

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA MULTI OBJETIVO DE ROTEAMENTO E COBERTURA COM
RETORNO ÀS ÁREAS SENSÍVEIS

Maria José Pinto Lamosa
Mônica Maria De Marchi

Instituto de Estudos Avançados (IEAv)
Trevo Cel Av José A. A. do Amarante, nº 1, Putim, CEP 12228-001, São José dos Campos, SP
[maju, monica]@ieav.cta.br

Daniel Merli Lamosa

Universidade de Taubaté (UNITAU)
Av. Marechal Deodoro, nº 605, Jardim S^{ta} Clara, Taubaté, SP
daniel.lamosa@unitau.br

RESUMO

O problema de roteamento e cobertura com máximo retorno para áreas críticas (CRPMRCA) busca determinar rotas eficientes para cobrir um conjunto de áreas em uma região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, precisam ser revisitadas o mais breve possível. Para garantir as revisitas às áreas sensíveis e que a rota continue eficiente, busca-se o *trade-off* entre a maximização dos retornos e a minimização dos custos. Neste trabalho são apresentadas duas novas tentativas para tratar o CRPMRCA utilizando a formulação matemática multi-objetivo proposta anteriormente, juntamente com os resultados obtidos até o momento.

PALAVRAS CHAVE. Problema de Roteamento e Cobertura, Multiobjetivo, Áreas sensíveis.

Logística e Transporte

ABSTRACT

The covering-routing problem with maximum returns to critical areas (CRPMRCA) aims to determine efficient routes to cover a set of areas in a region where some of them are considered critical and should be revisited as soon as possible. In order to guarantee the revisits to critical areas and an efficient route we must consider the trade-off between the minimum cost and the maximum returns to critical areas. In this work we present two new attempts to treat the CRPMRCA using the multi-objective mathematical model previously proposed and the results obtained so far.

KEYWORDS. Coverage-routing problem. Multi-objective. Critical areas.

Logistic and Transport

1. Introdução

O problema de roteamento e cobertura tratado neste trabalho busca determinar uma rota eficiente para cobrir (proteger) um conjunto de áreas (ou pontos) em uma determinada região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, precisam ser revisitadas o mais breve possível.

Numa primeira tentativa de resolver o problema, o denominamos CRPRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Returns to Critical Areas*) e propusemos uma formulação matemática e uma heurística com o objetivo de minimizar o custo total da rota (distância percorrida), onde retornos às áreas sensíveis foram permitidos, mas não maximizados (Lamosa *et al.* 2010). Entretanto, para garantir que as áreas permaneçam descobertas o mínimo de tempo possível seria interessante buscar a maximização destes retornos. Por outro lado, se as áreas sensíveis forem visitadas muitas vezes, a rota pode resultar em um custo muito alto. Assim, o problema deve ser tratado como multiobjetivo, devido ao *trade-off* entre a maximização dos retornos e a minimização dos custos.

Esta necessidade de maximizar o retorno às áreas sensíveis e não somente permiti-lo, já foi observada anteriormente (Lamosa *et al.* 2011a, 2011b), onde o problema foi denominado CRPMRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Maximum Returns to Critical Areas*). Neste último trabalho (Lamosa *et al.* 2011b), foram feitas algumas alterações na heurística proposta em Lamosa *et al.* (2010) com o objetivo de obter um aumento dos retornos, interferindo o mínimo possível no custo da rota. Entretanto, nenhuma metodologia multi-objetivo foi aplicada ao problema. Em Lamosa *et al.* (2012), apresentamos a primeira tentativa de resolver o problema utilizando uma metodologia multiobjetivo baseada na formulação matemática proposta. Dentre os métodos clássicos citados em Deb (2001), foi utilizado o “método ϵ -restrito”, que consiste em reformular o problema considerando somente um dos objetivos e incluindo os demais como restrições do problema limitadas a um valor específico, o qual é atualizado iterativamente de forma a gerar os valores da curva de *trade-off*. Foram consideradas duas abordagens sendo que a primeira consistiu em maximizar os retornos, limitados a restrições de custo e, a segunda, consistiu em minimizar os custos, com restrições em relação a quantidade de retornos às áreas sensíveis, sendo que a segunda abordagem apresentou melhores resultados.

Neste trabalho serão apresentadas duas novas tentativas para tratar o CRPMRCA, utilizando ainda a formulação matemática proposta, juntamente com os resultados obtidos até o momento utilizando estas abordagens.

Como aplicação, o CRPMRCA pode ser visto em cenários onde é necessário algum tipo de monitoramento para apoiar o processo de tomada de decisão como em sistemas de gerenciamento de crises (enchentes, terremotos, etc), sistemas de busca e salvamento e de vigilância do espaço aéreo. No contexto de gerenciamento de crise, os resultados podem ser utilizados para apoio à decisão em duas situações da crise: pré e pós-evento. A decisão pré-evento consistiria em medidas preventivas, onde o roteamento gerado poderia ser aplicado para monitoramento de áreas de risco (sensíveis) facilitando o planejamento de evacuações ou de possíveis restaurações destas áreas. Na decisão pós-evento, o mesmo monitoramento poderia ser realizado, mas agora o objetivo seria permitir uma visão do cenário atual, mostrando o impacto de danos causados pelo desastre, de forma a facilitar a tomada de decisão para, por exemplo, gerar rotas alternativas para as entidades que vão realizar o apoio. As áreas sensíveis, neste caso, poderiam ser áreas com perigo de deslizamento e que poderiam, em algum momento, inviabilizar uma rota gerada para uma entidade de apoio. O monitoramento permitiria ainda a identificação de locais seguros para transporte e abrigo de vítimas, logística de distribuição de alimentos, medicamentos, entre outros.

No contexto de busca e salvamento e de vigilância do espaço aéreo, o roteamento permitiria uma cobertura da região de interesse de forma a auxiliar na identificação e no monitoramento das áreas sensíveis que, no caso de busca e salvamento, poderiam ser os

locais com maior probabilidade de haver vítimas dentro da região de busca e, de vigilância do espaço aéreo, poderiam ser regiões com maior detecção de voos clandestinos e que, em determinadas altitudes, não possuem cobertura radar. Ainda no contexto de vigilância do espaço aéreo, o roteamento poderia ser feito para identificar/monitorar áreas de vulnerabilidade.

De nosso conhecimento, os problemas CRPRCA e CRPMRCA não foram tratados na literatura, mas podem ser vistos como uma variação do TSP (do inglês, Traveling Salesman Problem), amplamente explorado na literatura (Daskin, 1995; Goldberg e Luna, 2000; Gutin e Punnen, 2007).

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira: na Seção 2, reapresentamos a formulação matemática do CRPMRCA descrita em Lamosa *et al.* (2012), pois as abordagens propostas utilizarão esta formulação; nas Seções 3 e 4, as abordagens propostas são descritas, juntamente com os resultados obtidos até o momento; e, na Seção 5, são feitas algumas considerações finais.

2. Formulação Matemática

A formulação descrita em Lamosa *et al.* (2012) para o CRPMRCA foi baseada na formulação do TSP, com a alteração de não somente permitir retornos às áreas sensíveis, mas também maximizá-los. Até o momento, os autores estão considerando uma versão simplificada do problema onde existe uma única entidade para realização da rota com capacidade ilimitada. Assim, o problema CRPMRCA pode ser modelado como:

$$\begin{aligned} \text{CRPMRCA} = \min & \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \\ & \max \sum_{i \in M} y_i \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{j \in N} x_{ij} - \sum_{j \in N} x_{ji} = 0 \quad i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} \geq 1 \quad i \in M \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} \geq 1 \quad j \in M \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad i \in (N-M) \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad j \in (N-M) \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

onde:

N → conjunto de áreas a serem cobertas (monitoradas);

M → conjunto de áreas sensíveis ($M \subset N$);

c_{ij} → custo para atravessar o arco (i, j) , ou seja, distância entre as áreas i e j ;

x_{ij} → variável de decisão que será 1, se o arco (i, j) pertencer à rota e 0, caso contrário.

y_i → variável de decisão que representará os retornos às áreas sensíveis $i, i \in M$. Como estamos considerando que uma área é visitada se a rota passa por esta área ($x_{ij} = 1$ ou $x_{ji} = 1$), podemos considerar: $y_i = \sum_{i \in N} x_{ij}, i \in M$.

O objetivo (1) busca atender o *trade-off* entre a minimização dos custos e a maximização dos retornos. As restrições (2) são restrições de conservação de fluxo. Os retornos às áreas sensíveis são permitidos pelas restrições (3) e (4) e são evitados para as áreas não sensíveis pelas restrições (5) e (6). As restrições (7) definem as variáveis como binárias.

A formulação (1)-(7) não evita a formação de subciclos e as restrições tradicionais utilizadas na literatura para tratar este problema não são mais válidas para o CRPMRCA. Assim, utilizamos as restrições (8) para evitar os possíveis subciclos:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij} \geq 1 \quad (8)$$

onde S é o conjunto de nós pertencentes a cada possível subciclo.

A seguir, as duas abordagens propostas neste trabalho para resolver o problema utilizando a formulação matemática serão descritas a seguir. Os resultados obtidos até o momento também já serão apresentados.

3. Primeira Abordagem Utilizando a Formulação

A primeira abordagem consiste em reduzir o custo dos arcos que passam por uma área sensível de forma a permitir um número maior de retornos à estas áreas. Esta redução pode ser feita utilizando uma porcentagem fixa dos valores originais. Em seguida, a formulação matemática é utilizada, considerando somente o objetivo de minimização do custo e permitindo o retorno às áreas sensíveis, ou seja, vamos considerar o CRPRCA:

$$\text{CRPRCA} = \min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij}$$

sujeito a: (2)-(8).

No final, o custo original deve ser restaurado para mostrar o aumento resultante no custo final da rota.

Para resolver o CRPRCA, utilizamos o pacote de otimização GLPK (GLPK, 2013) sem as restrições (8). Estas restrições somente serão incluídas nos modelos, caso um ou mais ciclos sejam identificados. Neste caso, incluímos as restrições (8) correspondentes que evitam este(s) ciclo(s) gerado(s) e utilizamos novamente o pacote para resolver o novo problema com as restrições (8) correspondentes incluídas. Caso novos ciclos sejam identificados, as restrições (8) correspondentes são incluídas no modelo e o problema novamente resolvido. Este procedimento é repetido até que todos os sub-ciclos tenham sido eliminados.

3.1 Resultados

Os testes computacionais foram realizados utilizando algumas instâncias obtidas da TSPLIB (Reinelt, 1991) para o TSP, onde são fornecidos N pontos e o custo dos arcos entre eles. Para utilizar estas instâncias consideramos os N pontos como sendo as N áreas a serem cobertas e selecionamos aleatoriamente um conjunto $M \subset N$ de áreas para serem consideradas sensíveis. Para cada instância, consideramos diferentes valores de M para mostrar o comportamento do método para uma quantidade pequena, média e grande de áreas sensíveis em relação ao total de áreas, ou seja, consideramos: $M = 0,25N$; $M = 0,50N$ e $M = 0,75N$, respectivamente.

Os testes foram realizados num computador Intel Core I7-2600 CPU, 3.40 GHz e 16GB de RAM para 5 instâncias da TSPLIB. Para cada instância, geramos os 3 valores diferentes para M ($0,25N$, $0,50N$ e $0,75N$) resultando em 15 instâncias. Para verificar o comportamento do método, consideramos diferentes valores de porcentagens (0,1; 0,2; ...;

0,9; 1) para o custo para cada uma das 15 instâncias resultando em 150 instâncias.

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos utilizando a primeira abordagem. A coluna *N* corresponde ao total de áreas a serem cobertas, a coluna *M* ao total de áreas sensíveis e a coluna *P* apresenta as variações na porcentagem de redução realizadas no custo. No caso, os valores 0,1 e 0,9 correspondem, respectivamente, à maior e à menor redução dos custos (redução de 90% e 10%). O valor 1 foi apresentado para efeito de comparação, pois representa o custo original. Para cada valor de *P* é apresentado o custo (coluna *C*) e o retorno (coluna *R*). A coluna *T* apresenta o tempo gasto para obter as soluções, em segundos.

Tabela 1. Resultado para as instâncias da TSPLIB, utilizando a primeira abordagem.

⇒ (continua)

Caso	N	M	P	C	R	T	M	P	C	R	T	M	P	C	R	T
burma14	14	3	0,1	6751	8	0,063	7	0,1	3870	2	0,094	10	0,1	3516	1	0,093
			0,2	6143	7	0,062		0,2	3733	1	0,062		0,2	3516	1	0,062
			0,3	4978	4	0,078		0,3	3733	1	0,063		0,3	3516	1	0,062
			0,4	4284	2	0,109		0,4	3733	1	0,078		0,4	3516	1	0,062
			0,5	4071	1	0,093		0,5	3548	1	0,062		0,5	3516	1	0,062
			0,6	3550	0	0,078		0,6	3548	1	0,062		0,6	3516	1	0,062
			0,7	3550	0	0,062		0,7	3454	0	0,047		0,7	3516	1	0,062
			0,8	3454	0	0,062		0,8	3454	0	0,062		0,8	3454	0	0,062
			0,9	3454	0	0,046		0,9	3454	0	0,062		0,9	3454	0	0,047
			1	3454	0	0,062		1	3454	0	0,062		1	3454	0	0,062
gr21	21	5	0,1	5884	11	0,094	10	0,1	3310	3	0,063	15	0,1	2851	0	0,078
			0,2	5392	9	0,124		0,2	3310	3	0,046		0,2	2851	0	0,109
			0,3	4680	6	0,094		0,3	3310	3	0,062		0,3	2851	0	0,094
			0,4	3645	3	0,078		0,4	3310	3	0,078		0,4	2851	0	0,094
			0,5	2930	1	0,094		0,5	3167	3	0,046		0,5	2851	0	0,093
			0,6	2930	1	0,187		0,6	2898	1	0,046		0,6	2707	0	0,046
			0,7	2707	0	0,327		0,7	2898	1	0,078		0,7	2707	0	0,046
			0,8	2707	0	0,062		0,8	2707	0	0,093		0,8	2707	0	0,046
			0,9	2707	0	0,046		0,9	2707	0	0,046		0,9	2707	0	0,047
			1	2707	0	0,046		1	2707	0	0,046		1	2707	0	0,046
bays29	29	7	0,1	3425	15	0,094	14	0,1	2386	3	0,281	21	0,1	2167	0	0,53
			0,2	3425	15	0,094		0,2	2386	3	0,265		0,2	2167	0	0,53
			0,3	3117	13	0,124		0,3	2386	3	0,203		0,3	2064	0	0,748
			0,4	2767	9	0,14		0,4	2248	2	0,405		0,4	2064	0	0,327
			0,5	2235	4	0,109		0,5	2131	1	0,39		0,5	2064	0	0,39
			0,6	2128	2	0,124		0,6	2051	0	0,421		0,6	2026	0	0,78
			0,7	2088	2	0,156		0,7	2051	0	0,717		0,7	2026	0	0,421
			0,8	2041	0	0,421		0,8	2026	0	1,450		0,8	2026	0	0,515
			0,9	2028	1	1,014		0,9	2026	0	1,388		0,9	2026	0	0,484
			1	2020	0	0,265		1	2020	0	0,265		1	2020	0	0,265

Tabela 1. Resultado para as instâncias da TSPLIB, utilizando a primeira abordagem.
⇒ (conclusão)

Caso	N	M	P	C	R	T	M	P	C	R	T	M	P	C	R	T
brazil58	58	14	0,1	56081	26	4,618	29	0,1	28795	8	0,624	43	0,1	26518	1	3,557
			0,2	33759	17	0,375		0,2	28795	8	1,467		0,2	26518	1	3,635
			0,3	31058	14	0,936		0,3	28093	5	2,695		0,3	26518	1	2,247
			0,4	28524	10	0,453		0,4	26718	4	9,939		0,4	25406	0	2,995
			0,5	27273	6	5,460		0,5	26422	1	4,524		0,5	25406	0	1,888
			0,6	26435	3	23,603		0,6	26203	2	8,799		0,6	25406	0	1,638
			0,7	26435	3	11,965		0,7	26035	0	10,920		0,7	25406	0	1,701
			0,8	25421	2	14,883		0,8	25432	2	5,601		0,8	25406	0	2,854
			0,9	25421	2	1,888		0,9	25421	1	5,195		0,9	25406	1	2,184
			1	25395	0	1,528		1	25395	1	1,451		1	25395	0	1,888
eil76	76	19	0,1	1064	38	2,995	38	0,1	660	8	0,655	57	0,1	567	1	105,222
			0,2	997	34	1,716		0,2	660	8	0,374		0,2	567	1	195,125
			0,3	853	24	18,361		0,3	651	7	1,186		0,3	567	1	405,048
			0,4	649	11	0,357		0,4	593	3	5,990		0,4	567	1	522,586
			0,5	586	4	0,991		0,5	575	2	2395,569		0,5	550	1	223,459
			0,6	560	1	9,130		0,6	557	1	55,655		0,6	545	1	20,358
			0,7	548	0	8,199		0,7	543	0	73,087		0,7	540	0	5,304
			0,8	539	0	5,817		0,8	541	0	5,039		0,8	540	0	4,025
			0,9	538	0	5,055		0,9	538	0	3,993		0,9	538	0	6,240
			1	538	0	22,948		1	538	0	5,460		1	538	0	8,583

Os resultados apresentados na Tabela 1 mostram um comportamento esperado com relação ao custo e ao número de retornos, pois à medida que a porcentagem diminui (ou seja, o custo das áreas sensíveis tem uma redução maior) o custo e os retornos aumentam. Também é possível observar que o número de retornos e, conseqüentemente, o custo são reduzidos à medida que M aumenta. Este comportamento pode ser considerado esperado pois quando o número de áreas sensíveis aumenta, significa que a maioria delas é considerada sensível. Assim, quando reduzimos os seus custos, estamos reduzindo proporcionalmente o custo da maioria das áreas, ou seja, estamos praticamente na situação sem ponderação ($P=1$). Os resultados também mostraram um tempo computacional considerado satisfatório para exemplos menores mas, para instâncias maiores, o tempo começou a ficar proibitivo (resultados destacados em negrito na Tabela 1).

Para ilustrar melhor os resultados apresentados na Tabela 1, foram geradas as Figuras 1 e 2, que foram construídas para mostrar a influência que a variação na porcentagem de redução do custo resulta no custo final e no número de retornos às áreas sensíveis a cada valor de M , respectivamente. Como o comportamento é similar para todas as instâncias, as figuras serão apresentadas considerando somente um dos casos apresentados na Tabela 1 (caso eil76).

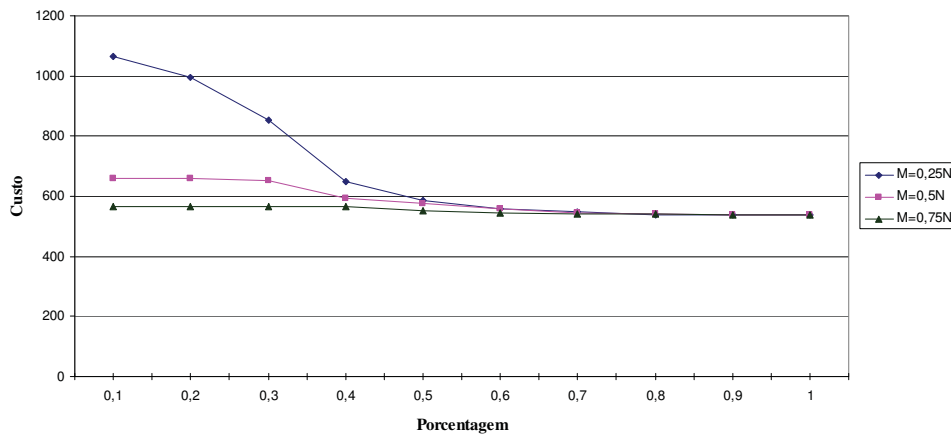


Figura 1. Variação da porcentagem × custo (caso eil76).

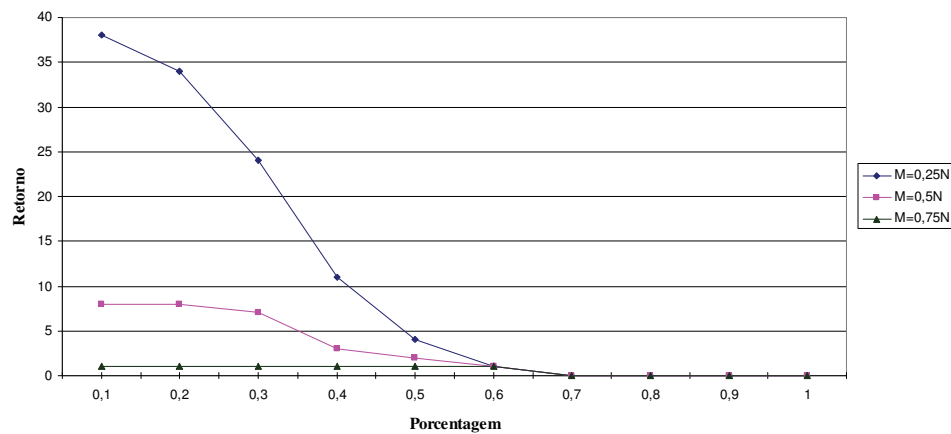


Figura 2. Variação da porcentagem × retorno (caso eil76).

Apresentar o resultado utilizando um gráfico que mostra o *trade-off* entre o custo e o retorno pode ser interessante para apoiar decisores em um processo de tomada de decisão. Assim, se o decisor tiver um intervalo de limitação de custo, por exemplo, vai poder decidir pelo melhor retorno que consegue atingir. Esta possibilidade de visualização dos resultados é ilustrada na Figura 3.

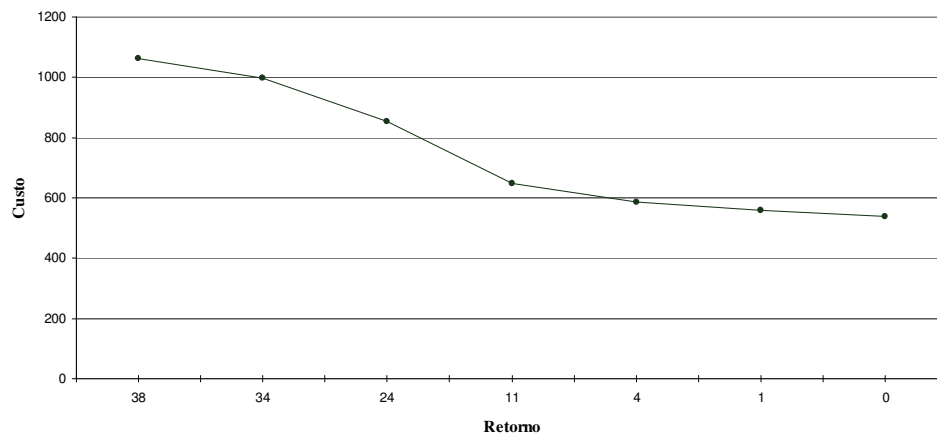


Figura 3. Custo × Retorno (caso eil76 e M=0,25).

3. Segunda Abordagem Utilizando a Formulação

A segunda abordagem consiste em manter no grafo somente os nós referentes às áreas sensíveis e utilizar como custo dos arcos o valor do caminho mínimo entre estas áreas, utilizando um dos procedimentos da literatura para gerar o caminho mínimo. Em seguida, as áreas que eventualmente não tenham sido consideradas na geração dos caminhos mínimos são incluídas e o problema é resolvido utilizando a formulação considerando os nós do novo grafo. Novamente, a formulação matemática irá considerar somente o objetivo de minimização do custo e o retorno às áreas sensíveis será permitido, ou seja, será utilizado o CRPRCA. A resolução do CRPRCA será feita utilizando novamente o GLPK (GLPK, 2013).

Para ilustrar o procedimento da segunda abordagem considere o grafo da Figura 4, onde as áreas sensíveis estão destacadas com linhas tracejadas.

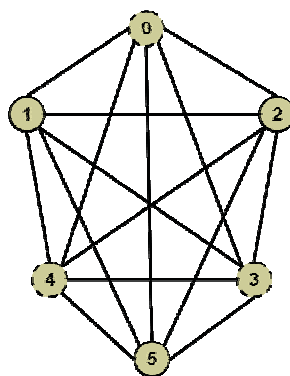


Figura 4. Exemplo para ilustrar a Abordagem 2.

Ao aplicar a abordagem os caminhos mínimos entre as áreas devem ser definidos. Supondo que o caminho mínimo entre as áreas 0 e 3 é $[0,2,3]$, entre as áreas 0 e 4 é $[0,3,4]$ e, entre as áreas 3 e 4 é $[3,5,4]$, os nós 2 e 5 poderão ser eliminados do grafo original pois já foram considerados nos caminhos mínimos. Desta forma, a formulação matemática seria aplicada no novo grafo da Figura 5.

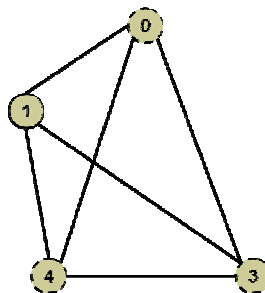


Figura 5. Grafo resultante após definição dos caminhos mínimos.

Agora, suponha que a solução da formulação matemática resulte no caminho $[0,4,1,3,4,3,0]$, representado na Figura 6a. Ao recuperar os nós originais do grafo e levando em consideração os caminhos mínimos definidos anteriormente, teríamos a solução $[0,3,4,1,3,5,4,3,2,0]$, representada na Figura 6b, ou seja, teríamos 1 retorno às áreas 3 e 4.

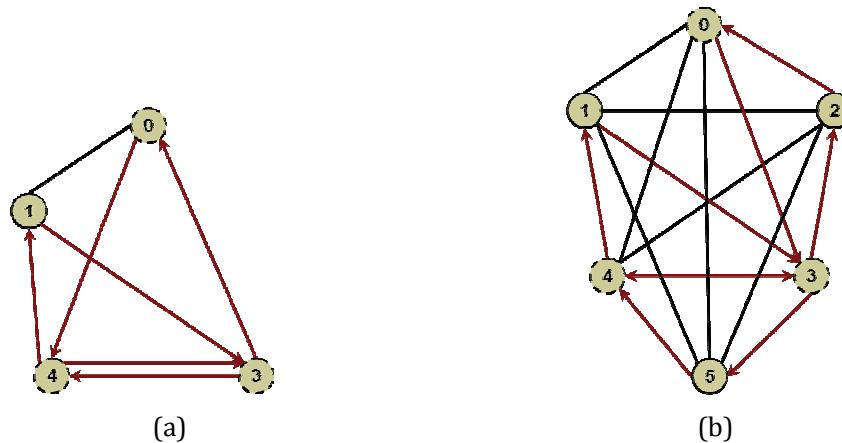


Figura 6. (a) Solução para o grafo da Figura 5.
(b) Solução para o grafo original.

A seguir, apresentamos algumas observações em relação a segunda abordagem. Da forma como foi definida, a abordagem pode permitir retornos às áreas não sensíveis pois, ao gerar os caminhos mínimos, a mesma área não sensível pode aparecer em mais de um caminho mínimo. E, caso mais de um destes caminhos apareçam na solução final, a área não sensível será revisitada. Para ilustrar esta possibilidade, considere o mesmo exemplo ilustrativo da Figura 4, somente com a alteração que o caminho mínimo entre as áreas 0 e 4 é agora $[0,3,5,4]$. Assim, caso a mesma solução fosse gerada, ou seja, resultasse no caminho $[0,4,1,3,4,3,0]$, representado na Figura 6a, ao recuperar os nós originais do grafo e levando em consideração os outros caminhos mínimos definidos anteriormente, teríamos a solução $[0,3,5,4,1,3,5,4,3,2,0]$, ou seja, teríamos novamente 1 retorno às áreas 3 e 4 e 1 retorno à área não sensível 5.

Caso a aplicação permita, esta característica de permitir retornos às áreas não sensíveis pode ser interessante, pois pode resultar até em uma redução do custo final, como mostramos em Lamosa *et al.* (2012).

Por outro lado, o retorno às áreas não sensíveis pode também não ocorrer. Para ilustrar esta possibilidade considere o grafo ilustrativo da Figura 7, onde novamente as áreas sensíveis estão destacadas com linhas tracejadas. Os valores dos arcos representam o custo de ir de uma área a outra.

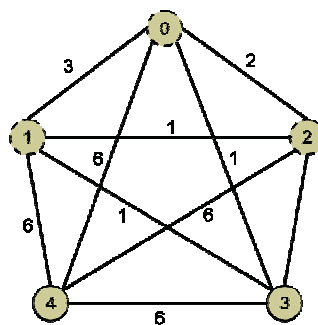


Figura 7. Exemplo para ilustrar a não inclusão de áreas não sensíveis na solução.

Aplicando a abordagem, o grafo resultante após a definição dos caminhos mínimos está ilustrado na Figura 8. Observe que o nó 3 foi eliminado pois o caminho entre as áreas 0 e 1 é $[0,3,1]$.

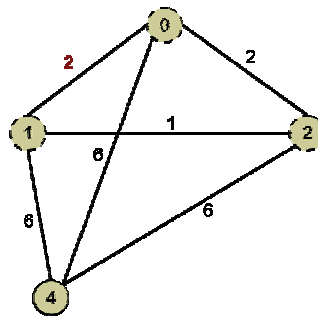


Figura 8. Grafo resultante após definição dos caminhos mínimos.

Aplicando a formulação matemática no novo grafo da Figura 8, a solução resultou no caminho $[0,4,1,2,0]$, representado na Figura 9.

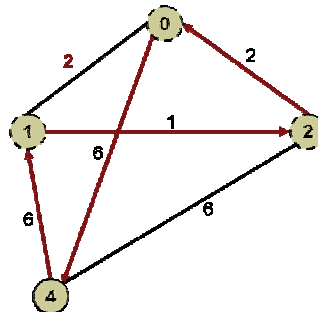


Figura 9. Solução para o grafo da Figura 8.

Observe que o arco $[0,1]$ não foi utilizado na solução. Assim, ao recuperar os nós originais do grafo, a solução para o grafo original não teria a área não sensível 3, ou seja, a solução seria infactível.

Uma solução para resolver este problema seria factibilizar a solução incluindo estas áreas não sensíveis na solução final em alguma posição do caminho. A sugestão implementada foi incluir a área não-sensível na posição que resultasse no menor aumento do custo, na ordem em que estas áreas aparecem.

O resultado apresentado na Figura 6b mostra nossa expectativa em relação a segunda abordagem, ou seja, esperávamos obter retornos às áreas sensíveis e um tempo computacional menor, considerando que haveria uma redução no número de nós do grafo ao aplicar a idéia de utilizar o caminho mínimo. Entretanto, ao aplicar a abordagem nos casos de testes da Tabela 1, utilizando o algoritmo Dijkstra (Goldbarg e Luna, 2000) para gerar o caminho mínimo entre as áreas, o resultado obtido não correspondeu ao esperado, pois não conseguimos retornos às áreas sensíveis e, apesar de conseguirmos reduzir o número de nós do grafo que, em alguns casos, foi uma redução considerável, a redução do tempo computacional não foi significativa, como mostra a Tabela 2. Nesta tabela, as colunas N_{CM} e T_{CM} representam o número de nós do grafo resultante ao gerar os caminhos mínimos e o tempo computacional utilizando a segunda abordagem, respectivamente. Para comparação são também apresentadas as colunas T_{min} , T_{max} e T_{medio} . Para cada caso de teste, T_{min} e T_{max} representam o menor e o maior tempo e T_{medio} representa o tempo médio utilizando a primeira abordagem. O tempo é reduzido se comparado ao T_{max} e ao T_{medio} , mas em relação ao T_{min} são poucos os casos onde a redução ocorre (destacados em negrito na tabela).

O custo obtido também não foi o esperado pois somente em alguns casos o resultado foi igual ao apresentado na Tabela 1. A forma escolhida para inclusão das áreas não-sensíveis que não apareciam na solução final pode ter influenciado este resultado.

Tabela 2. Redução de nós do grafo e comparação do tempo computacional utilizando a segunda abordagem.

Caso	N	M	N_CM	Custo	T_CM	Tmin	Tmax	T_medio
burma14	14	3	14	3454	0,06	0,05	0,11	0,07
		7	14	3454	0,08	0,05	0,08	0,07
		10	14	3454	0,06	0,05	0,06	0,06
gr21	21	5	18	2803	0,06	0,05	0,33	0,12
		10	17	2707	0,05	0,05	0,09	0,06
		15	18	2707	0,11	0,05	0,09	0,07
bays29	29	7	28	2026	0,30	0,09	1,01	0,25
		14	24	2026	0,09	0,20	1,45	0,58
		21	24	2029	0,17	0,27	0,78	0,50
brazil58	58	14	45	26810	1,65	0,38	23,60	6,57
		29	37	25886	0,38	1,45	10,92	5,12
		43	47	25615	7,22	0,64	2,99	2,46
eil76	76	19	54	572	28,97	0,36	22,95	7,56
		38	52	589	45,72	0,37	2396	254,7
		57	63	555	232,86	4,03	522,6	149,6

4. Considerações Finais

Este trabalho apresentou duas abordagens utilizando a formulação matemática proposta para tratar o problema de roteamento e cobertura cujo objetivo é maximizar o retorno às áreas sensíveis buscando não resultar num aumento indesejável do custo. Foram feitos alguns testes computacionais e os resultados foram apresentados, sendo que a segunda abordagem não apresentou os resultados esperados.

Como já comentado em trabalhos anteriores, algumas simplificações têm sido consideradas no modelo que podem dificultar a aplicação direta dos resultados a problemas reais. Para possibilitar esta aplicação, limitações e características serão incluídas futuramente ao problema como, por exemplo, o tempo associado ou a autonomia/capacidade da entidade que realizará o roteamento. Além disso, outras propostas de resolução para tratar o CRPMRCA estão sendo estudadas para comparação de resultados, utilizando outras metodologias multiobjetivo além da utilizada em Lamosa *et al* (2012) como, por exemplo, algoritmo genético e GRASP que já têm sido utilizadas para tratar problemas de roteamento multiobjetivo (Deb, 2001). Nosso trabalho será realizar as adaptações necessárias para tratar o CRPMRCA.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, acreditamos que outros cenários dentro do contexto, tanto civil quanto militar, poderão ser identificados para aplicação do problema em estudo, além dos cenários de aplicação já apresentados na Seção 1.

Referências

- Daskin, M.**, *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*, Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.
- Deb, K.** *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- GLPK** (GNU Linear Programming Kit), 2011, Disponível em: <http://www.gnu.org/software/glpk/>. Acesso em 04/07/2013.
- Goldberg, M. C., Luna, H. P. L.**, *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus, R. J., 2000.

- Gutin, G. e Punnen, A. P.**, *The Traveling Salesman Problem and its Variations*, Springer, New York, EUA, 2007.
- Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M. and De Marchi, M. M.** "Covering-routing problems considering sensitive areas," in *ALIO/INFORMS International Meeting*, Buenos Aires, Argentina, 2010, p. 40.
- Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M. and De Marchi, M. M.** "An interactive approach to solve a multi-objective covering-routing problem considering critical areas," in 1st CogSIMA (Conference on Cognitive Methods in Situation Awareness and Decision Support), Miami Beach, Flórida, EUA, 2011a, p. 115-118.
- Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M., De Marchi, M. M.** "Heurística modificada para um problema de roteamento e cobertura com maximização de retornos às áreas sensíveis - resultados computacionais", In: XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), Ubatuba, SP, 2011b.
- Lamosa, M. J. P., De Marchi, M. M. e Lamosa, D. M.** "O problema de roteamento e cobertura num contexto de gerenciamento de crise", In: XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), Rio de Janeiro, RJ, 2012.
- Reinelt, G.**, (1991), TSPLIB: A traveling salesman problem library, *ORSA Journal on Computing*, 3, 376-384.