

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FPO REATIVO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE DISCRETAS

Ana Paula Mazzini

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-carlense, 400 – São Carlos, SP, Brasil
apmazzini@usp.br

Guilherme Guimarães Lage

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo
glage@usp.br

Eduardo Nobuhiro Asada

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo
easada@usp.br

Geraldo Roberto Martins da Costa

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo
geraldo@sc.usp.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma abordagem para a resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) formulado como um problema de Programação Não Linear (PNL) com variáveis contínuas e discretas. Nesta abordagem, as variáveis de controle discretas do problema original são tratadas como contínuas por funções senoidais incorporadas na função objetivo por um parâmetro de penalidade; essas funções se anulam quando essas variáveis assumirem valores discretos. Assim, tem-se um problema de PNL com somente variáveis contínuas, cuja solução equivale à do problema original. Para demonstrar a eficácia e robustez desta abordagem, foram realizados testes com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. Os resultados mostram que esta abordagem para resolução do FPOR é eficaz no tratamento de variáveis de controle discretas.

PALAVRAS CHAVE. Fluxo de Potência Ótimo, Programação não linear, Variáveis discretas.

ABSTRACT

This work presents an approach for solving the Reactive Optimal Power Flow (ROPF) problem formulated as a Nonlinear Programming (NLP) problem with continuous and discrete variables. In this approach, the discrete control variables of the original problem are treated as continuous by sinusoidal functions incorporated into the objective function through a penalty parameter; these functions are null when such variables assume discrete values. This results in an NLP problem with only continuous variables; whose solution is equal to the original problem's. The effectiveness and robustness of such an approach were verified with the IEEE 14, 30, 57, 118 and 300-bus test systems. The results show that this approach for solving the ROPF problem successfully handles discrete control variables.

KEYWORDS. Optimal power flow, Nonlinear programming, Discrete variables.

1. Introdução

Problemas de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) constituem uma ampla classe de problemas cujo objetivo é a otimização de um dado desempenho operacional de um Sistema de Energia Elétrica (SEE), sujeito ao balanço de potência ativa e reativa nas barras da rede, às restrições operacionais do sistema, aos limites das variáveis de controle, aos limites de segurança da operação etc. Matematicamente, o FPO é formulado como um problema de Programação Não Linear (PNL), não convexo, restrito, estático, de grande porte e com variáveis contínuas e discretas. Desde sua proposição inicial por Carpentier (1962), o FPO tem se mostrado como uma ferramenta essencial para o planejamento e a operação dos SEEs. Atualmente o FPO aparece como uma poderosa ferramenta para análise de SEEs graças ao desenvolvimento de metodologias eficientes (Huneault e Galiana, 1991; Momoh et al., 1999a,b) e à implementação de *solvers* robustos (Quintana et al., 2000).

Um dos objetivos de um FPO é a determinação dos ajustes das variáveis de controle de um SEE responsáveis por otimizar um determinado desempenho operacional do sistema. Através da resolução do problema minimização das perdas ativas na transmissão, determina-se, portanto, o conjunto de ações de controle que levam o sistema à uma operação mais eficiente e com menor custo operacional. Esse problema de otimização é formulado como um problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), no qual as variáveis de controle associadas à potência ativa são fixas e as variáveis associadas à potência reativa são ajustadas de forma a alcançar o desempenho desejado.

A motivação para o desenvolvimento de uma metodologia que dá suporte à tomada de decisões operacionais baseada na resolução de um FPOR relaciona-se ao seu potencial de contribuir para um melhor desempenho do sistema de transmissão de energia elétrica, com um melhor perfil de tensão. Em estudos do sistema Sul-Sudeste brasileiro, as perdas ativas foram reduzidas em 3,53%, mantendo-se um perfil de tensão médio em torno de 1,010 p.u. (Baptista et al., 2006).

Em muitos problemas de análise estática de SEEs, as variáveis de controle associadas aos *taps* de transformadores em-fase e chaveamentos de bancos de capacitores e reatores *shunt* são consideradas contínuas e, posteriormente, ajustadas, ou “arredondadas”, para seu valor discreto mais próximo. Em problemas de FPO, essa abordagem pode descaracterizar a solução ótima do problema (Liu et al., 1992) ou até resultar em soluções infactíveis (Soler, 2011).

Problemas de PNL com variáveis contínuas e discretas são geralmente resolvidos por métodos de Programação Inteira-Mista (PIM). No entanto, a complexidade computacional da abordagem combinatorial para determinação de uma solução ótima desses problemas tende a aumentar exponencialmente com o número de variáveis discretas. Métodos como *Outer Approximation*, Decomposição de Benders, *Branch-and-Bound* e algoritmos de Planos de Corte são não polinomiais e requerem um grande esforço computacional quando aplicados a problemas de grande porte que envolvem um grande número de variáveis discretas (Soler, 2011). Métodos meta-heurísticos incluem heurísticas de construção e busca local que exploram o espaço de soluções, porém podem demandar um alto tempo computacional (Östermark, 2004). Nesse contexto, a modelagem estritamente discreta de variáveis de controle e o uso de métodos de PIM inviabilizam formulações mais realistas de problemas de FPO para análise de SEEs de grande porte.

Devido às dificuldades impostas pela existência de variáveis de controle discretas nos modelos de SEEs, a maioria das abordagens para resolução de problemas de FPO propostas na literatura considera a relaxação contínua desse problema, empregando métodos

clássicos de PNL. Por esses motivos, Soler et al. (2012) propuseram tratar as variáveis discretas do problema de FPOR como contínuas por funções senoidais ψ incorporadas na função objetivo do problema original por um parâmetro de penalidade; essas funções se anulam quando essas variáveis assumirem valores discretos. Assim, tem-se um problema de PNL com somente variáveis contínuas, cuja solução equivale à do problema original. Nesse trabalho, as variáveis de controle associadas aos *taps* de transformadores e aos elementos *shunt* foram modeladas como variáveis ajustadas por passos discretos constantes.

Com o objetivo de expandir os resultados apresentados por Soler et al. (2012), essa função senoidal ψ é empregada neste trabalho para também tratar as variáveis de controle associadas aos elementos *shunt* com ajustes por passos discretos distintos. O problema de FPOR modificado (somente com variáveis contínuas) é resolvido pelo método do gradiente reduzido generalizado implementado no *solver* CONOPT (Drud, 1985, 1992) e pelo método de pontos interiores implementado no *solver* IPOPT (Wächter e Biegler, 2006; Computational Infrastructure for Operations Research, 2011). Foram realizados testes com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras, e os resultados mostram que esta abordagem para resolução do FPOR é eficaz no tratamento de variáveis de controle discretas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema de FPOR com variáveis de controle contínuas e discretas. Na Seção 3, apresenta-se a abordagem desenvolvida por Soler et al. (2012) aplicada à discretização de variáveis de controle ajustadas por passos discretos distintos. Na Seção 4 são apresentados os resultados obtidos. E, finalmente, na Seção 5 apresentam-se as conclusões.

2. Formulação do Problema de FPO Reativo com Variáveis Contínuas e Discretas

Matematicamente, o problema de FPOR pode ser formulado como um problema de Programação Não Linear com Variáveis Contínuas e Discretas (PNLCD). Em (1), as magnitudes e os ângulos de fase da tensão nas barras são modelados como variáveis contínuas, e os *taps* dos transformadores e as susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt* são modeladas como variáveis discretas. O desempenho operacional do sistema a ser otimizado é a minimização das perdas ativas na transmissão. Esse modelo de FPOR é, portanto, dado por:

$$\min \sum_{k,m \in \mathcal{L} \cup \mathcal{T}} g_{km} \left(\frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 + V_m^2 - 2 \frac{1}{t_{km}} V_k V_m \cos \theta_{km} \right) \quad (1a)$$

$$\text{s.a: } P_k - \sum_{m \in \mathcal{V}_k} P_{km}(V, \theta, t) = 0 \quad \forall k \in \mathcal{G}' \cup \mathcal{C} \quad (1b)$$

$$Q_k + Q_k^{sh}(V_k, b_k^{sh}) - \sum_{m \in \mathcal{V}_k} Q_{km}(V, \theta, t) = 0 \quad \forall k \in \mathcal{C} \quad (1c)$$

$$Q_{G_k}^{min} \leq Q_{G_k}(V, \theta, t, b_k^{sh}) \leq Q_{G_k}^{max} \quad \forall k \in \mathcal{G} \quad (1d)$$

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max} \quad \forall k \in \mathcal{B} \quad (1e)$$

$$b_k^{sh} \in \mathcal{D}_k^{sh} \quad \forall k \in \mathcal{B}^{sh} \quad (1f)$$

$$t_{km} \in \mathcal{D}_{km}^{tap} \quad \forall k, m \in \mathcal{T} \quad (1g)$$

onde V e θ são, respectivamente, os vetores das magnitudes e ângulos de fase da tensão nas barras do sistema; t é o vetor dos *taps* variáveis de transformadores em-fase; b^{sh} é o vetor das susceptâncias equivalentes dos bancos de capacitores e reatores *shunt*; P_k e Q_k representam, respectivamente, as injeções líquidas de potência ativa e reativa na barra k ; Q_{G_k} é a potência reativa gerada na barra k ; Q_k^{sh} é a injeção de potência reativa pelo *shunt* da barra k ; P_{km} e Q_{km} são os fluxos de potência ativa e reativa no ramo $k-m$; θ_{km} é a diferença entre os ângulos de fase da tensão nas barras k e m ; e g_{km} é a condutância série associada ao elemento de transmissão do ramo $k-m$.

Ainda, tem-se que \mathcal{B} é o conjunto de todas as barras do sistema; \mathcal{G} é conjunto das barras de geração; \mathcal{G}' é conjunto das barras de geração menos a barra *slack*; \mathcal{C} é conjunto das barras de carga; \mathcal{B}^{sh} é conjunto das barras com controle da magnitude de tensão por bancos de capacitores e reatores *shunt*; \mathcal{L} é o conjunto dos ramos $k-m$ que representam linhas de transmissão; \mathcal{T} é conjunto dos ramos $k-m$ que representam transformadores em-fase com *tap* variável; \mathcal{V}_k é o conjunto das barras vizinhas à barra k ; e, finalmente, \mathcal{D}_{km}^{tap} é o conjunto dos valores discretos dos *taps* de transformadores e \mathcal{D}_k^{sh} é o conjuntos dos valores discretos da susceptância equivalente dos bancos de capacitores e reatores *shunt*.

3. Abordagem para Resolução do Problema

Nesta seção é apresentada a abordagem desenvolvida por Soler et al. (2012) para resolução de problemas de PNLCD. Nessa abordagem, as variáveis discretas serão tratadas como contínuas por funções senoidais ψ incorporadas na função objetivo do problema de FPO, transformando o problema de PNLCD em um problema de PNL com somente variáveis contínuas.

3.1. Modificação do Problema de PNLCD

Considere o seguinte problema de PNLCD :

$$\min \quad f(x) \quad (2a)$$

$$\text{s.a:} \quad g_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, p \quad (2b)$$

$$h_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, q \quad (2c)$$

$$x_{1_i}^{min} \leq x_{1_i} \leq x_{1_i}^{max} \quad i = 1, \dots, m_1 \quad (2d)$$

$$x_{2_i} \in \mathcal{D}_{x_i} \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (2e)$$

onde $x_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ é o vetor das variáveis contínuas e $x_2 \in \mathcal{D}_x \subset \mathbb{R}^{m_2}$ é o vetor das variáveis discretas, com $x = (x_1, x_2)$; \mathcal{D}_x é o conjunto dos valores discretos de cada variável x_2 ; $f : \mathbb{R}^{m_1} \times \mathbb{R}^{m_2} \rightarrow \mathbb{R}$; $g : \mathbb{R}^{m_1} \times \mathbb{R}^{m_2} \rightarrow \mathbb{R}^p$, com $p < m_1 + m_2$; e $h : \mathbb{R}^{m_1} \times \mathbb{R}^{m_2} \rightarrow \mathbb{R}^q$.

De acordo com Soler et al. (2012), a função $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ para o tratamento de variáveis discretas x_2 na resolução de problemas como (2) é definida como:

$$\psi(y_i) = \left[\text{sen} \left(\frac{y_i}{y_i^{sup} - y_i^{inf}} \pi + \alpha_i \right) \right]^{2\beta}, \quad (3)$$

onde $\beta > 0$ é um parâmetro inteiro que determina a forma da função ψ ; y_i^{sup} é o valor discreto em \mathcal{D}_{x_i} imediatamente superior a y_i ; y_i^{inf} é o valor discreto em \mathcal{D}_{x_i} imediatamente inferior a y_i ; y_i^{min} é o menor valor do conjunto de valores discretos \mathcal{D}_{x_i} ; y_i^{max} é o maior valor do conjunto de valores discretos \mathcal{D}_{x_i} ; e α_i é uma constante definida no intervalo $[0; \pi]$ tal que a função ψ se anule em $y_i = x_{2_i} \in \mathcal{D}_{x_i}$.

Logo, a função ψ é definida da seguinte forma:

$$\psi(y_i) = \begin{cases} 0 & \text{se } y_i \in \mathcal{D}_{x_i} \\ \rho > 0 & \text{c.c.} \end{cases}, \quad (4)$$

ou seja, ψ se anula somente se y_i assumir valores discretos.

Através da incorporação de funções ψ na função objetivo do problema (2) para cada variável discreta, obtém-se o seguinte problema modificado:

$$\min \quad f(x) + \gamma \sum_{i=1}^{m_2} \psi(x_{2_i}) \quad (5a)$$

$$\text{s.a:} \quad g_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, p \quad (5b)$$

$$h_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, q \quad (5c)$$

$$x_{1_i}^{\min} \leq x_{1_i} \leq x_{1_i}^{\max} \quad i = 1, \dots, m_1 \quad (5d)$$

$$x_{2_i}^{\min} \leq x_{2_i} \leq x_{2_i}^{\max} \quad i = 1, \dots, m_2 \quad (5e)$$

onde $\gamma > 0$ é um parâmetro de penalidade que controla da amplitude da função ψ ; $x_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ e $x_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$ são vetores de variáveis contínuas, com $x = (x_1, x_2)$ e $x \in \mathbb{R}^n$; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$; $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, com $p < n$; e $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$. No problema modificado (5), as funções f , g e h são de classe C^2 e $x_2^{\min}, x_2^{\max} \in \mathbb{R}^{m_2}$ são os vetores dos limites inferior e superior das variáveis contínuas x_2 , com $x_2^{\min} = \min\{D_{x_i}\}$ e $x_2^{\max} = \max\{D_{x_i}\}$ para $i = 1, \dots, m_2$.

A função objetivo (5a) é denominada função objetivo aumentada, pois esta consiste na função objetivo do problema original acrescida das funções ψ .

3.1.1. Definição da Constante α

Como $\sin(y) = 0$ somente quando $y = n\pi$, sendo $n \in \mathbb{Z}$, a determinação da constante α na função ψ definida em função de $x_2 \in \mathcal{D}_x$ é feita da seguinte forma:

$$\frac{x_2}{x_2^{\sup} - x_2^{\inf}} \pi + \alpha = n\pi \quad \Rightarrow \quad \alpha = \left(n - \frac{x_2}{x_2^{\sup} - x_2^{\inf}} \right) \pi. \quad (6)$$

Portanto, como $\alpha \in [0; \pi]$, n deve ser igual ao inteiro superior mais próximo de:

$$\frac{x_2}{x_2^{\sup} - x_2^{\inf}}. \quad (7)$$

Quando o conjunto de valores discretos \mathcal{D}_x é formado por elementos cujas distâncias entre dois valores consecutivos sejam iguais, α é igual para todos os intervalos entre os valores de \mathcal{D}_x .

Quando o conjunto de valores discretos \mathcal{D}_x é formado por elementos cujas distâncias entre dois valores consecutivos sejam distintas, α deve ser especificado em função de cada intervalo entre os valores de \mathcal{D}_x . Nesses casos, a função ψ passa a ser definida por partes.

3.1.2. Influência do Parâmetro β na Função ψ

Para a análise da influência do parâmetro β na função ψ , considere a seguinte variável $x_2 \in \mathcal{D}_x = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Como os elementos do conjunto \mathcal{D}_x são números inteiros, e a distância entre dois valores discretos consecutivos de \mathcal{D}_x é constante e igual a 1, tem-se que $\alpha = 0$ pois, dessa

forma, a função ψ se anula para todo $x_2 \in \mathcal{D}_x$. A função ψ definida em função de \mathcal{D}_x é dada por:

$$\psi(x) = [\text{sen}(x\pi)]^{2\beta} \quad (8)$$

A representação gráfica da função (8) é dada na Fig. 1.

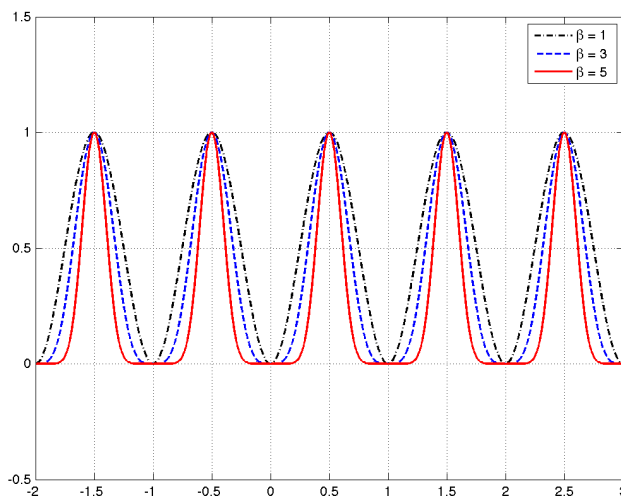


Figura 1. Representação gráfica da função (8).

Como pode ser observado, o valor do parâmetro β influencia na forma da função ψ : quanto maior for o valor dessa constante, mais “achatadas” e, portanto, menos penalizadas serão as regiões vizinhas aos valores definidos em \mathcal{D}_x .

3.2. Algoritmo de Discretização

O algoritmo proposto por Soler et al. (2012) consiste na resolução de uma sequência de problemas modificados como (5) até que todas as variáveis associadas às variáveis discretas do problema original assumam valores discretos.

Nesse algoritmo, a determinação de um valor inicial para o parâmetro γ é fundamental para que a solução do problema (5) seja encontrada. Para que o valor de γ seja determinado corretamente, propõe-se a resolução de uma série de problemas como (5) para diferentes valores de γ , com γ crescendo gradualmente. O ajuste do crescimento de γ é dado por:

$$\gamma^{k+1} = c\gamma^k \quad (9)$$

onde c é o fator de ajuste do crescimento de γ , definido no intervalo $(1, 10]$, e k representa a k -ésima iteração do algoritmo.

O processo de resoluções sucessivas do problema (5) e de ajuste do parâmetro γ continua até que um dos seguintes critérios sejam satisfeitos.

O primeiro critério consiste no critério de convergência do algoritmo e avalia a discretização das variáveis x_2 na solução corrente. Se a maior diferença entre uma variável x_2^k e seu valor discreto mais próximo for menor que uma tolerância predeterminada, isso significa que a discretização definida por x_2^k é suficientemente boa e o algoritmo para. Matematicamente, esse critério pode ser representado por:

$$\|x_2^k - x_2'\|_\infty \leq \xi_1 \quad (10)$$

onde $x'_{2_i} \in \mathcal{D}_{x_i}$ é o valor discreto mais próximo de $x_{2_i}^k$, para $i = 1, \dots, m_2$, e ξ_1 é a tolerância de discretização do algoritmo.

O segundo critério consiste em um critério de parada do algoritmo e avalia os ajustes nas variáveis x_2 entre duas iterações consecutivas. Se o maior ajuste em uma variável x_2 for menor que uma tolerância predeterminada, o algoritmo é interrompido. Nesse caso, a solução do problema (5) pode não corresponder a uma solução do problema (2). Matematicamente, esse critério pode ser representado por:

$$\|x_{2_i}^k - x_{2_i}^{k-1}\|_{\infty} < \xi_2 \quad (11)$$

onde ξ_2 é a tolerância de ajuste das variáveis discretas entre duas iterações consecutivas.

Portanto, a resolução de um problema de PNLCD como (2) é feita seguindo-se o seguinte Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Algoritmo de Discretização

- P1.** Dado o problema (2), defina ψ para cada variável x_2 e construa o problema (5);
- P2.** Faça $k = 0$;
Dê um valor inicial para as variáveis x_1^0 e x_2^0 e para o parâmetro γ^0 ;
Especifique c , β , ξ_1 e ξ_2 ;
- P3.** Resolva o problema (5), com γ^k fixo;
- P4.** Admita (x_1^k, x_2^k) como uma solução e vá para o passo **P5**;
- P5.** Se x_2^k satisfizer a condição (10) ou (11), o algoritmo **para**;
Caso contrário, atualize o parâmetro γ por (9), faça $k = k + 1$ e volte ao passo **P3**.

4. Resultados Numéricos

Para avaliar a eficácia da abordagem de discretização apresentada e sua dependência com relação à definição de parâmetros, foram realizados testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras (UW Power Systems Test Case Archive, 1999). Os problemas de FPOR modificados (como (5)) foram implementados na linguagem para modelagem de problemas de programação matemática GAMS (General Algebraic Modeling Systems, 2013) e resolvidos pelos *solvers* CONOPT e IPOPT.

Nos testes realizados, considerou-se que os limites mínimo e máximo da magnitude de tensão em cada barra fossem, respectivamente, 0,95 e 1,05 p.u. Além disso, assume-se que cada *tap* de transformador em-fase, cujos passos de ajuste são constantes, possua 32 posições de ajustes discretos definidas dentro do intervalo de 0,88 e 1,12 p.u.

Em todos os testes apresentados, o fator c de ajuste do parâmetro γ foi considerado igual a 10 e as tolerâncias de convergência ξ_1 e de parada ξ_2 consideradas foram, ambas, iguais a 10^{-6} .

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos através do emprego da abordagem de discretização apresentada neste trabalho. Para efeitos de comparação, são apresentados também os resultados obtidos através da relaxação contínua do problema de FPOR.

Nesta abordagem, a especificação de um valor inicial para o parâmetro γ é crucial para se obter bons resultados; a determinação do valor inicial desse parâmetro depende do sistema elétrico e foi realizada de forma empírica.

Na Tabela 1, o asterisco após o número de iterações significa que o algoritmo de discretização foi interrompido pelo critério (11).

Tabela 1. Resultados obtidos

Sistema Elétrico:	14 Barras	30 Barras	57 Barras	118 Barras	300 Barras
Relaxação Contínua (CONOPT)					
Perdas (MW)	13,6040	17,7484	23,2130	117,0299	379,9199
tempo (s)	0,265	0,297	0,390	0,829	2,515
CONOPT					
γ^0	10^{-4}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-6}
$\beta = 1$					
Perdas (MW)	13,6063	17,7553	24,9040	117,1761	382,3948
Iterações	4	5	8	7	11
Tempo (s)	0,796	1,375	4,422	6,297	46,094
γ^0	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-11}
$\beta = 3$					
Perdas (MW)	13,6063	17,7544	24,9002	117,2389	381,8141
Iterações	24	24	29	31	22*
Tempo (s)	5,187	6,188	16,954	28,953	145,063
γ^0	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-11}
$\beta = 5$					
Perdas (MW)	13,6063	17,7544	24,9033	117,1761	–
Iterações	40	40	47	43*	–
Tempo (s)	11,625	13,031	30,938	41,922	–
IPOPT					
γ^0	10^{-4}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-6}
$\beta = 1$					
Perdas (MW)	13,6064	17,7560	24,9881	117,2291	381,6211
Iterações	4	8	9	8	10
Tempo (s)	1,125	2,438	4,703	10,703	145,406
γ^0	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-11}
$\beta = 3$					
Perdas (MW)	13,6397	17,7595	24,9647	117,2951	382,5245
Iterações	26	26	27	29*	35*
Tempo (s)	7,625	9,125	21,422	39,359	330,250
γ^0	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-11}
$\beta = 5$					
Perdas (MW)	13,6145	17,7927	25,0031	117,2434	–
Iterações	41	42	44	47*	–
Tempo (s)	13,219	17,484	36,406	81,687	–

Nos testes realizados com o sistema IEEE de 300 barras, o algoritmo de discretização não convergiu para $\beta = 5$. Nestes casos, à medida que o parâmetro γ crescia, o problema modificado ficava cada vez mais mal condicionado, e ambos os *solvers* apresentaram problemas de *bad scaling*.

De acordo com os resultados apresentados, pode-se inferir que, para os problemas de FPOR implementados, $\beta = 1$ resulta na obtenção de uma solução discreta em um menor número de iterações.

4.1. Sistema Elétrico IEEE de 14 Barras

O sistema elétrico IEEE de 14 barras possui as seguintes características: 1 barra *slack*; 5 barras com controle de geração de reativos; 9 barras de carga; 1 banco de capacitores; 17 linhas de transmissão e 3 transformadores em-fase com *tap* variável.

Assume-se que o banco de capacitores possua 4 níveis de ajuste: a susceptância equivalente do *shunt* deve assumir valores discretos pertencentes ao conjunto $\{0; 0,19; 0,34; 0,39\}$. Observe que esta variável deve ser ajustada por passos discretos distintos.

As Figuras 2 e 4 mostram a discretização alcançada para os *taps* dos transformadores do sistema, com $\beta = 1$ e $\beta = 3$. As Figuras 3 e 5 mostram a discretização alcançada para a susceptância equivalente do *shunt*.

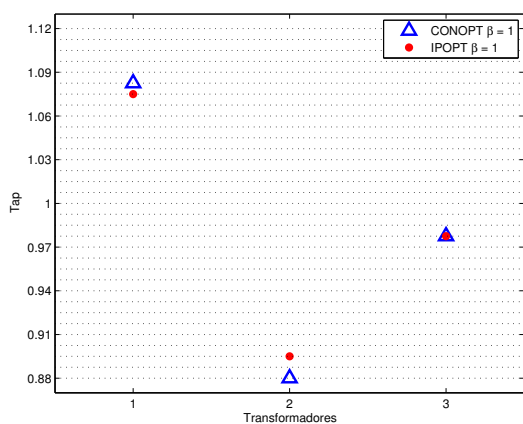


Figura 2. Tap discreto do sistema 14 barras ($\beta = 1$).

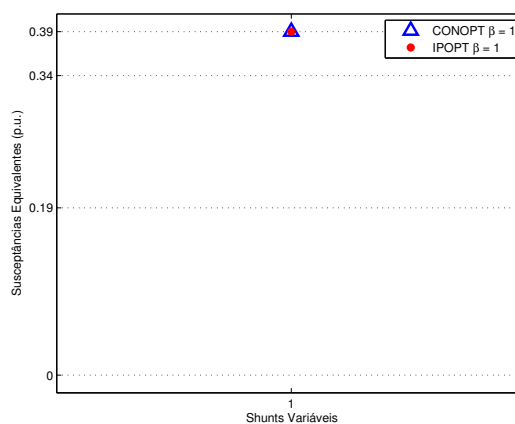


Figura 3. Shunt discreto do sistema 14 barras ($\beta = 1$).

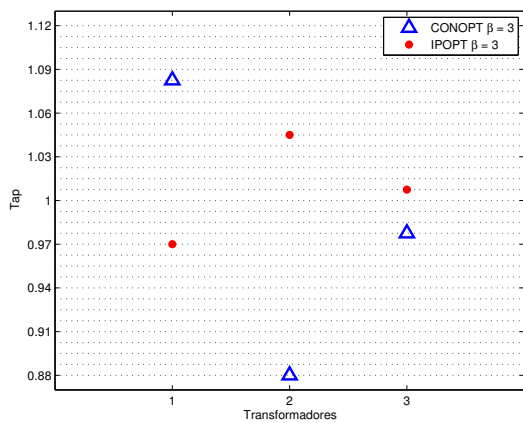


Figura 4. Tap discreto do sistema 14 barras ($\beta = 3$).

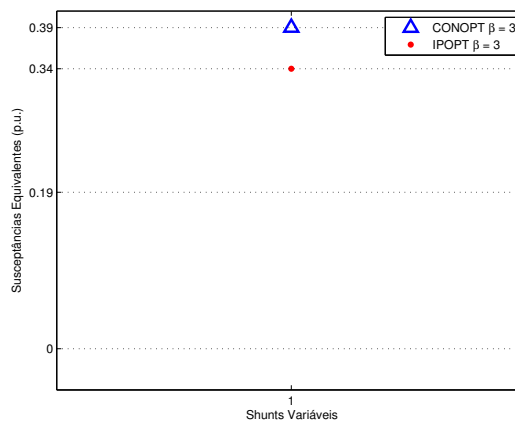


Figura 5. Shunt discreto do sistema 14 barras ($\beta = 3$).

4.2. Sistema Elétrico IEEE de 300 Barras

O sistema elétrico IEEE de 300 barras possui as seguintes características: 1 barra *slack*; 69 barras com controle de geração de reativos; 231 barras de carga; 8 bancos de capacitores; 6 reatores *shunt*; 302 linhas de transmissão e 107 transformadores em-fase com *tap* variável.

As susceptâncias equivalentes dos elementos *shunt* (do tipo capacitivo ou indutivo) podem assumir valores discretos definidos pelos seguintes conjuntos: $b_1^{sh} \in \{0; 2,9; 3,5; 4,5\}$; $b_2^{sh}, b_3^{sh}, b_6^{sh}, b_7^{sh}, b_{12}^{sh} \in \{0; 0,25; 0,44; 0,59\}$; $b_4^{sh}, b_5^{sh}, b_9^{sh}, b_{10}^{sh} \in \{0; -4,5\}$; $b_8^{sh} \in \{0; -2,5\}$; $b_{11}^{sh} \in \{0; -1,5\}$; $b_{13}^{sh}, b_{14}^{sh} \in \{0; 0,15\}$. Observe que cada uma dessas variáveis deve ser ajustada por passos discretos distintos ou únicos.

A Figura 6 mostra a discretização alcançada para os *taps* de transformadores do sistema, com $\beta = 1$. A Figura 7 mostra a discretização alcançada para os elementos *shunt* do sistema. Como para $\beta = 3$ o algoritmo não encontra uma solução discreta para este sistema, pois o processo iterativo para pela condição (11), esses resultados não são apresentados.

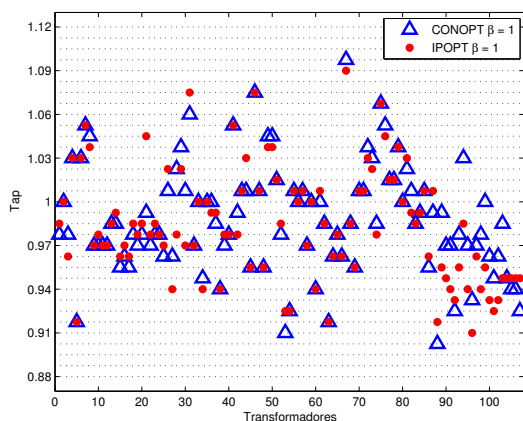


Figura 6. Tap discreto do sistema 300 barras.

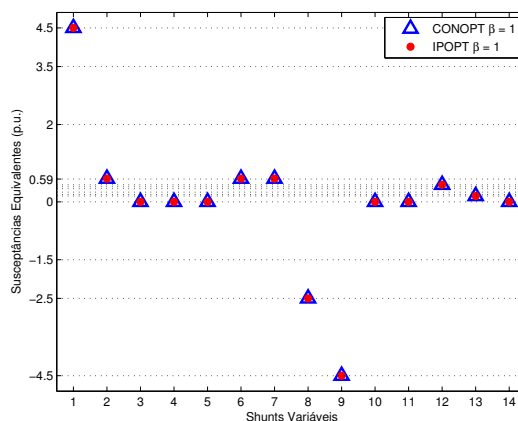


Figura 7. Shunt discreto do sistema 300 barras.

4.3. Análise dos Resultados

Embora os valores obtidos para as variáveis discretas do problema de FPOR sejam, de forma geral, diferentes em função dos *solvers* utilizados e do parâmetro β , os valores obtidos para a função perdas ativas na transmissão são relativamente próximos. É importante ressaltar que a vantagem desta abordagem está no fato de obter-se uma solução do problema de FPOR com os *taps* e susceptâncias *shunt* discretos, respeitando-se, ao mesmo tempo, todas as restrições operacionais e limites do sistema.

Assim, abordagem de discretização apresentada neste trabalho se mostra bastante eficaz no tratamento das variáveis discretas de problemas de PNLCD como o FPOR (1). Entretanto, as escolhas de β e γ^0 são cruciais para o sucesso desta abordagem.

5. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se uma abordagem para resolução do problema de FPOR, formulado como um problema de PNLCD. Nela, as variáveis de controle discretas do problema original (ajustadas por passos discretos constantes ou passos discretos distintos) são tratadas como contínuas pelas funções senoidais (3) que são incorporadas na

função objetivo por um parâmetro de penalidade γ . Para avaliar sua eficácia, foram realizados testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. Os problemas de FPOR modificados (como (5)) foram implementados na linguagem para modelagem de problemas de programação matemática GAMS e resolvidos pelos solvers CONOPT e IPOPT. Pelos resultados obtidos, pode-se concluir que a abordagem de discretização apresentada se mostra bastante eficaz no tratamento das variáveis de controle discretas do problema de FPOR (1). No entanto, as escolhas dos parâmetros β e c e do valor inicial de γ são cruciais para o sucesso desta abordagem. O estudo e definição de uma metodologia para especificação desses parâmetros serão temas de trabalhos futuros.

Agradecimentos

Este trabalho teve o apoio financeiro das seguintes agências brasileiras de fomento à pesquisa: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

Referências

- Baptista, E. C., Belati, E. A., de Sousa, V. A., e da Costa, G. R. M.** (2006). Primal-dual logarithmic barrier and augmented Lagrangian function to the loss minimization in power systems. *Electric Power Components and Systems*, 34(7):775–784.
- Carpentier, J. L.** (1962). Contribution à l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, 3(8):431–447.
- Computational Infrastructure for Operations Research** (2011). Interior point optimizer (IPOPT), version 3.10, release 3.10.1. Solver de código aberto para a resolução de problemas de otimização de grande porte. Disponível em: <<http://www.coin-or.org/projects/Ipopt.xml>>. Acesso em: 16 dez. 2011.
- Drud, S. A.** (1985). CONOPT. *Mathematical Programming*, 31:153–191.
- Drud, S. A.** (1992). A large-scale GRG code. *ORSA Journal on Computing*, 6:207–216.
- General Algebraic Modeling Systems** (2013). Gams distribution 24.0. Disponível em: <<http://www.gams.com>>. Acesso em 15 mar. 2013.
- Huneault, M. e Galiana, F. D.** (1991). A survey of the optimal power flow literature. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(2):762–770.
- Liu, W.-H. E., Papalexopoulos, A. D., e Tinney, W. F.** (1992). Discrete shunt controls in a Newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(4):1509–1518.
- Momoh, J. A., El-Hawary, M. E., e Adapa, R.** (1999a). A review of selected optimal power flow literature to 1993. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):96–104.
- Momoh, J. A., El-Hawary, M. E., e Adapa, R.** (1999b). A review of selected optimal power flow literature to 1993. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):105–111.
- Östermark, R.** (2004). A multipurpose parallel genetic hybrid algorithm for non-linear non-convex programming problems. *European Journal of Operational Research*, 152(1):195–214.
- Quintana, V. H., Torres, G. L., e Medina-Palomo, J.** (2000). Interior-point methods and their applications to power systems: a classification of publications and software codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(1):170–176.
- Soler, E. M.** (2011). *Resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas*. Tese (Doutorado em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

- Soler, E. M., de Sousa, V. A., e da Costa, G. R. M.** (2012). A modified primal-dual logarithmic-barrier method for solving the optimal power flow problem with discrete and continuous control variables. *European Journal of Operational Research*, 222(3):616–622.
- UW Power Systems Test Case Archive** (1999). Disponibiliza sistemas-teste IEEE para validação de metodologias e algoritmos de análise computacional de sistemas de energia elétrica. Disponível em: <<http://www.ee.washington.edu/research/pstca>>. Acesso em: 26 dez. 2011.
- Wächter, A. e Biegler, L. T.** (2006). On the implementation of a primal-dual interior point filter line search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 106(1):25–57.