

## COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA E ÍNDICE DE MALMQUIST PARA AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA EM DISTRIBUIDORAS DE ENERGIA ELÉTRICA

**Gustavo Naciff de Andrade**  
Universidade Federal Fluminense  
gnandrade@id.uff.br

**Annibal Parracho Sant'Anna**  
Universidade Federal Fluminense  
annibal.parracho@gmail.com

### RESUMO

Este artigo contribui para aprimorar o debate sobre custos operacionais eficientes em distribuidoras de energia elétrica. A partir do conceito de composição probabilística, desenvolvido por Sant'Anna (2002), e do índice de Malmquist (1953), é avaliada a questão da eficiência sob o prisma probabilístico levando em consideração estratégias distintas, mas complementares, que ajudam a avaliar a problemática de maneira completa. Assim efetua-se inicialmente uma avaliação otimista e progressista, na qual se calcula a probabilidade de não ser o melhor em nenhum dos critérios. A seguir o mesmo problema é analisado sob a ótica conservadora e pessimista, na qual se calcula a probabilidade de a opção não ser a pior segundo nenhum dos critérios. Por fim, propõe-se um novo índice de Malmquist probabilístico em que se integram os dois pontos de vista dando uma nova dimensão a esta análise bastante distinta das modelagens mais usuais para estes tipos de problema.

**PALAVRAS CHAVE.** Composição Probabilística, Análise de Eficiência, Índice de Malmquist.

**Área principal:** EN - PO na Área de Energia

### ABSTRACT

This paper contributes to improve the debate on efficient operating costs for electricity distributors. From the concept of probabilistic composition developed by Sant'Anna (2002) and the Malmquist index (1953), the study evaluates the efficiency through the probabilistic prism considering distinct but complementary strategies that help to evaluate the problematic in a complete way. First is performed an optimistic and progressive evaluation, in which is calculated the probability of not being the best in any criterion. In next step, the same problem is analyzed under a conservative and pessimistic optic, which calculates the probability of the option not to being the worst by any criteria. Finally, a new probabilistic Malmquist index is proposed to integrate the two points of view, what gives a new dimension to the analysis, quite distinct from the usual mathematical models for these types of problem.

**KEYWORDS.** Composition Probabilistic. Efficiency Analysis, Malmquist Index.

**Main area:** EN - OR in Energy

## 1. Introdução

A indústria da energia elétrica é caracterizada como uma indústria de rede e assim exige a atuação conjunta e simultânea de vários segmentos para que seja possível disponibilizar o produto final (energia) ao consumidor. Para tanto ela é formada pelos segmentos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

Uma característica usualmente aceita nas indústrias de rede é que os segmentos de transporte e distribuição apresentam características típicas de monopólios naturais. Os monopólios naturais são situações nas quais há economias de escala na faixa relevante de produção, ou seja, o custo de produção é mínimo em elevado nível de produção em relação ao total produzido (Pinto Jr. *et al.*, 2007). Assim, no caso da distribuição de eletricidade, dada a essencialidade do produto (interesse público) e o fato de que a prestação deste serviço será ofertada a um menor custo caso haja apenas uma empresa atuando, considera-se a atividade um monopólio natural.

No entanto, sem a interferência do poder público as firmas monopolistas poderiam auferir lucros extraordinários. Desta forma surge a figura do regulador como o responsável por, entre outras funções, evitar abusos de poder dos monopolistas, incentivar eficiência econômica simulando condições de mercado, garantir universalidade e qualidade do serviço, assim como a estabilidade do marco regulatório e a manutenção do equilíbrio da concessão.

No Brasil a atividade de distribuição de energia elétrica é autorizada pela União por meio de decreto condicionado a celebração de um contrato entre as partes. O Ambiente de Contratação Regulada (ACR) é caracterizado como o mercado de contratação das distribuidoras de energia elétrica para atendimento aos seus consumidores cativos sendo regulado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

Dentre as atribuições regulatórias da ANEEL está a Revisão Tarifária Periódica (RTP), que é um dos mecanismos de definição do valor da energia paga pelos consumidores de energia elétrica e é realizada em média a cada quatro anos. A RTP reposiciona o valor da chamada Parcela B da tarifa, parcela que compreende os custos da atividade de distribuição (custos gerenciáveis pela distribuidora). Assim, neste mecanismo redefinem-se os níveis eficientes dos custos operacionais e a remuneração adequada dos investimentos das distribuidoras.

Esta atividade realizada pelo regulador objetiva simular ambiente de mercado para o setor que apresenta características monopolísticas e definir o preço a ser pago pelo consumidor. Segundo ANEEL (2010), as variações dos preços em um mercado competitivo possuem três fontes bem definidas: variação tecnológica, economias de escala e escopo e preços dos insumos. As duas primeiras impactam os preços por alterarem a produtividade. Assim, na hipótese de preços de insumos constantes, aumentos de produtividade gerarão redução dos preços, que no momento da RTP é repassado aos consumidores em prol da modicidade tarifária, estabelecendo-se assim os novos padrões de produtividade exigidos pelo regulador.

A ANEEL ao longo dos ciclos tarifários vem evoluindo e aperfeiçoando a metodologia utilizada para definir os custos operacionais eficientes das distribuidoras. No primeiro ciclo de revisão tarifária o custo era definido com base na empresa de referência, conceito que ainda foi aplicado no segundo ciclo, mas com a introdução da análise de consistência global. A empresa de referência é a representação matemática da atividade de distribuição através da definição das atividades e processos das distribuidoras e o custo médio de cada atividade desenvolvida.

Já no terceiro ciclo passou-se a utilizar modelos de *benchmarking* para estimar a eficiência e produtividade das empresas e do setor. Vale ressaltar que esta abordagem é bastante usual por reguladores internacionais. São diversos os métodos utilizados na literatura internacional para analisar a eficiência de empresas, dentre as quais se podem destacar *Data Envelopment Analysis* –DEA (Charnes *et al.*, 1978), *Stochastic Frontier Analysis* – SFA (Aigner *et al.*, 1977) e *Corrected Ordinary Least Squares* – COLS (Aigner e Chu, 1968). Para avaliar a evolução temporal das eficiências estimadas por estes métodos de *benchmarking* é usual a utilização de índices como o de Malmquist (1953) e Tornquist (1936).

Em ANEEL (2011) é proposta a estimativa da evolução da produtividade a partir dos custos operacionais como *input* e número de consumidores, mercado composto e extensão de redes como *output*. Nesse estudo são utilizadas técnicas como DEA e COLS e os índices de Tornquist e Malmquist a fim de estimar tanto a evolução da produtividade quanto a análise da eficiência de cada distribuidora.

O presente artigo objetiva analisar a mesma problemática apresentada em ANEEL (2011), mas utilizando como técnica para análise de eficiência a composição probabilística (Sant'Anna, 2002) e o índice de Malmquist probabilístico (Sant'Anna, 2005). Esta abordagem trata a questão de forma distinta da usualmente encontrada na literatura ao abordar a eficiência através de um prisma probabilístico. Assim, mais do que comparar resultados espera-se enriquecer a discussão acerca dos custos eficientes de distribuidoras.

## 2. Análise de eficiência aplicada ao setor de energia elétrica

A análise de eficiência de empresas de distribuição de energia elétrica é bastante frequente na literatura. Jamasb e Polit (2001) relataram a crescente importância dos métodos de *benchmarking* no contexto da regulação por incentivos de distribuidoras e transmissoras de energia elétrica. Ao analisarem países da OECD e alguns outros países os autores observam uma preferência por métodos não paramétricos.

Souza *et al.* (2007) avaliam 40 distribuidoras de energia elétrica no Brasil utilizando a abordagem determinística de DEA e a estocástica da SFA, concluindo que a escolha do método mais adequado depende da aplicação. No mesmo estudo, utilizando dados do segundo ciclo de revisão tarifária, os autores julgaram como adequado o procedimento adotado pela ANEEL para a transmissão de energia elétrica no Brasil com a utilização de DEA, dada a pequena quantidade de empresas (*Decision making units* – DMU) na amostra. Para o segmento de distribuição que apresenta amostra maior (40 DMUs) foi possível aplicar as duas abordagens e assim aumentar a robustez da análise.

Sollero e Lins (2004) argumentam que a liberdade de pesos da modelagem clássica de DEA com retorno constante de escala (CRS) pode conduzir a uma atribuição incorreta de elevada eficiência. Neste contexto propõe-se a incorporação de informações preferenciais como restrições aos pesos para possibilitar aos gestores das distribuidoras avaliarem mais adequadamente a eficiência de cada DMU, bem como estabelecer faixas de variação para insumos e produtos.

Tschaffon e Meza (2011) apresentam metodologia DEA com a inserção dos indicadores de qualidade operacional DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) e FEC (Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) como *outputs* indesejáveis. Os autores ainda defendem a utilização do conceito de fronteira invertida para diminuir a benevolência típica de DEA.

Já Andrade (2010) avalia transmissoras brasileiras utilizando tanto a abordagem DEA quanto a composição probabilística, além da evolução temporal destas segundo o índice Malmquist.

Ramos-Real *et. al.* (2009), através de modelagem DEA-Malmquist, analisaram amostra de 17 distribuidoras brasileiras entre 1998 e 2005 para avaliar a evolução do segmento no Brasil. Este estudo conclui que houve uma evolução de 1,3% na produtividade total no período. Já Førsund e Kittelsen (1998) avaliaram distribuidoras norueguesas no período entre 1983 e 1989 e estimam em 2% a evolução da produtividade total.

## 3. Composição Probabilística

Toda avaliação com múltiplos critérios envolve determinar preferências entre as opções segundo cada critério, bem como entre os próprios critérios e posteriormente agregar as medidas de preferência em uma medida capaz de sintetizar a avaliação global.

Sant'Anna (2002) desenvolveu a metodologia de composição probabilística que substitui as distâncias absolutas e o “minimax” do modelo DEA por probabilidades de afastamento da fronteira e probabilidades conjuntas, respectivamente.

Conforme Sant’Anna (2005), a abordagem probabilística, por um lado, eleva fortemente a medida de eficiência de toda unidade de produção que apresente um desempenho extremo (tanto na minimização de um recurso, quanto na maximização de um produto) e, por outro lado, ameniza a influência desses pontos extremos na avaliação das outras unidades ao levar em consideração os desempenhos de mais variáveis e mais unidades de observação.

A ideia central do método é, a partir de uma classificação inicial direta dos atributos, tanto de insumos quanto de produtos, assumindo que as mesmas estão sujeitas a imprecisões, calcular a probabilidade de cada opção maximizar (ou minimizar) a preferência, em uma nova rodada de avaliação na qual perturbações aleatórias alteram a ordenação das unidades e em que, portanto, toda opção tem a possibilidade de ser a melhor.

No que tange a amplitude dessas distribuições, Sant’Anna (2004) propõe que esta seja determinada através da amplitude entre os valores observados para cada critério. Mas deve-se levar em conta que o valor adotado deve ser tal que permita todas as opções terem possibilidade de serem escolhidas como a melhor em uma nova avaliação.

Pode-se representar o problema da seguinte maneira, considerando um problema de avaliação com  $m$  opções a serem avaliadas segundo  $n$  critérios. Matricialmente temos a situação descrita pela Tabela 1.

**Tabela 1- Avaliação de  $m$  opções segundo  $n$  critérios**

Opção (y)	Critérios (z)			
	1	2	...	N
1	$x_{11}$	$x_{12}$		$x_{1n}$
2	$x_{21}$	$x_{22}$		$x_{2n}$
...	...	...	...	...
M	$x_{m1}$	$x_{m2}$		$x_{mn}$

Fonte: Elaboração própria

O primeiro passo da transformação em probabilidades é definir o tipo de distribuição estatística a ser atribuída às perturbações. Neste exemplo, os valores observados são representados por distribuições triangulares independentes. Desta forma, para cada valor observado ( $x_{yz}$ ) da opção  $y$  no critério  $z$  tem-se uma distribuição triangular independente ( $X_{yz}$ ) com moda no valor observado ( $x_{yz}$ ) e com valor mínimo  $A_z$  e máximo  $B_z$ . Os extremos  $A_z$  e  $B_z$  são determinados para cada critério pelos valores observados nas avaliações segundo o critério. Assim, por exemplo, a probabilidade de que a opção 1 seja a preferida segundo o critério 1 é dada por:

$$P_{11} = P[X_{11} > X_{21} \text{ e } X_{11} > X_{31} \text{ e } \dots \text{ e } X_{11} > X_{m1}], \quad (1)$$

que é a probabilidade de uma variável aleatória triangular de moda  $x_{11}$ , mínimo  $A_1$  e máximo  $B_1$  apresentar um valor simultaneamente maior que o de todas as outras variáveis triangulares da amostra de mínimo  $A_1$  e máximo  $B_1$  e modas definidas pelos valores observados para cada opção  $y$  na avaliação pelo critério 1.

O mesmo tipo de análise é realizado para todos os valores observados para cada critério da avaliação. O próximo passo, como sugerido por Sant’Anna (2004), é se aproveitar do fato de que as preferências segundo cada critério estão dadas na forma de probabilidades para desenvolver formas distintas de combinar os critérios sem atribuir antecipadamente prioridades entre eles. Assim, são definidos eixos distintos: otimista x pessimista; e conservador x progressista.

No eixo otimista-pessimista, o decisor no extremo otimista se satisfaz com a apresentação de bom desempenho com respeito a pelo menos um único critério. Todos os critérios são levados em conta, mas a composição utiliza o conectivo “ou”. Na prática, é calculada a probabilidade de maximizar (ou não minimizar) a preferência segundo algum dos critérios avaliados. Em contraposição, o extremo pessimista faz uso do conectivo “e” na composição probabilística, pois neste extremo se preferem as opções que não deixem de apresentar bom desempenho segundo nenhum critério.

No eixo progressista-conservador, o termo progressista está associado a uma postura de busca da excelência de desempenho e insatisfação com um desempenho médio. Já no eixo conservador o paradigma do decisor é de evitar perdas ou de não possuir o pior desempenho. Assim, por um lado o decisor progressista tem como objetivo maximizar a preferência dados os critérios da avaliação, ou seja, atingir a fronteira de excelência. No outro extremo a intenção é não minimizar a preferência, buscando distanciamento das fronteiras de pior desempenho.

#### 4. Índice de Malmquist probabilístico

O índice de produtividade de Malmquist foi desenvolvido por Caves *et al.* (1982), com base na proposta de Malmquist (1953) de avaliação da evolução da produtividade de cada unidade de produção comparativamente à evolução do conjunto de unidades em que se insere. Já em Färe *et al.* (1995) foi proposto um índice com essas características a partir dos escores de eficiência de DEA. Assim, o chamado índice Malmquist-DEA tem como conceito fundamental o cálculo da razão das distâncias até a fronteira de pontos representando os valores observados de produção de dois períodos distintos de uma mesma unidade.

O Índice de Malmquist probabilístico segue a mesma ideia do índice Malmquist-DEA, apenas substituindo-se os escores da análise DEA pelos da avaliação probabilística. Assim, representando por  $P(i,t,u)$  a avaliação probabilística da unidade  $i$  quando os valores observados no instante  $t$  são introduzidos na análise conjuntamente com os observados nas demais unidades no instante  $u$ , obtém-se o índice de Malmquist Probabilístico pela média geométrica a seguir:

$$I_{MP} = \sqrt{\frac{P(i,t+1,t)}{P(i,t,t)} \times \frac{P(i,t+1,t+1)}{P(i,t,t+1)}} \quad (2)$$

No presente estudo, além do índice de Malmquist probabilístico baseado nas probabilidades de maximizar a ineficiência conforme o ponto de vista otimista e progressista seguido pela DEA, serão apresentados índices seguindo também duas outras abordagens distintas e complementares a esta. Na primeira, a partir das ineficiências calculadas pela composição probabilística, utiliza-se o conceito semelhante à fronteira invertida de DEA (IDEA), proposta, conforme Etani *et al.* (2002), por Yamada *et al.* (1994). Esta abordagem avalia as DMUs também de maneira pessimista, ao invés da abordagem otimista tradicional da modelagem DEA, utilizando um problema de otimização voltado para a fronteira inferior, a fim de identificar as DMUs ineficientes, ao invés das eficientes. Trazendo este conceito para a composição probabilística, chega-se a um índice de Malmquist, que chamaremos de índice de Malmquist probabilístico inverso, em que as quatro probabilidades calculadas passam a ser probabilidades de não ser o pior em nenhum critério (calculadas, assumindo independência entre as perturbações, multiplicando as probabilidades de não ser o pior segundo cada um).

A análise concomitante de um mesmo problema pelos modelos DEA e IDEA pode indicar que uma DMU é simultaneamente eficiente e ineficiente segundo a primeira e segunda abordagem respectivamente. Neste sentido Etani *et al* (2002), classifica este tipo de DMU como peculiar e sugere que a avaliação de eficiência deve ser realizada a partir da análise de intervalo que contemple tanto o ponto de vista otimista quanto o pessimista. Seguindo o proposto por estes autores, será aplicada na composição probabilística abordagem que leva em consideração tanto o ponto de vista otimista (probabilidade de ser o melhor em pelo menos um dos critérios) quanto o pessimista (produto das probabilidades de não ser o pior em nenhum dos critérios), conduzindo a um índice de Malmquist composto. O índice de Malmquist probabilístico composto será o quociente entre o obtido combinando as eficiências medidas em termos de probabilidades de não ser o pior, isto é, o índice de Malmquist probabilístico inverso, e o índice de Malmquist probabilístico já empregado anteriormente, obtido combinando as ineficiências como descrito em (2).

Ao utilizar probabilidades e comparar com todas as outras opções e não apenas aquelas de fronteira, a composição probabilística já produz escores menos vulneráveis à influência de valores extremos. A combinação de escores relativos às duas fronteiras em um único índice fornece um resultado ainda mais estável. Esse resultado é mais fácil de usar que o intervalo entre dois índices.

## 5. Modelagem e resultados

Em ANEEL (2011) utilizou-se modelagem DEA com retornos não decrescentes de escala e orientação a *input* para definição de custos operacionais eficientes. As variáveis utilizadas na modelagem do regulador consideravam: um *input* (custo operacional) e três *outputs* (extensão de rede, número de consumidores e mercado composto) de cada distribuidora. Na presente abordagem utiliza-se a composição probabilística para avaliar as DMUs levando em consideração as mesmas variáveis do citado estudo.

Assim, a metodologia adotada para cálculo de eficiência por composição probabilística realiza a transformação probabilística das variáveis aqui definidas como o quociente entre cada *output* e o único *input*:

$$v_{i1} = \frac{o_{i1}}{i_{i1}} \quad ; \quad v_{i2} = \frac{o_{i2}}{i_{i1}} \quad ; \quad v_{i3} = \frac{o_{i3}}{i_{i1}} \quad (3)$$

A transformação probabilística assume que cada valor  $v_{ij}$  da variável  $j$  na DMU  $i$  não seja um valor exato, mas, sim, a moda de uma variável aleatória. Além disso, considerando essas observações como afetadas por erros de medida, assume-se que suas distribuições são independentes.

A seguir calcula-se a probabilidade de, em uma amostra de observações dessa variável  $j$ , a DMU  $i$  aparecer com o maior valor, isto é a probabilidade de ser a melhor, assumindo distribuição triangulares de amplitude constante.

Algebricamente, representam-se as  $m$  unidades de produção ( $U_1, \dots, U_m$ ), nas quais mede-se com incerteza volumes empregados de  $n$  *inputs* e volumes produzidos de  $p$  *outputs* da unidade de produção. As observações verificadas representam vetores de valores observados ( $i_{i1}, \dots, i_{in}$ ) e ( $o_{i1}, \dots, o_{ip}$ ), respectivamente, que, por sua vez, são observações de vetores aleatórios ( $I_{i1}, \dots, I_{in}$ ) e ( $O_{i1}, \dots, O_{ip}$ ).

Para o caso presente, à razão *output/input* na unidade de produção  $U_{i0}$  entre o  $j$  –ésimo *output* e o único *input* atribui-se distribuição triangular com moda  $v_{i0j}$ , extremo inferior em  $\min(v_{1j}, \dots, v_{mj})$  e superior em  $\max(v_{1j}, \dots, v_{mj})$ . O modelo de composição probabilística inicialmente adotado calcula a probabilidade de não ser o mais eficiente em nenhum dos critérios.

Embora tenham sido utilizados os dados de todas as 64 distribuidoras do período compreendido entre os anos de 2003 e 2009 disponibilizados pela ANEEL, para facilitar a visualização e discussão dos dados, o presente estudo se limita a apresentar os resultados das dez maiores empresas (em termos de MWh ao longo do período 2003-2009) e um resumo da amostra analisada apresentando média, valores máximos e mínimos encontrados. A Tabela 2 apresenta uma caracterização geral de cada uma dessas dez maiores distribuidoras.

**Tabela 2- Caracterização das variáveis do modelo (valores médios entre 2003 e 2009)**

Distribuidora	Custos Operacionais (R\$/ano)	Extensão de rede (km)	Número de Consumidores	Mercado (MWh/ano)
CEMIG	1.579.415.320	415.603	6.260.204	37.347.115
ELETROPAULO	1.151.039.790	43.174	5.491.976	37.222.042
CPFL Paulista	481.505.162	84.070	3.258.571	22.985.821
LIGHT	628.912.121	56.515	3.478.408	22.742.126
COPEL	818.038.106	213.013	3.352.340	20.977.002
CELESC	673.192.214	119.312	2.094.915	16.097.924
Piratininga	200.237.740	21.134	1.256.274	12.628.185
ELEKTRO	400.303.662	101.246	1.962.486	12.317.451
BANDEIRANTE	287.468.908	26.527	1.355.280	12.223.079
COELBA	444.778.419	171.257	3.938.987	12.130.971
<b>Média</b>	<b>666.489.144</b>	<b>125.185</b>	<b>3.244.944</b>	<b>20.667.172</b>

Fonte: Elaboração própria a partir de ANEEL (2011).

Os custos operacionais médios são da ordem de 666 milhões de reais por ano para essas dez empresas e a modelagem sugere que podem ser explicados a partir dos três *outputs* responsáveis por captar três dimensões distintas do produto final, que é a disponibilização da energia elétrica para consumo.

A extensão de rede média das amostras de 10 distribuidoras é de 125 mil quilômetros com amplitude entre 26 até 415 mil quilômetros. Essa variável impacta o custo operacional, uma vez que capta os custos com operação e manutenção (O&M) da distribuidora. Assim, se a extensão da rede pode ser uma boa *proxy* da dimensão analisada, então é razoável supor que se forem consideradas duas distribuidoras com todas as variáveis de mercado idênticas, exceto pelo comprimento de rede, a que tiver maior comprimento de rede terá maiores custos associados a atividades de operação e manutenção como os relacionados a logística e equipes necessárias para atendimento entre outros.

Já o número de consumidores da amostra varia entre 6,2 e 1,2 milhões. Esta dimensão tenta captar os custos comerciais das distribuidoras.

E por fim o mercado anual capta o porte da distribuidora. Como se assume que os diferentes níveis de tensão conduzem a diferentes custos, a variável utilizada para medir essa dimensão é o mercado composto, que pondera o mercado por nível de tensão.

A Tabela 3 apresenta a probabilidade de maximizar a ineficiência, representada pela probabilidade de não ser a mais eficiente por nenhum dos critérios. Assim quanto maior o valor apresentado nesta tabela, maior é a probabilidade de que esta DMU não seja a mais eficiente em nenhum dos critérios.

Da análise da Tabela 3 observa-se que parte considerável da amostra apresenta valores de ineficiência próximos à média da amostra. As exceções são Piratininga e a Coelba, que apresentam probabilidades de ineficiência significativamente menores que as demais empresas da amostra.

**Tabela 3- Probabilidade de não ser o mais eficiente em nenhum dos critérios**

Distribuidora	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
CEMIG	0,9614	0,9611	0,9637	0,9653	0,9664	0,9661	0,9673
ELETROPAULO	0,9695	0,9608	0,9629	0,9646	0,9606	0,9604	0,9672
CPFL Paulista	0,9312	0,9305	0,9419	0,9323	0,9236	0,9383	0,9392
LIGHT	0,9641	0,9559	0,9540	0,9610	0,9628	0,9606	0,9558
COPEL	0,9586	0,9605	0,9621	0,9631	0,9636	0,9660	0,9697
CELESC	0,9681	0,9671	0,9674	0,9698	0,9701	0,9709	0,9705
Piratininga	0,8162	0,7953	0,7961	0,7951	0,8099	0,8136	0,8199
ELEKTRO	0,9594	0,9563	0,9600	0,9625	0,9604	0,9614	0,9625
BANDEIRANTE	0,9547	0,9557	0,9567	0,9627	0,9536	0,9604	0,9612
COELBA	0,9288	0,8822	0,8272	0,8536	0,8521	0,7118	0,7429
<b>Média (64 dist)</b>	<b>0,95093</b>	<b>0,95087</b>	<b>0,95093</b>	<b>0,95085</b>	<b>0,95088</b>	<b>0,95085</b>	<b>0,95081</b>
<b>Máximo (64 dist)</b>	<b>0,9767</b>	<b>0,9733</b>	<b>0,9761</b>	<b>0,9769</b>	<b>0,9779</b>	<b>0,9782</b>	<b>0,9785</b>
<b>Mínimo (64 dist)</b>	<b>0,8059</b>	<b>0,7795</b>	<b>0,7961</b>	<b>0,7951</b>	<b>0,7131</b>	<b>0,7118</b>	<b>0,7429</b>

Fonte: Elaboração própria.

Dentre os pontos de destaque extraídos da Tabela 3 está a redução significativa da probabilidade de não maximizar a eficiência observada para a Coelba. Tal fato pode ser explicado observando o comportamento das variáveis do modelo. Enquanto o custo operacional da distribuidora se reduziu 3,6% entre os anos de 2003 e 2009, sua rede expandiu 67%, o número de consumidores aumentou 38% e o mercado composto cresceu 42%.

Em qualquer modelagem que envolva processos produtivos, reduzir, de um lado, a necessidade do emprego de recursos e aumentar, de outro, a quantidade produzida leva a incrementos de eficiência da unidade. Desta forma, para aumentar a compreensão do processo analisado, a Tabela 4 apresenta a evolução de cada variável para as distribuidoras entre os anos de 2003 e 2009. Vale ressaltar que esta tabela não trata de quantificar a evolução temporal da eficiência, o que será realizado a seguir através do índice de Malmquist probabilístico, mas oferece apenas um instrumento auxiliar de compreensão. Neste sentido, é apresentado se a razão *output/input* para cada um dos *outputs* aumentou (representado pelo sinal "+") ou diminuiu (representado pelo sinal "-") pontualmente entre 2003 e 2009.

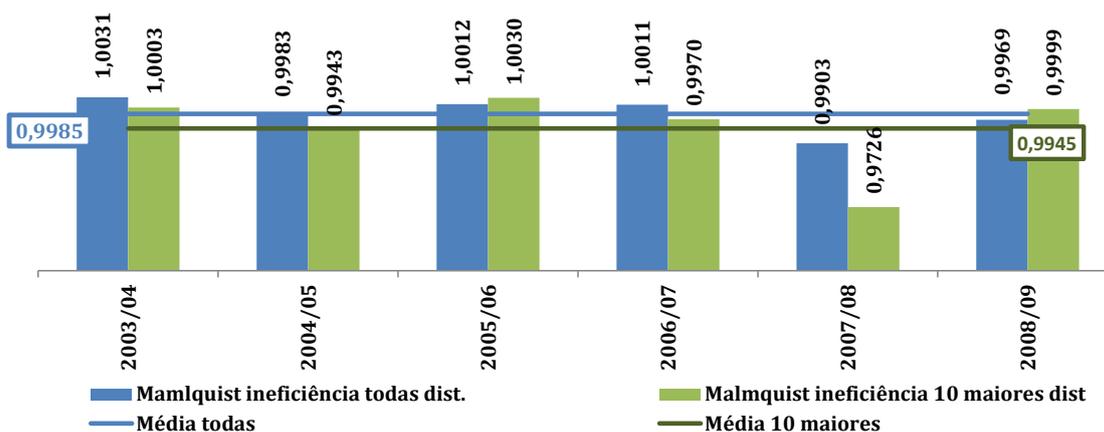
**Tabela 4- Variação das razões *outputs/input* entre 2003 e 2009**

Distribuidora	$\Delta(2003/2009)$		
	Rede/OPEX	Número de Consumidores/OPEX	Mercado Composto/OPEX
CEMIG	-	+	+
ELETROPAULO	+	-	-
CPFL Paulista	-	-	-
LIGHT	+	+	+
COPEL	-	-	-
CELESC	+	+	+
Piratininga	-	+	+
ELEKTRO	+	+	+
BANDEIRANTE	+	+	+
COELBA	+	+	+

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente a composição probabilística utilizada é a progressista e otimista, que conceitualmente é semelhante à abordagem benevolente de DEA tradicional. A medida utilizada para esta abordagem é uma medida de ineficiência, a probabilidade de não ser o melhor em nenhum dos critérios, dada pelo produto das probabilidades de não ser o melhor segundo cada critério.

Neste contexto, o valor do índice de Malmquist sendo superior à unidade representa um aumento da ineficiência da DMU em relação ao período anterior. Ao contrário, valores abaixo de 1 indicam aumento de eficiência. A Figura 1 resume a evolução ao longo do período estudado tanto para todas as distribuidoras analisadas quanto para a amostra das dez empresas de maior mercado, medida por meio do índice de Malmquist probabilístico calculado de acordo com a Equação 2.



**Figura 1-Índice de Malmquist probabilístico: Otimista e Progressista**

Fonte: Elaboração própria.

É possível verificar que houve uma diminuição da probabilidade de maximizar a ineficiência de aproximadamente 0,15% e 0,55% ao ano para a amostra com todas as distribuidoras e com apenas as 10 maiores distribuidoras, respectivamente. Em ANEEL (2011) foi conduzida análise DEA-Malmquist apontando evolução de 0,837%. Esse valor maior pode ser atribuído a terem-se separado nessa análise dois grupos de distribuidoras: um com aquelas que possuem mercado superior a 1TWh/ano e outro com mercado menor que tal valor.

Na Figura 1 é possível constatar que não há grandes diferenças entre a análise que envolve todas as distribuidoras e a que envolve apenas as 10 maiores. A única exceção fica por conta do período 2007/08, influenciado por uma redução significativa da probabilidade de não maximizar a eficiência pela Coelba em 2008, como pode ser visto na Tabela 3.

Outra forma possível de visualizar o problema é através do conceito de fronteira invertida, em que se analisa a probabilidade de uma DMU se afastar da fronteira de ineficiência. Para tanto, inverte-se a modelagem do problema, o que na composição probabilística conduz a uma avaliação conservadora e pessimista. Esta abordagem assume que o decisor quer que a opção seja satisfatória em todos os critérios (portanto pessimista) e não quer possuir o pior desempenho (donde conservadora).

Neste caso, avaliação do índice de Malmquist probabilístico segue a lógica de que, se for superior à unidade, então há uma melhora no desempenho da unidade analisada, caso contrário há uma piora. A Figura 2 apresenta os resultados desta análise.

Esta análise mostra que sob o ponto de vista conservador e pessimista as 10 maiores distribuidoras têm evoluído de maneira ligeiramente inferior (-0,08% ao ano) à amostra com todas as distribuidoras (0,18% ao ano). Esta análise mostra ainda que, na média e considerando todos os critérios, as distribuidoras estão se afastando da fronteira de ineficiência, o que representa um aspecto positivo em termos de aumento de eficiência global.

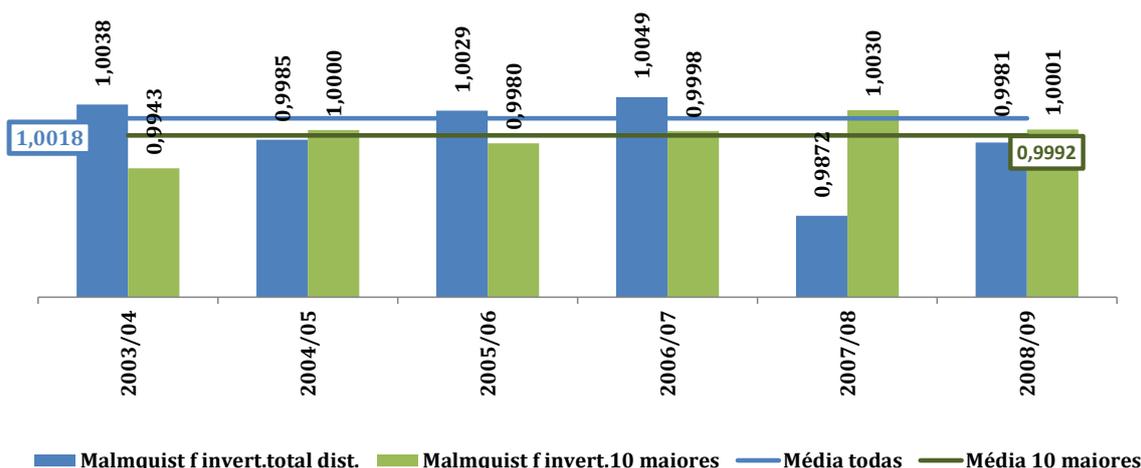


Figura 2-Índice de Malmquist probabilístico: Pessimista e Conservador

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, é possível avaliar a evolução de eficiência em um modelo que combine a fronteira inferior com a fronteira superior, ou seja, leva em consideração tanto a abordagem otimista-progressista quanto a pessimista-conservadora. Tal abordagem se aproxima do proposto em Entani *et al.* (2002) para modelos DEA, com a vantagem de que na composição probabilística não é necessário gerar intervalos de eficiência, uma vez que o problema é tratado em termos probabilísticos desde a modelagem inicial dos critérios.

O índice composto é o resultado da divisão entre o índice de Malmquist pessimista e conservador e o otimista e progressista. A Figura 3 resume a evolução da eficiência segundo este prisma. Nesta análise quando o índice apresenta valor superior à unidade, significa que houve melhora em relação ao ano anterior.

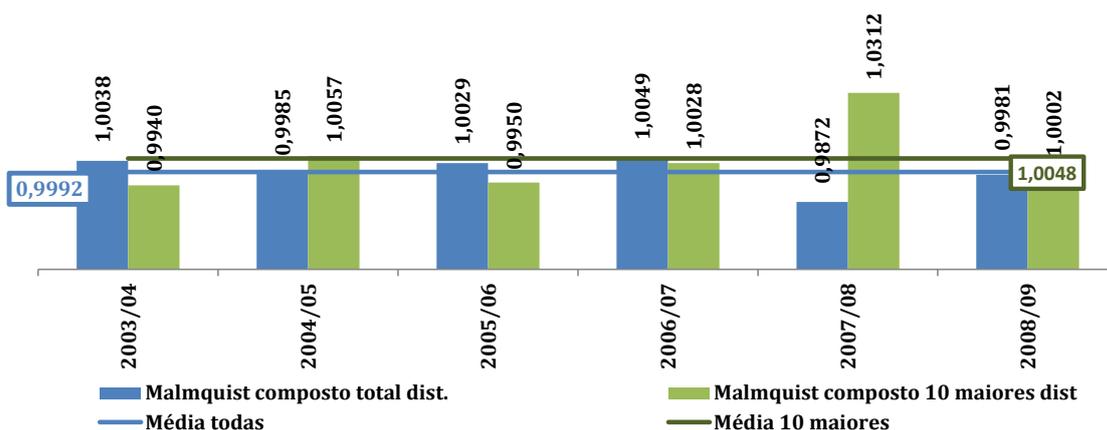


Figura 3-Índice de Mamlquist probabilístico: Fronteira Composta

Fonte: Elaboração própria.

Considerando esta abordagem, também não houve evolução considerável ao longo do período. Enquanto as 64 distribuidoras diminuíram sua eficiência em média 0,08% ao ano, as 10 maiores distribuidoras aumentaram a eficiência em 0,48%

É importante aqui destacar que os escores, tanto da DEA quanto da composição probabilística, medem eficiência relativa, destinando-se a oferecer a cada unidade avaliada uma avaliação da sua posição, em relação à fronteira de melhores desempenhos no caso da DEA, e em relação ao conjunto de todas as unidades observadas no caso da composição probabilística. Assim, as porcentagens acima calculadas para o conjunto de todas as distribuidoras medem a evolução da homogeneidade, isto é, quanto as unidades menos eficientes se aproximaram das mais eficientes. Não medem a evolução do setor como um todo.

## 6. Conclusão

O presente estudo tem como objetivo ampliar a discussão sobre custos operacionais eficientes de distribuidoras de energia elétrica. Empregando a composição probabilística, ao contrário das análises de *benchmarking* mais usuais que empregam a DEA, trata tal questão de maneira probabilística permitindo um olhar diferente sobre a avaliação de eficiência.

Além disso, a análise a partir da composição probabilística permite avaliar perfis de decisores distintos. Assim, a análise englobou tanto a evolução das distribuidoras sob o prisma otimista-progressista, voltado para a fronteira de melhores desempenhos, típico de análises DEA, quanto a evolução segundo o enfoque oposto, pessimista-conservador, e uma composição de ambos.

Sob o enfoque otimista-progressista a probabilidade de não maximizar a eficiência em nenhum critério das distribuidoras entre 2003 e 2009 diminuiu 0,15% ao ano. Já a análise sob o ponto de vista pessimista-conservador, da probabilidade de afastamento das DMUs de pior desempenho, encontrou uma evolução média de 0,18% ao ano. E a análise composta elaborada a partir da interpretação de ambas as abordagens simultaneamente conduz a uma eficiência composta que evoluiu 0,48% ao ano.

Desta forma é possível enriquecer o debate sobre custos operacionais eficientes, uma vez que além de analisar a eficiência sobre uma abordagem estruturalmente distinta ainda se realiza o julgamento baseado não apenas em um ponto de vista, mas sob diversas formas de comparação que se complementam.

## Referências

- Aigner, D. J. and Chu, S.** (1968), On Estimating the Industry Production Function, *American Economic Review*, 58, 826-839.
- Aigner, D. J., Lovell, C. A. K. and Schmidt, P.** (1977), Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Functions, *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Andrade, G. N.** (2010), Contribuição para o Desenvolvimento de uma Metodologia de Avaliação da Eficiência no Setor de Transmissão de Energia Elétrica, dissertação de mestrado, UFF, Rio de Janeiro.
- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica)** (2010), Metodologia de Cálculo dos Custos Operacionais, *Nota Técnica nº 265/2010-SRE/ANEEL*.
- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica)** (2011), Metodologia de Cálculo dos Custos Operacionais, *Nota Técnica nº 294/2011-SRE/ANEEL*.
- Caves, D. W., Christensen, L. R., Diewert, W. E.** (1982), The economic theory of index numbers and the measurement of input, output and productivity, *Econometrica*, 50, 6, 1393-1414.
- Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E.** (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Entani, T., Maeda, Y. e Tanaka, H.** (2002), Dual models of interval DEA and its extensions to interval data. *European Journal of Operational Research*, 136, 32-45.
- Fare, R., Grosskopf, S. e Lovell, C. A. K.** *Production frontiers*, Cambridge University, Cambridge, 1994.
- Førsund, F. R. e Kittelsen, S. A. C.** (1998), Productivity development of Norwegian electricity distribution utilities, *Resource and Energy Economics*, 20, 207-224, 1998.
- Jasmab, T. e Pollit, M.,** (2001), Benchmarking and regulation: international electricity experience, *Utilities Policy*, 9, 3, 107-130.

- Malmquist, S.** (1953), Index numbers and indifference curves, *Trabajos de Estatística*, 4, 1, 209-242.
- Pinto Jr., H. Q., Almeida E. F., Bomtempo, J. V., Iooty, M. e Bicalho, R. G.**, *Economia da Energia. Fundamentos Econômicos, Evolução Histórica e Organização Industrial*, Elsevier, 2007.
- Ramos-Real, F.J., Tovar B., Iooty M., de Almeida, E. F., Pinto Jr, H. Q.** (2009), The evolution and main determinants of productivity in Brazilian electricity distribution 1998–2005: An empirical analysis, *Energy Economics*, 31, 298–305.
- Sant’Anna, A. P.** (2002), Aleatorização e Composição de Medidas de Preferência, *Pesquisa Operacional*, 22, 87-103.
- Sant’Anna, A. P.** (2004), Uma estrutura para análise da composição de preferências, *Anais do XXIV ENEGEP, Florianópolis*, 2990-2997, 2004.
- Sant’Anna, A. P.** Composição Probabilística e Análise Envoltória de Dados na Avaliação Dinâmica de Cursos, *XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Gramado*, 346-354, 2005.
- Sollero, M. K. V. e Estellita Lins, M. P.**, Avaliação de Eficiência de Distribuidoras de Energia Elétrica Através da Análise Envoltória de Dados com Restrições aos Pesos, *XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, São João Del Rey*, 292-303, 2004.
- Souza, M. V. P., Souza, R. C. e Pessanha, J. F. M.**, Custos Operacionais Eficientes das Distribuidoras de Energia Elétrica: Comparando Modelos DEA E SFA, *XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Fortaleza*, 281-292, 2007.
- Tornquist, L.** (1936), The Bank of Finland’s Consumption Price Index, *Bank of Finland Monthly Bulletin*, 10, 1-8.
- Tschaffon, P. B. e Meza, L. A.** (2011), Um Estudo de Outputs Indesejáveis em DEA com Aplicação no Setor de Distribuição de Energia Elétrica, *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Ubatuba*, 2011, 533-544.
- Yamada, Y., Matui, T. e Sugiyama, M.** (1994), New analysis of efficiency based on DEA. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, v. 37, n. 2, p. 158-167.(em japonês).