FPO) é uma ferramenta aplicada no planejamento e operação do sistema de potência, que permite determinar configurações ótimas de geradores ou outros dispositivos de controle através de uma função objetiva arbitrária respeitando as restrições elétricas e tendo como dado de entrada do problema as cargas e parâmetros do sistema. O FPO foi desenvolvido na década de 1960 (Carpentier 1962, Dommel & Tinney 1968) e muitas formulações para diversas aplicações foram propostas além de diferentes métodos de solução (Huneault & Galiana 1991, Momoh, El-Hawary & Adapa 1999).

O FPO tradicionalmente baseia-se na formulação nodal, porém, uma alternativa a essa formulação é o método de fluxo em redes que tem sido aplicado em sistemas de potência desde a década de 1970 (Garver 1970, Carvalho, Soares & Ohishi 1988, Azevedo, Castro, Oliveira & Soares 2009). A vantagem dessa abordagem alternativa é que os fluxos são representados explicitamente no modelo e com isso pode-se incluir mais facilmente a consideração de capacidades de transmissão, as perdas como critério de otimização e a adequada representação de dispositivos FACTS (*flexible ac transmission systems*) (Luo, Hill & Lee 1986, Ge & Chung 1999, Oliveira, Soares & Nepomuceno 2003, Azevedo, Oliveira, Rider & Soares 2010). A partir dessa formulação, o FPO foi utilizado em diversas aplicações, como por exemplo: estudo de confiabilidade (Sullivan 1977), despacho econômico (Lee, Thorne & Hill 1980, Carvalho et al. 1988, Oliveira et al. 2003, Azevedo et al. 2009), análise de contingência (Hobson, Fletcher & Stadlin 1984), programação hidrotérmica (Franco, Carvalho & Soares 1994) e planejamento de transmissão (Monticelli, Santos, Pereira, Cunha, Parker & Praca 1982).

Nos últimos anos uma nova formulação de fluxo de potência com injeção de corrente equivalente em coordenadas retangulares tem sido utilizada. Essa formulação apresenta duas vantagens principais: novo cálculo da matriz jacobiana que reduz o esforço computacional (da Costa, Martins & Pereira 1999, Lin, Su, Chin & Teng 1999) e a facilidade em incluir dispositivos de controle (da Costa, Martins & Pereira 1997, da Costa, Pereira & Martins 2001). Esse modelo foi aplicado em sua maioria em redes radiais de distribuição, nas quais apresentou melhores resultados do que métodos bem conhecidos como por exemplo *backward/forward sweep* (Garcia, Pereira, Carneiro, da Costa & Martins 2000), e também foi testado de forma bem sucedida em redes de transmissão (da Costa et al. 2001, Lin, Zhan & Tsay 2004, da Costa & Rosa 2008). A utilização dessa formulação em problemas de FPO também tem sido aproveitada (Lin, Huang & Zhan 2007, Lin, Huang & Zhan 2008, Jiang, Chiang, Guo & Cao 2009) e diversas comparações foram realizadas apresentando bons resultados que incentivam um uso mais frequente desta nova abordagem (Rosehart & Aguado 2002, Zhang, Petoussis & Godfrey 2005, Joshi & Chitaliya 2011).

Com o intuito de aproveitar as vantagens do método de fluxo em redes e da formulação do fluxo de potência com injeções de corrente, a proposta deste trabalho é dar continuidade à formulação iniciada em (Fujisawa, Carvalho, Azevedo, Soares, Santos & Ohishi 2012), onde se desenvolveu um fluxo de potência ótimo com injeções de corrente (FPOIC) por método de fluxo em redes. Na seção 3 descrevemos a formulação do FPOIC com a consideração de barras $V\theta$ e PQ , e em seguida apresentamos a principal contribuição deste trabalho que é a consideração de barras de tensão controlada. Na seção 4 são apresentados os testes numéricos e na seção 5 está a conclusão.

2 Notação

r, m	índices que indicam as parcelas real e imaginária da variável, respectivamente,
$i_k = i_k^r + j i_k^m$	injeção de corrente na barra k e as respectivas parcelas por coordenadas retangulares,
$i_{kn} = i_{kn}^r + j i_{kn}^m$	corrente da barra k para barra n e as respectivas parcelas por coordenadas retangulares,
i_{ksh}	corrente relacionada ao elemento <i>shunt</i> da barra k do modelo π da linha de transmissão,
b_{ksh}	susceptância <i>shunt</i> da barra k do modelo π da linha de transmissão,
$s_k = p_k + j q_k$	potências aparente, ativa e reativa da barra k , respectivamente,
$z_{kn} = r_{kn} + j x_{kn}$	impedância, resistência e reatância da linha que liga as barras k e n , respectivamente,

$e_k = v_k^r + jv_k^m$	tensão da barra k escrita em coordenadas retangulares,
$e_k = v_k \angle \theta_k$	tensão da barra k escrita em coordenadas polares,
Ω_k	conjunto das barras que estão diretamente ligadas a barra k ,
Ψ_l	conjunto de linhas que pertencem ao circuito l ,
A	matriz incidência barra - linha, ou seja, cada elemento a_{ij} da matriz assume o valor 0 quando não existe a ligação entre os componentes, 1 quando o sentido da linha j é chegando na barra i e -1 quando o sentido da linha j é saindo da barra i ,
A_g	matriz incidência barra - gerador (barra $V\theta$), ou seja, cada elemento a_{gij} da matriz é 1 quando o gerador j está ligado na barra i e caso não exista essa ligação o elemento assume valor 0,
L	matriz incidência circuito - linha, ou seja, cada elemento l_{ij} da matriz assume valor 1 quando a linha j participa no circuito fechado i tendo o mesmo sentido a linha e o circuito, -1 quando ocorre a participação porém com sentidos contrários e 0 quando não ocorre a participação da linha j no circuito fechado i ,
C	matriz incidência caminho - linha, ou seja, cada elemento c_{ij} da matriz assume valor 1 quando ocorre a participação da linha j para um dado caminho i que liga a barra $V\theta$ à uma barra PV , sendo a linha j e o caminho i de mesmo sentido, quando os sentidos são opostos o elemento assume valor -1 , e quando não ocorre a participação da linha j no caminho i o valor é 0,
R	matriz diagonal das resistências r_{kn} das linhas,
X	matriz diagonal das reatâncias x_{kn} das linhas,
I_{kn}^r, I_{kn}^m	vetores das partes real e imaginária das correntes de linha i_{kn} , respectivamente,
I_k^r, I_k^m	vetores das partes real e imaginária das injeções de corrente desconhecidas na barra k , respectivamente,
I_{barra}^r, I_{barra}^m	vetores das partes real e imaginária das injeções de corrente conhecidas na barra k , respectivamente,
E_v^r	vetor da parte real das diferenças de tensão da barra $V\theta$ com relação a cada barra PV ,

3 Formulação do fluxo de potência ótimo por método de fluxo em redes e injeção de correntes

Nesta seção apresentaremos o modelo de fluxo de potência ótimo mostrando detalhes da utilização do método de fluxo em redes e também sua formulação através de injeções de corrente nas barras e tendo como variáveis explícitas as correntes nas linhas. Também descreveremos a consideração dos diferentes tipos de barras ($V\theta$, PQ e PV), sendo a barra de tensão controlada a principal contribuição deste trabalho. Todas as equações apresentadas já estarão na forma que facilitará sua utilização no procedimento iterativo do cálculo do fluxo de potência ótimo mostrado na subseção 3.5.

3.1 Consideração de barras com magnitude e ângulo de tensão especificados ($V\theta$) ou de potências ativa e reativa especificadas (PQ)

A formulação deste modelo de fluxo de potência é baseado nas duas leis de Kirchhoff. A primeira lei estabelece que a soma das correntes que chegam e que saem de uma barra é igual a zero. E a segunda lei garante que a soma das quedas de tensão em um circuito fechado é igual a zero. As Figuras 1 e 2 ilustram essas leis cujas equações correspondentes são dadas por (1) e (2), respectivamente.

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn} - i_{ksh} + i_k = 0 \quad (1)$$

Para (1), correspondente a primeira lei, adota-se como convenção que o sinal positivo das correntes indicam que elas estão chegando a barra k , e o sinal negativo, que elas estão saindo da barra k .

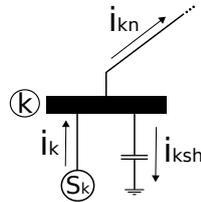


Figura 1: Primeira lei de Kirchhoff.

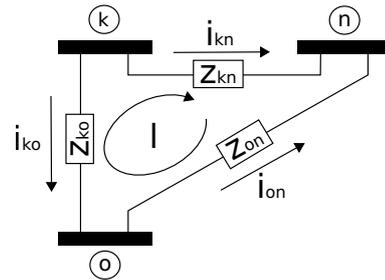


Figura 2: Segunda lei de Kirchhoff.

$$\sum_{(k,n) \in \Psi_l} i_{kn} \cdot z_{kn} = 0 \quad (2)$$

Para (2) a queda de tensão ($i_{kn} \cdot z_{kn}$) apresenta sinal positivo quando está no mesmo sentido de orientação do circuito fechado l , caso contrário, o sinal é negativo.

3.1.1 Barras $V\theta$

As barras $V\theta$ são conhecidas também como *slack* ou de referência. No caso da formulação nodal do fluxo de potência, essa barra tem três funções: ser a referência da magnitude e ângulo de tensão das demais barras do sistema, ser a barra de folga para fechar o balanço de fluxo do sistema e também permitir a resolução do sistema linear associado à matriz Jacobiana através da eliminação da singularidade desta matriz.

No caso da formulação por método de fluxo em redes essa barra terá a mesma função de ser referência para as demais barras e também será uma barra de folga para o balanço de fluxos. Entretanto, como no método de fluxo em redes não se utiliza a matriz Jacobiana também não existirá a dificuldade da singularidade dessa matriz, e portanto, a barra $V\theta$ apenas terá duas funções no método proposto.

A partir de (1) escrevemos a equação referente a primeira lei de Kirchhoff para barra $V\theta$:

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn} + i_k = i_{ksh} \quad (3)$$

onde $i_k = \left(\frac{s_k}{e_k} \right)^*$ e como o valor de s_k é desconhecido, temos i_k como incógnita do problema e podemos reescrever (3) separando as partes real e imaginária em duas equações, as incógnitas do lado esquerdo e os valores determinados do lado direito e detalhando i_{ksh} :

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^r + i_k^r = -v_k^m \cdot b_{ksh} \quad (4)$$

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^m + i_k^m = v_k^r \cdot b_{ksh} \quad (5)$$

Com respeito a segunda lei de Kirchhoff podemos escrever a seguinte equação a partir de (2):

$$\sum_{(k,n) \in \Psi_l} (i_{kn}^r + j i_{kn}^m) \cdot (r_{kn} + j x_{kn}) = 0 \quad (6)$$

Separando (6) em partes real e imaginária, temos:

$$\sum_{(k,n) \in \Psi_l} (i_{kn}^r \cdot r_{kn} - i_{kn}^m \cdot x_{kn}) = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{(k,n) \in \Psi_l} (i_{kn}^r \cdot x_{kn} + i_{kn}^m \cdot r_{kn}) = 0 \quad (8)$$

3.1.2 Barras PQ

As barras PQ têm esse nome pois elas possuem valores de potência ativa (P) e reativa (Q) especificados, dessa forma suas incógnitas são os valores de magnitude e ângulo de tensão.

A primeira lei de Kirchhoff para este tipo de barra pode ser escrito a partir de (1) da seguinte maneira:

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn} = -i_k + i_{ksh} \quad (9)$$

Reescrevendo (9) separando as partes real e imaginária em duas equações, as incógnitas do lado esquerdo e os valores determinados do lado direito e detalhando i_k e i_{ksh} tem-se:

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^r = -\frac{p_k \cdot v_k^r + q_k \cdot v_k^m}{v_k^2} - v_k^m \cdot b_{ksh} \quad (10)$$

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^m = -\frac{p_k \cdot v_k^m - q_k \cdot v_k^r}{v_k^2} + v_k^r \cdot b_{ksh} \quad (11)$$

Observamos em (10) e (11) que as variáveis v_k^r e v_k^m estão escritas do lado direito apesar de serem valores desconhecidos. Isso ocorre porque escolhemos arbitrariamente valores iniciais para elas que serão atualizados no processo iterativo. Ou seja, tornamos essas variáveis conhecidas no nosso processo de resolução.

A representação da segunda lei de Kirchhoff para este tipo de barra é idêntica a barra $V\theta$ apresentada anteriormente, por isso não reescreveremos as equações aqui.

3.1.3 Formulação matricial para barras $V\theta$ e PQ

A partir de (4), (5), (7), (8), (10) e (11) escrevemos a formulação do FPOIC matricialmente como se segue:

$$\begin{bmatrix} A & A_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & A_g \\ LR & 0 & -LX & 0 \\ LX & 0 & LR & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{kn}^r \\ I_k^r \\ I_{kn}^m \\ I_k^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{barra}^r \\ I_{barra}^m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde I_{barra}^r e I_{barra}^m são vetores das partes real e imaginária da soma das componentes de injeção de corrente conhecidas nas barras, ou seja, para a barra $V\theta$ é apenas a corrente i_{ksh} mas para a barra PQ é a soma de $-i_k$ com i_{ksh} . Note que LX é o produto matricial da matriz L pela matriz X , assim como LR é o produto matricial de L por R .

3.2 Barras com tensão controlada (PV)

A principal contribuição deste trabalho consiste na consideração das barras com tensão controlada que é apresentada nesta seção. Nessas barras são especificados os valores de potência ativa (P) e de magnitude de tensão (V), e os valores de potência reativa (Q) e ângulo de tensão (θ) são incógnitas. A partir de (1) pode-se escrever a equação da primeira lei de Kirchhoff para este tipo de barra:

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn} - e_k \cdot j b_{ksh} + \left(\frac{s_k}{e_k} \right)^* = 0 \quad (13)$$

Separando (13) em partes real e imaginária e detalhando um pouco os elementos, tem-se

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^r + v_k^m \cdot b_{ksh} + \frac{p_k \cdot v_k^r + q_k \cdot v_k^m}{v_k^2} = 0 \quad (14)$$

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^m - v_k^r \cdot b_{ksh} + \frac{p_k \cdot v_k^m - q_k \cdot v_k^r}{v_k^2} = 0 \quad (15)$$

Lembrando que $v_k^r = v_k \cdot \cos(\theta_k)$ e $v_k^m = v_k \cdot \sin(\theta_k)$, e considerando o ângulo de tensão θ_k um valor pequeno, teremos v_k^r significativamente maior do que v_k^m , e dessa forma a parte real da injeção de corrente na barra i_k^r será mais dependente de p_k , enquanto a parte imaginária (i_k^m), mais dependente de q_k . Sendo assim, consideraremos a parte real da injeção de corrente como um valor conhecido e a parte imaginária como incógnita. Reescrevendo (14) e (15) separando no lado esquerdo as incógnitas e no lado direito os valores determinados, tem-se

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^r = -v_k^m \cdot b_{ksh} - \frac{p_k \cdot v_k^r + q_k \cdot v_k^m}{v_k^2} \quad (16)$$

$$-\sum_{n \in \Omega_k} i_{kn}^m + i_k^m = v_k^r \cdot b_{ksh} \quad (17)$$

Apesar dos valores do ângulo de tensão θ_k e da potência reativa q_k não serem especificados e estarem do lado direito de (16) e (17), estes terão valores escolhidos arbitrariamente para a primeira iteração, e nas iterações seguintes serão atualizados devido a utilização do processo iterativo.

Com respeito a segunda lei de Kirchhoff, utilizaremos (2) para um caso particular. Ao invés de ter um laço fechado apenas com quedas de tensão nas linhas, teremos um laço entre quedas de tensão nas linhas e tensões de duas barras, sendo essas barras a de referência e a de tensão controlada. Desta forma, teremos a representação da magnitude de tensão v_k especificada na barra do tipo *PV* na segunda lei. Esta equação pode ser vista a seguir:

$$\sum_{(n,o) \in \Psi_l} i_{no} \cdot z_{no} + e_k - e_{v\theta} = 0 \quad (18)$$

onde e_k e $e_{v\theta}$ são as tensões da barra do tipo *PV* e *Vθ*, respectivamente. E Ψ_l é o conjunto das linhas (n,o) que formam um caminho entre as barras *PV* e *Vθ*.

Uma outra forma de interpretar (18) seria considerar a queda de tensão entre a barra *Vθ* e a barra *PV* igual a soma dos produtos $i_{no} \cdot z_{no}$ do caminho entre *Vθ* e *PV*.

Separando (18) em partes real e imaginária, e colocando ao lado direito os valores determinados, tem-se:

$$\sum_{(n,o) \in \Psi_l} (i_{no}^r \cdot r_{no} - i_{no}^m \cdot x_{no}) = v_{v\theta}^r - v_k^r \quad (19)$$

$$\sum_{(n,o) \in \Psi_l} (i_{no}^r \cdot x_{no} + i_{no}^m \cdot r_{no}) = v_{v\theta}^m - v_k^m \quad (20)$$

Tomando a mesma consideração anterior de θ_k ser um valor pequeno, teremos v_k^r significativamente maior do que v_k^m , e como $v_k \angle \theta_k = v_k^r + j v_k^m$, teremos $v_k \approx v_k^r$. Sendo assim, (19) representa melhor o

valor v_k especificado do que (20). Além disso, não seria possível escrever essas duas equações porque estaríamos especificando magnitude e ângulo, enquanto apenas v_k tem seu valor especificado e θ_k precisa ser calculado. Portanto, apenas (19) será utilizada na formulação.

Temos assim uma nova incógnita i_k^m que representa o valor q_k a ser determinado e a nova equação (19) a ser incluída na formulação do problema.

A nova formulação matricial do FPOIC com a inclusão da barra de tensão controlada pode ser vista a seguir:

$$\begin{bmatrix} A & A_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & A_g & A_v \\ LR & 0 & -LX & 0 & 0 \\ LX & 0 & LR & 0 & 0 \\ CR & 0 & -CX & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{kn}^r \\ I_k^r \\ I_{kn}^m \\ I_k^m \\ I_{kpv}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{barra}^r \\ I_{barra}^m \\ 0 \\ 0 \\ E_v^r \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde I_{kpv}^m é a corrente de injeção imaginária da barra PV . E A_v é a matriz incidência barra - gerador para barras do tipo PV .

A equação (21) representa as restrições que devem ser atendidas caso seja adotada uma formulação de otimização para a resolução do problema da determinação do fluxo de potência. É importante frisar que o sistema (21) é linear e será resolvido iterativamente. Ou seja, dado um valor inicial este será alterado até que uma dada precisão seja atendida.

3.3 Função objetivo

A obtenção de uma solução equivalente à solução de um fluxo de potência clássico pode ser obtida por meio da escolha da função objetivo como um problema de minimização da geração da barra do tipo $V\theta$, ou seja, da minimização da injeção de corrente nesta barra. Desta forma é possível validar este modelo com o modelo clássico de fluxo de potência. A equação desta função objetivo (ϕ) é descrita a seguir:

$$\phi(I_k^r, I_k^m) = \begin{bmatrix} I_k^r & I_k^m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_k^r \\ I_k^m \end{bmatrix} \quad (22)$$

O propósito de se escrever a resolução deste problema como um problema de otimização é demonstrar que a abordagem desenvolvida pode ser estendida para outras aplicações do FPOIC, como a aplicação apresentada na subseção 3.4

3.4 FPOIC: Minimização das potências ativa e reativa das barras geradoras

Podemos utilizar a formulação do FPOIC para minimização das potências ativa e reativa nos geradores. Para isso é necessário dar liberdade de variação da magnitude de tensão da barra de geração do tipo PV , pois caso isso não seja feito, a geração reativa fica determinada com a especificação da magnitude de tensão nesta barra. Porém, esta liberdade precisa ser de forma controlada, pois em um sistema de potência a magnitude de tensão precisa operar dentro de uma determinada faixa. Vale ressaltar que apesar dessa barra não ter mais sua magnitude de tensão especificada, ela está restrita a uma faixa de operação, e por isso, continuaremos chamando de barra do tipo PV , além de identificar essa barra como sendo uma barra de geração.

Para este problema duas adaptações são realizadas na formulação do FPOIC apresentada anteriormente: modificação da função objetivo e substituição de uma restrição de igualdade para uma restrição de canalização.

Na função objetivo é acrescentada a parte imaginária da injeção de corrente na barra do tipo PV , garantindo assim a minimização da parte imaginária das injeções de corrente nas duas barras de geração além da parte real da injeção de corrente na barra do tipo $V\theta$. Como as injeções de correntes estão relacionadas com as potências de geração, essa função objetivo irá minimizar as gerações ativa e reativa nas barras geradoras.

Quanto a modificação na restrição, a equação (19) deixa de ser uma restrição de igualdade e passa a ser uma restrição de canalização, que dessa forma garante que a magnitude de tensão da barra de geração PV possa se manter dentro de uma determinada faixa de operação.

3.5 Procedimento iterativo

Para o cálculo do FPOIC é necessário um processo iterativo pois além das correntes de injeção da barra $V\theta$ e da barra PV serem desconhecidas, as tensões das barras PQ e PV também são. O processo é descrito a seguir:

Passo 1: montar as matrizes A , A_g , A_v , L , C , R e X ;

Passo 2: atribuir um valor inicial para as seguintes variáveis: tensões de todas as barras PQ , ângulo de tensão e potência reativa para barra PV ;

Passo 3: calcular a injeção de corrente das barras, vetor I_{barra} , segundo (4), (5), (10), (11), (16) e (17). E calcular a queda de tensão da barra PV , vetor E_v , segundo (19);

Passo 4: realizar a otimização do problema, segundo (21) e (22);

Passo 5: atualizar as tensões das barras, segundo (23), e calcular a potência reativa da barra PV , segundo (15);

Passo 6: verificar se o critério de convergência foi atendido, se não, voltar ao Passo 3;

Para atualização das tensões nas barras são utilizadas as correntes nas linhas fornecidas pela solução e a tensão da barra de referência através da seguinte equação:

$$e_n = e_k - i_{kn} \cdot z_{kn} \quad (23)$$

sendo e_n a tensão a ser calculada, e_k a tensão conhecida, que pode ser da barra de referência ou de outra que já foi calculada, i_{kn} e z_{kn} a corrente e a impedância da linha kn , respectivamente.

4 Testes numéricos

O modelo proposto foi implementado e testado no programa computacional Matlab, utilizando a função *quadprog*, em um computador Intel Core i5 2,3 GHz com 4 GB de memória. O intuito deste trabalho foi apresentar um novo modelo e por isso não houve uma preocupação na implementação em uma linguagem que favorecesse o seu desempenho. O tempo computacional para a leitura dos dados e a montagem das matrizes foi menor do que 2 segundos, e o tempo de cada otimização foi menor do que 1 segundo.

Os testes foram realizados num sistema exemplo de cinco barras retirado de (Stagg & Ei-Abiad 1968) e a comparação foi feita com o fluxo de potência clássico Newton Raphson. Esta rede é composta por uma barra $V\theta$, três barras PQ e uma barra PV .

Três estudos foram elaborados variando a tensão especificada da barra de tensão controlada (PV). Os valores foram: 1,027, 1,037 e 1,047. A escolha desses valores teve o objetivo de analisar a convergência do problema para três situações da barra PV : a primeira quando consome potência reativa, a segunda quando não gera nem consome, e a última quando gera potência reativa. Os estudos foram denominados como: PV 1.027, PV 1.037 e PV 1.047. Nesses estudos a função objetivo utilizada foi a minimização da injeção de corrente na barra $V\theta$.

Para esses três estudos foram comparados os resultados do modelo proposto com o modelo clássico de Newton Raphson e a solução foi idêntica quanto aos valores de tensão do estado de operação do sistema. O critério de convergência do modelo proposto foi que a maior magnitude da diferença de

tensão entre a iteração atual com a iteração anterior fosse menor do que 0,0001 pu. Em todos os casos o problema convergiu em cinco iterações.

Como a convergência foi similar para os três casos é apresentado nas Figuras 3, 4 e 5 apenas o caso PV 1.047. Nas Figuras 3 e 4 são apresentadas a convergência da magnitude e do ângulo de tensão, respectivamente. E na Figura 5 é mostrada a convergência das gerações ativa e reativa da barra $V\theta$ e geração reativa da barra PV . Observa-se nessas figuras que a partir da segunda iteração os valores já estão muito próximos da solução final. Também pode ser observado na Tabela 1 esse comportamento de convergência, onde são apresentados a magnitude da diferença de tensão entre a iteração atual e a anterior para as três barras que não têm suas magnitudes de tensão especificadas, em **negrito** destaca-se o maior valor por iteração. Na Tabela 2 tem a solução para este caso com os valores de tensão das barras e os valores das gerações de potência.

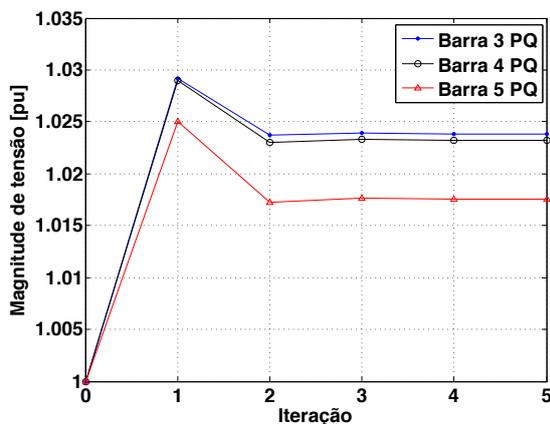


Figura 3: Convergência da magnitude de tensão.

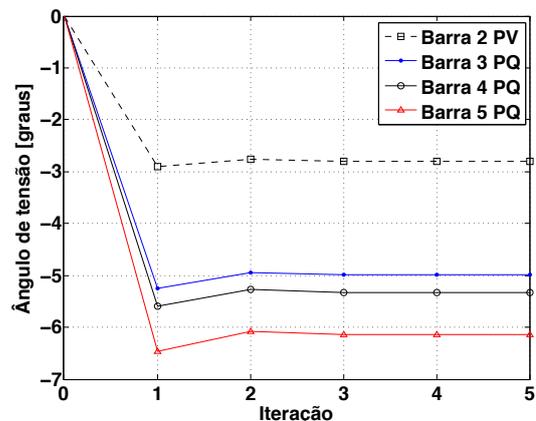


Figura 4: Convergência do ângulo de tensão.

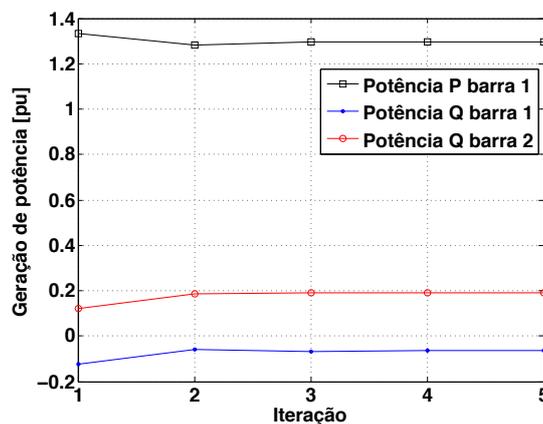


Figura 5: Convergência da geração de potência.

	iteração 1	iteração 2	iteração 3	iteração 4	iteração 5
Barra 3 PQ	0,097413	0,007782	0,000968	0,000089	0,000011
Barra 4 PQ	0,103117	0,008280	0,001034	0,000095	0,000011
Barra 5 PQ	0,116721	0,010264	0,001294	0,000121	0,000014

Tabela 1: Magnitudes da diferença de tensão utilizadas como critério de convergência.

		Tensão		Geração	
		Magnitude [pu]	Ângulo [graus]	Ativa [MW]	Reativa [MVAR]
Barra 1	V θ	1,060	0,00	129,59	-6,51
Barra 2	PV	1,047	-2,80	20,00	19,11
Barra 3	PQ	1,024	-4,99	-	-
Barra 4	PQ	1,023	-5,33	-	-
Barra 5	PQ	1,018	-6,15	-	-

Tabela 2: Solução para o caso PV 1.047.

Testamos também o FPOIC para a minimização das potências ativa e reativa dos geradores neste sistema de cinco barras. Realizamos mais dois estudos de caso: o primeiro com a faixa de operação da magnitude de tensão do gerador PV entre 0,95 e 1,05 pu, e o segundo caso com uma faixa menor sendo de 0,97 a 1,03 pu. Na Tabela 3 apresentamos esses dois casos, onde pode ser observado que no primeiro caso tem-se a menor geração de potências com a magnitude de tensão da barra PV no valor de 1,04 pu, já no segundo caso essa magnitude de tensão ficou limitada a 1,03 pu, o que ocasionou uma maior geração de potências, sendo o aumento mais significativo nas gerações reativas que passaram de 7,03 para 28,75 e 5,97 para 14,76, das barras V θ e PV, respectivamente, sendo os valores em módulo e em MVAR.

		Caso: $0,95 \leq V_{pv} \leq 1,05$				Caso: $0,97 \leq V_{pv} \leq 1,03$			
		Tensão		Geração		Tensão		Geração	
		Magnitude [pu]	Ângulo [graus]	Ativa [MW]	Reativa [MVAR]	Magnitude [pu]	Ângulo [graus]	Ativa [MW]	Reativa [MVAR]
Barra 1	V θ	1,060	0,00	129,61	7,03	1,060	0,00	129,79	28,75
Barra 2	PV	1,040	-2,70	20,00	5,97	1,030	-2,53	20,00	-14,76
Barra 3	PQ	1,019	-4,94	-	-	1,011	-4,86	-	-
Barra 4	PQ	1,018	-5,27	-	-	1,009	-5,19	-	-
Barra 5	PQ	1,011	-6,09	-	-	1,001	-6,00	-	-

Tabela 3: Solução do FPOIC minimizando gerações ativa e reativa.

Apesar de todos os testes numéricos considerar apenas uma barra *slack* para essa rede simples, vale ressaltar que no modelo de fluxo em redes, quando aplicado em FPO, não existe a restrição de só poder existir uma única barra *slack* tal que outras barras poderiam ser empregadas para fechar o balanço de fluxo. Dessa forma, a equação de balanço de fluxo é tal que as modificações nos fluxos que as perdas provocam na barra *slack* não precisam ficar concentradas em um único local da rede. A abordagem atual pode ser facilmente estendida para considerar mais de uma barra *slack*, como foi apresentado em (Oliveira et al. 2003, Azevedo et al. 2009).

5 Conclusão

Neste trabalho apresentamos em detalhes a consideração da barra de tensão controlada no modelo de fluxo de potência ótimo com injeções de corrente pelo método de fluxo em redes. Formulamos então um problema de otimização com função objetivo quadrática e restrições lineares. E realizamos testes com uma rede simples que além de obter solução igual do modelo clássico de Newton Raphson, também apresentou ótima convergência. E aplicamos o FPOIC para a minimização de gerações ativa e reativa, limitando a magnitude de tensão da barra geradora PV em uma faixa de operação, e obtivemos resultados satisfatórios. Este modelo poderia ser estendido para outras funções objetivo caso se desejasse outras aplicações.

Portanto, a consideração bem sucedida da barra de tensão controlada torna o modelo FPOIC promissor, pois dá continuidade a sua formulação e permite novos desenvolvimentos com o objetivo de aproveitar vantagens da modelagem com injeções de corrente e do método de fluxo em redes.

Como trabalho futuro tem-se a consideração de outros dispositivos de controle comumente utilizados no sistema de transmissão como por exemplo compensadores de reativos e transformadores defasadores.

Agradecimento

Os autores agradecem ao apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Referências

- Azevedo, A., Castro, C., Oliveira, A. & Soares, S. (2009), 'Security constrained optimal active power flow via network model and interior point method.', *SBA Controle & Automação* **20**(2), 206–216.
- Azevedo, A., Oliveira, A., Rider, M. & Soares, S. (2010), 'How to efficiently incorporate facts devices in optimal active power flow model.', *Journal of Industrial and Management Optimization* **6**(2), 315–331.
- Carpentier, J. (1962), 'Contribution a letude du dispatching economique', *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens* **3**(1), 431–447.
- Carvalho, M. F., Soares, S. & Ohishi, T. (1988), 'Optimal active power dispatch by network flow approach', *IEEE Transactions on Power Systems* **3**(3), 1640–1647.
- da Costa, V. M., Martins, N. & Pereira, J. L. R. (1997), 'Um procedimento alternativo para o problema do fluxo de potência', *SBA: Controle & Automação* **8**(1), 21–30.
- da Costa, V., Martins, N. & Pereira, J. L. R. (1999), 'Developments in the newton raphson power flow formulation based on current injections', *Power Systems, IEEE Transactions on* **14**(4), 1320–1326.
- da Costa, V., Pereira, J. & Martins, N. (2001), 'An augmented newton-raphson power flow formulation based on current injections', *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* **23**(4), 305 – 312.
- da Costa, V. & Rosa, A. (2008), A comparative analysis of different power flow methodologies, in 'Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2008 IEEE/PES', pp. 1–7.
- Dommel, H. & Tinney, W. (1968), 'Optimal power flow solutions', *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on* **PAS-87**(10), 1866–1876.
- Franco, P., Carvalho, M. & Soares, S. (1994), 'A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problem.', *IEEE Transactions on Power Systems* **9**, 1016–1021.
- Fujisawa, C., Carvalho, M., Azevedo, A., Soares, S., Santos, E. & Ohishi, T. (2012), Optimal power flow models using network flow method, in 'Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T D-LA), 2012 Sixth IEEE/PES', pp. 1–7.
- Garcia, P. A. N., Pereira, J. L. R., Carneiro, S., J., da Costa, V. & Martins, N. (2000), 'Three-phase power flow calculations using the current injection method', *Power Systems, IEEE Transactions on* **15**(2), 508–514.
- Garver, L. L. (1970), 'Transmission network estimation using linear programming.', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. PAS-89* pp. 1688–1696.
- Ge, S. Y. & Chung, T. S. (1999), 'Optimal active power flow incorporating power flow control needs in flexible ac transmission systems.', *IEEE Transactions on Power Systems* **14**, 738–744.
- Hobson, E., Fletcher, D. L. & Stadlin, W. O. (1984), 'Network flow linear programming and their application to fuel scheduling and contingency analysis.', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. PAS-109* pp. 1684–1691.

- Huneault, M. & Galiana, F. (1991), 'A survey of the optimal power flow literature', *Power Systems, IEEE Transactions on* **6**(2), 762–770.
- Jiang, Q., Chiang, N., Guo, C. & Cao, Y. (2009), 'Power-current hybrid rectangular formulation for interior-point optimal power flow', *Generation, Transmission Distribution, IET* **3**(8), 748–756.
- Joshi, S. & Chitaliya, G. H. (2011), A comparative analysis of optimal power flow techniques based on equivalent current injection with conventional optimal power flow methods, in 'Universities Power Engineering Conference (AUPEC), 2011 21st Australasian', pp. 1–6.
- Lee, T. H., Thorne, D. H. & Hill, E. F. (1980), 'A transportation method for economic dispatching - applications and comparison.', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. PAS-99* pp. 2373–2385.
- Lin, W.-M., Huang, C.-H. & Zhan, T.-S. (2007), Predictor-corrector interior point algorithm for current-based optimal power flow, in 'Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE', pp. 1–6.
- Lin, W.-M., Huang, C.-H. & Zhan, T.-S. (2008), 'A hybrid current-power optimal power flow technique', *Power Systems, IEEE Transactions on* **23**(1), 177–185.
- Lin, W.-M., Su, Y.-S., Chin, H.-C. & Teng, J.-H. (1999), 'Three-phase unbalanced distribution power flow solutions with minimum data preparation', *Power Systems, IEEE Transactions on* **14**(3), 1178–1183.
- Lin, W.-M., Zhan, T.-S. & Tsay, M.-T. (2004), 'Multiple-frequency three-phase load flow for harmonic analysis', *Power Systems, IEEE Transactions on* **19**(2), 897–904.
- Luo, J. S., Hill, E. F. & Lee, T. H. (1986), 'Bus incremental costs and economic dispatch.', *IEEE Transactions on Power Systems* **1**(1), 161–167.
- Momoh, J., El-Hawary, M. & Adapa, R. (1999), 'A review of selected optimal power flow literature to 1993. ii. newton, linear programming and interior point methods', *Power Systems, IEEE Transactions on* **14**(1), 105–111.
- Monticelli, A., Santos, A., Pereira, M., Cunha, S., Parker, B. & Praca, J. (1982), 'Interactive transmission network planning using a least-effort criterion', *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on PAS-101*(10), 3919–3925.
- Oliveira, A. R. L., Soares, S. & Nepomuceno, L. (2003), 'Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches.', *IEEE Transactions on Power Systems* **18**(4), 1235–1240.
- Rosehart, W. & Aguado, J. A. (2002), Alternative optimal power flow formulations, in 'Power Systems Computation Conference (PSCC)', Seville, Spain.
- Stagg, G. & El-Abiad, A. (1968), *Computer Methods in Power Systems Analysis*, McGraw-Hill.
- Sullivan, R. L. (1977), *Power System Planning*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Zhang, X.-P., Petoussis, S. & Godfrey, K. (2005), 'Nonlinear interior-point optimal power flow method based on a current mismatch formulation', *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-* **152**(6), 795–805.