

## METODOLOGIA PARA LOCALIZAÇÃO DE CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO ATRAVÉS DE ANÁLISE MULTICRITÉRIO E OTIMIZAÇÃO

**Diego Armando Soto De la vega**

Ms(e) Engenheira de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110 Bairro do Itinga, Sorocaba – SP, Brasil.  
die-soto@hotmail.com

**José Geraldo Vidal Vieira**

Prof. Dr. em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110 Bairro do Itinga, Sorocaba – SP, Brasil  
jose-vidal@ufscar.br

### RESUMEN

Este trabalho apresenta uma metodologia combinada de caráter multicritério baseada em análise de decisão e otimização para o problema de localização de centros de distribuição, considerando as incertezas inerentes aos dados e parâmetros presentes neste planejamento e que minimize os custos envolvidos. A metodologia inicial consiste em definir um conjunto de atributos relevantes de caráter quantitativo e qualitativo para a decisão de localizar centros de distribuição. A partir dos critérios quantitativos é proposto um modelo de programação matemática multiobjetivo que busca minimizar os custos. Este modelo gera soluções alternativas, que podem ser comparadas com outras soluções conhecidas à priori. Estas soluções são avaliadas por um modelo de decisão multicritério que incorpora considerações qualitativas do problema que são inviáveis para representar algebricamente. Desta forma, a aplicação do modelo de análise de decisão multicritério avalia um conjunto de soluções viáveis para determinar a escolha da melhor alternativa considerando diversos atributos.

**PALABRAS CLAVE.** Localização de Centros de Distribuição, Metodologia Multicritério, Otimização, Abordagem híbrida.

### ABSTRACT

This paper presents a combined methodology of multicriteria character based on decision analysis and optimization for the problem of locating distribution centers, considering the inherent uncertainties in the data and parameters present in this planning and that minimizes the costs involved. The initial approach consists in defining a set of relevant attributes of quantitative and qualitative character for the decision of locating distribution centers. From the quantitative criteria a multi-objective mathematical programming model that seeks to minimize costs is proposed. This model provides alternative solutions that can be compared to other a priori known solutions. These solutions are evaluated by a multicriteria decision model that incorporates qualitative considerations of the problem that are infeasible to represent algebraically. Thus, the application of the multi-criteria decision analysis model evaluates a set of feasible solutions to determine the selection of the best alternative considering several attributes.

**KEYWORDS.** Distribution center location, Multicriteria Methodology, Optimization, Hybrid approach.

## 1. Introdução

O problema de localização de instalações (Facility location problem - FLP) é um problema macro logístico que consiste em determinar o local adequado para posicionar estrategicamente algumas facilidades, tais como: instalações industriais (AMIRI, 2006; YANG et al., 2007), centros de distribuição (BARAHONA e JENSEN, 1998), instalações de assistência médico-hospitalar (FARAHANI et al., 2012; CHAN et al., 2001), instalações de varejo, entre outros. Para qualquer tipo de instalação a ser localizada, diferentes variáveis e objetivos no problema devem ser considerados simultaneamente (AWASTHI et al., 2011; BU et al., 2012; DATTA, 2012; PARTOVI, 2006). Particularmente a localização de centros de distribuição é um problema discreto que envolve um conjunto de locais (alternativas) que devem ser avaliados contra um conjunto de critérios ponderados independentes um do outro. A melhor alternativa para localização é a que obtém maior valor considerando diversos critérios de acordo com as preferências e ponderações dos tomadores de decisão.

Em geral, a localização de um Centro de Distribuição (CD) é uma decisão pouco frequente, mas que tem grande impacto no funcionamento de toda cadeia de suprimentos e demanda especial atenção da alta direção. O caráter pouco frequente faz com que muitos decisores não estejam habituados a encarar este tipo de problema, que envolve grande complexidade e muitos fatores que devem ser considerados ao mesmo tempo. Como outros tipos de instalações, a instalação de CDs é custosa, envolve um escopo de planejamento de longo prazo, e, uma vez localizadas e construídas, o investimento efetuado não é recuperável sem perdas econômicas significativas, além do tempo e esforço empregados (BALLOU, 2006).

Abordagens convencionais para localização incluem heurísticas (BARAHONA e JENSEN, 1998; SUN et al., 2008), programação inteira mista (MIP), programação dinâmica, programação não linear, programação por metas, programação quadrática, processo de análises hierárquico (AHP), análise de regressão múltipla, e um técnicas de inteligência artificial (AI), tais como sistemas especialistas, redes neurais artificiais (RNA), mataheurísticas ou a teoria dos conjuntos *fuzzy* (KAHRAMAN, 2003). Essas abordagens fornecem um conjunto de passos sistemáticos para resolver o problema, mas muitas vezes sem considerar as relações e interação entre o custo e outros fatores de interesse. Além disso, algumas delas não incorporam a preferência e experiência do analista (decisor) que pode influenciar significativamente na seleção final do local.

Nos trabalhos atuais, uma tendência é considerar toda ou grande parte da rede de distribuição logística, incorporando outros vértices do triângulo logístico como transporte e estoques para fornecer soluções cada vez mais compensatórias (KLOSE e DREXL, 2005; AMBROSINO e SCUTELLÀ, 2005; JABALAMELI e MORTEZAEI, 2011; ARABANI e FARAHANI, 2012). Além disso, novas questões como a melhoria do nível de serviço (BALLOU, 2006), a confiabilidade e responsabilidade social (SUN et al., 2008; KAHRAMAN et al., 2003) tem sido incorporada em modelos juntamente com considerações de natureza estocástica e dinâmicas da rede (YANG et al., 2007; AWASTHI et al., 2011).

Embora muitas abordagens e métodos de solução tenham sido propostos, existem poucas pesquisas que levam em conta a combinação de custos da rede logística e as preferências do decisor que incluem critérios qualitativos. Desta forma, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta para tratar os problemas de localização de CDs de forma ampla, que utiliza a metodologia multicritério para incorporar questões mais abrangentes na otimização e tratar fatores dificilmente quantificáveis.

## 2. O problema de localização de CDs

Em geral o problema de localização de CDs ocorre quando as novas instalações devem ser incluídas em uma rede logística já existente. Para um dado problema, as novas instalações são frequentemente idealizadas como pontos, e podem ser localizadas em qualquer nó da rede. Diversas restrições podem ser impostas sobre o problema para definir o conjunto de locais potenciais ou factíveis. Para problemas com objetivo único (única função objetivo), normalmente busca-se minimizar a soma dos custos de transporte proporcionais à distância de viagem entre as

instalações, minimizar o máximo entre as distâncias, minimizar um número total de novas instalações ou maximizar a cobertura (TANSEL et al., 1983).

Um modelo de localização tem quatro características básicas: (1) os clientes que se encontram localizados em pontos ou rotas dependendo do caso; (2) instalações que devem ser localizadas; (3) um espaço no qual os clientes e as instalações devem ser localizadas; e (4) uma métrica para os parâmetros envolvidos: custos, tempos e distâncias entre os clientes e as instalações (TANSEL et al., 1983).

Os Centros de Distribuição fazem parte de redes logísticas onde à montante existem diversas plantas que enviam materiais aos CDs e à jusante vários clientes que precisam ser atendidos. Neste problema, considera-se que existem diversos modais de transporte disponíveis, além de considerar que o transporte pode ser realizado utilizando frota própria ou terceirizada. Estas decisões interferem nos custos de toda a operação e devem ser consideradas no planejamento da localização dos CDs.

Cada local candidato a receber um CD tem uma limitação de capacidade cujo nível precisa ser definido pelo decisores, ou seja, é necessário definir se uma instalação será aberta em um nó candidato e determinar o nível de capacidade que será aberta. Esta decisão deve considerar os fluxos de material em cada nó, para que os clientes sejam atendidos e suas respectivas capacidades sejam respeitadas. Vale lembrar que um CD com maior capacidade incorre em um custo de instalação maior. Este problema envolve custos com diferentes ordens de grandeza, por exemplo, custos fixos de abertura de novas instalações e custos operacionais de distribuição. Além disso, o problema envolve outros objetivos como a redução de tempos de entrega (lead times) em toda a operação de distribuição.

A decisão de localização de CDs envolve outras questões e objetivos que não são facilmente quantificáveis: a existência de infraestrutura e possibilidade de expansão na rede; a disponibilidade de mão de obra qualificada; incentivos fiscais e cargas tributárias que diferenciam os nós candidatos. Outra questão relevante é o impacto ambiental das operações ao longo de toda a rede e ao longo do tempo. Considerando apenas o ponto de vista de minimização de custos, uma solução com menor número de CDs de capacidade maior pode ter um menor custo total, mas não considera que esta solução implica em um maior volume de transporte e conseqüentemente em maior emissão de poluentes.

### 3. Revisão de literatura

As áreas de Pesquisa Operacional e Gestão de Operações têm sido bastante produtivas no desenvolvimento de novas técnicas e métodos para resolução de problemas para tratar problemas de localização de instalações. Inicialmente, os métodos tendiam a ser de natureza quantitativa e mais rígidos, mas durante as décadas de 70 e 80 uma variedade de métodos qualitativos e flexíveis foram desenvolvidos. Após um período de preocupação com a escolha do método, observa-se um movimento em direção à uma abordagem pluralista de combinação de vários métodos integrados, ou seja, intervenção múltipla metodológica. Munro e Mingers (2012) realizaram uma pesquisa com respeito ao uso de metodologia combinadas e combinações específicas que são mais comumente utilizadas. Segundo os resultados dos autores, as técnicas mais utilizadas para tratar o problema são: *Soft System Methodology* (SSM); avaliação de cenários; diagrama de influência; *Delphi*; análises de decisão; e, mapeamento cognitivo. O método de análise hierárquica processos (AHP - Analytic Hierarchy Process) é mais conhecido e pode ser utilizado para dar pesos aos diferentes atributos do problema, assim como os métodos: Fuzzy (YANG et al., 2007; KAHRAMAN et al., 2003), SMART (Simple Multiattribute Rating Technique), ELECTRE (Elimination and Choice Translating Reality) (GOODWIN e WRIGHT, 2005), PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation) (ZHAOXU e MIN, 2010).

Quando se considera critérios para avaliar localização de instalações, o mais comum é o custo. Mas, uma grande variedade de critérios pode ser encontrada na literatura. Farahani et al. (2010) revisaram alguns destes critérios, dos quais os de maior interesse tem sido: os custos, benefícios, riscos ambientais, acessibilidade e utilização de recursos, acessibilidade a serviços

públicos, questões políticas e regulamentos, concorrência, fatores econômico, população, capacidade, distância e oportunidade, entre outros. Por outro lado, os objetivos ambientais e sociais com base no custo de energia, uso da terra, congestionamento, ruído, qualidade de vida, poluição, crise dos combustíveis fósseis e o turismo estão se tornando cada vez mais comuns (FARAHANI et al., 2010). Conseqüentemente, uma das dificuldades mais importantes para resolver esses problemas é encontrar uma forma de medir esses critérios e incorporá-los no modelo de decisão. Esta questão tem chamado a atenção de muitos administradores e acadêmicos.

Wallenius et al. (2008) apresentou uma revisão sobre as metodologias de tomada de decisão multicritério (MCDM) assim como os eventos mais importantes que tem sido desenvolvidos: (1) o uso da Internet e o desenvolvimento da computação; (2) crescimento substancial em aplicações de MCDM; (3) o reconhecimento da importância do MCDM em revistas de gestão profissional; (4) é crescente a importância dos aspectos comportamentais de tomada de decisão; (5) o surgimento da otimização multiobjetivo como um novo campo com fortes ligações com as abordagens MCDM; (6) as heurísticas em MCDM têm sido mais importantes e (7) MCDM começou a penetrar em áreas novas de pesquisa e aplicações, por exemplo, na logística.

Dentre as diversas metodologias propostas para resolução do modelo, a metodologia proposta por Montibeller e Franco (2007) é particularmente interessante. Esta metodologia está baseada na modelagem de valores segundo as preferências do decisor, seguindo um fluxo de etapas, conforme apresentado na figura 1.

Note que a Figura 1 apresenta as etapas de forma sequencial, porém pode haver iteração entre elas a partir de um maior entendimento do problema por parte dos tomadores de decisão. Na etapa 4 pode-se considerar modelos matemáticos para modelagem de atributos quantitativos e que deverão retornar um conjunto de soluções para serem avaliadas, juntamente com os demais atributos, para cada alternativa a ser analisada.

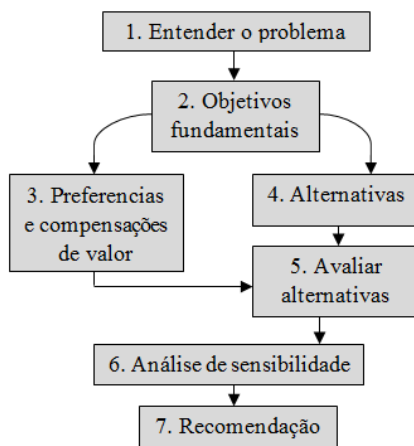


Figura 1. Estrutura da metodologia. Fonte: Montibeller e Franco (2007)

#### 4. Abordagem proposta

A abordagem proposta neste trabalho consiste na incorporação de um modelo matemático na metodologia multicritério apresentada por Montibeller e Franco (2007) para tratar o problema de localização de CDs. O modelo matemático é proposto com vários objetivos e gera mais alternativas para a avaliação. Desta forma, a metodologia multicritério para o problema de localização dos CDs segue a estrutura apresentada na Figura 1 e cada uma das etapas é descrita detalhadamente a seguir:

**4.1. Descrição do problema e classificação (etapa 1):** Esta etapa consiste na definição das particularidades do problema de localização de centros de distribuição de acordo com a percepção dos decisores. Devem ser estabelecidos os critérios para avaliação do problema a ser

tratado e as respectivas restrições e incertezas. A execução desta etapa é feita por meio de entrevistas com os decisores.

**4.2. Determinações dos objetivos fundamentais (etapa 2):** Os objetivos fundamentais são definidos de acordo com a preferência dos decisores. Esses objetivos representam os atributos ou critérios de escolha do decisor. Quando agrupados de forma estruturada representam a árvore de decisão do problema a ser resolvido.

Cada objetivo é uma afirmação do que se pretende atingir no contexto da decisão. Para tornar explícito o objetivo é necessário descrever seus três componentes: contexto da decisão, o objeto e a direção de preferência (BARKER e ZABINSKY, 2011). Assim, os tomadores de decisões (administradores estratégicos da organização) aportam um conjunto preliminar de atributos de acordo com o valor (preferência) e o objetivo da decisão. Logo, a decisão deve ser baseada no “Pensamento de Valor” e não no “Pensamento das Alternativas” (KEENEY, 1996). Para basear-se em “Valor” é necessário que estes sejam explícitos a partir de um estudo dos objetivos a serem buscados, para depois criar as alternativas que servirão para agregar tais valores.

A recomendação a ser efetuada baseia-se na função de valor global, representada na eq (1) pela sua forma aditiva, segundo Keeney e Winterfeldt (2009). A alternativa que apresentar maior valor nesta função deve ser a recomendada.

$$v(a) = \sum_{i=1}^m k_i v_i(x_i(a_i)) \quad (1)$$

Onde,  $a$  representa a alternativa em avaliação,  $v(a)$  é o valor global da função valor da alternativa  $a$ ;  $i$  representa os atributos de mensuração dos critérios do problema;  $x_i(a_i)$  é o desempenho da alternativa  $a$  em relação ao atributo  $i$ ;  $v_i(.)$  é a função de valor parcial da alternativa  $a$  em relação ao atributo  $i$ ;  $k_i$  é o peso do atributo  $i$ , que refere-se ao indicador empregado para medição do grau de cumprimento de cada objetivo.

A execução desta etapa envolve entrevistas com os decisores e resulta na construção da árvore de valor e definição dos atributos.

**4.3. Preferencia e compensações de valor (etapa 3):** Para o conjunto de atributos definidos é necessário fazer uma valoração, ou seja, definir a unidade de medida e limites para cada atributo. Cada atributo deve obedecer cinco propriedades, segundo Keeney e Gregory (2005): não ser ambíguo; ser abrangente; ser operacional; ter aplicação direta e de fácil compreensão. Os atributos devem, ainda, ser dispostos de forma hierárquica e devem possuir as seguintes propriedades: Relevância; Clareza; Mensurável; sem redundância e independência preferencial.

Para cada atributo é obtida uma função de valor  $v_i(.)$ , que deve representar a preferência dos tomadores de decisão. Sua obtenção é realizada por meio de entrevistas com os decisores, ou de forma generalizada por meio da aplicação de questionários a um grupo de decisores (LOKEN et al., 2009).

Os atributos podem ser classificados em qualitativos ou quantitativos. Os atributos qualitativos são compostos por fatores que possuem alguma subjetividade, como: os fatores econômicos, condições sindicais, imagem da empresa, entre outros. Estes atributos podem ser quantificáveis através de um esforço para encontrar indicadores relacionados ou utilizando a percepção dos decisores. Assim estes podem definir em uma escala de zero (0) a cem (100) dando maior qualificação às alternativas mais desejadas. Os atributos quantitativos supõem a utilização de indicadores objetivos e que podem ser objeto de uma medição direta. Estes atributos podem ser subdivididos quanto ao comportamento: linear e não linear. Para a determinação da curva de valor de cada atributo será utilizado o método da bisseção (GOODWIN; WRIGHT 2005).

**4.3.1. Hierarquização dos critérios (etapa 3.1).** Implica atribuir ponderações (pesos) para indicar as preferências ou preocupações dos tomadores de decisões em relação ao conjunto de atributos. Os pesos podem ser atribuídos inicialmente entre níveis superiores e logo para os níveis inferiores, até completar todos os ramos da árvore. O método AHP é uma ferramenta atrativa para utilização quando existem conflitos entre vários objetivos da organização, pois a comparação pareada dos critérios permite obter uma valoração generalizada quando a análise se concentra somente em dois fatores.

**4.4. Formulação do modelo matemático (etapa 4):** Após a classificação dos critérios, aqueles facilmente quantificáveis podem fazer parte de um modelo matemático contínuo, discreto, estocástico ou dinâmico a partir da interação entre eles e parâmetros dados ao problema. Restrições podem ser utilizadas para incluir o nível de expansão desejado, garantia de capacidade, entre outros. Nem todos os critérios serão incluídos na modelagem, pois existem alguns dificilmente quantificáveis como, por exemplo, condições sindicais, oferta de mão de obra qualificada, força competitiva, entre outros que fazem parte da metodologia multicritério. A ideia nesta fase é fornecer aos critérios selecionados um conjunto de soluções factíveis, isso é que satisfaçam às restrições e que permitam melhorar a função objetivo. O objetivo do modelo depende do problema tratado e das preferências do decisor.

**4.4.1. Determinação de alternativas (etapa 4.1).** Uma empresa geralmente tem locais potenciais para instalação de CDs. Estes locais candidatos representam pontos ou nós na rede de distribuição e são incluídos no modelo matemático definindo um conjunto de soluções factíveis. É importante adicionar informações relevantes das alternativas de locais que não tenham sido consideradas em análises prévias. Esta fase pode ser realizada de maneira paralela às duas primeiras fases já definidas.

**4.5. Avaliação de alternativas (etapa 5):** As soluções geradas pelo modelo matemático são dados de entrada (alternativas) para o modelo multicritério. Assim, por meio das funções de valor e dos pesos definidos pelos decisores para cada atributo é possível avaliar um valor global para cada possível solução.

**4.6. Análises de sensibilidade (etapa 6):** O objetivo desta etapa é verificar a aderência da solução resultante. Será utilizado o software V.I.S.A. para selecionar a melhor alternativa para a localização com as preferências dos decisores. Esta ferramenta permite modificar, de forma dinâmica, os pesos dos critérios e observar como essas mudanças influenciam o resultado.

## 5. Validação

A avaliação da proposta deste trabalho, que consiste em combinar a metodologia multicritério com a modelagem matemática para o problema de localização de CDs, envolveu a aplicação de todas as etapas descritas na seção 4 com avaliações reais em um contexto teórico.

As etapas de descrição e classificação do problema (etapa 1), definição dos objetivos fundamentais (etapa 2) e suas medidas de desempenho, assim como as preferências e a avaliação das compensações de valor foram feitas por meio de entrevistas com gestores de centros de distribuição que participaram ativamente da implantação de novas instalações. A seção 2 apresenta o resultado das etapas 1 (descrição do problema) e 2 (definição dos objetivos fundamentais). Além disso, a Tabela 1 apresenta a árvore de decisão para o problema, com os respectivos indicadores, unidades de medida e valoração dos atributos.

Na modelagem das preferências e avaliação das compensações de valor (etapa 3) foram desenhadas curvas de valor para cada um dos critérios a partir da percepção dos avaliadores. Estas curvas permitem medir a força relativa das preferências dos avaliadores com respeito a cada atributo para as alternativas de localização estabelecidas. O método da bissecção foi aplicado para gerar a função de valor  $v_i(\cdot)$ , a partir da resposta dos avaliadores em relação aos pontos médios entre os melhores e piores valores de cada atributo.

**Tabela 1.** Árvore de decisão para localização de CDs.

ATRIBUTOS	INDICADOR	UND	Valor
<b>1. CUSTO</b>			66,67%
<b>1.1. Investimento</b>	Valor presente líquido (VPL)	\$R	75%
<b>1.2. Custo operacional</b>			25%
1.2.1. Custo de operação	Custo variável	\$R/mês	75%
1.2.2. Custos mão de obra	Custo variável	R\$ x mil	25%
<b>2. BENEFÍCIO</b>			33,33%
<b>2.1. Características do trabalho</b>			4,3%
2.1.1. Disponibilidade MO qualificada	Qualitativo	Escala	100%
<b>2.2. Infraestrutura</b>			34,9%
2.2.1. Existência modais transporte	Qualitativo	Escala	12%
2.2.2. Possibilidade expansão	Área total	m <sup>2</sup>	52,8%
2.2.3. Sistemas telecomunicação	Qualitativo	Escala	33,2%
<b>2.3. Ambiente macro</b>			12,4%
2.3.1. Taxas e impostos	Custo	R\$	33,33%
2.3.2. Impacto ambiental	Emissão de CO <sub>2</sub>	Ton/mês	33,33%
2.3.3. Incentivos fiscais	VPL	R\$	33,33%
<b>2.4. Mercado</b>			24,2
2.4.1. Proximidade cliente	Somatória de distancia	Km	66,7%
2.4.2. Proximidade fornecedor	Somatória de distancias	Km	33,3%
<b>2.5. Lead time da rede</b>	Tempo do pedido	Dias	24,2%

A comparação entre os diferentes critérios do mesmo nível hierárquico (etapa 3.1) foi realizada utilizando AHP, que determina a importância relativa dos atributos. O software EXPERT CHOICE foi utilizado para transformar as comparações em pesos normalizados e verificar a consistência das comparações (última coluna da Tabela 1).

Observe na Tabela 1 que a árvore envolve os seguintes critérios quantitativos: custos de investimento; custos e de operação e *lead times* da rede de suprimentos. Estes critérios permitem a proposição de um modelo matemático multicritério descrito por programação multiobjetivo para gerar alternativas de solução factíveis (etapa 4). Para apresentação do modelo é necessário definir os seguintes índices, parâmetros e variáveis:

$j$	Índice das plantas
$k$	Índice potenciais centros de distribuição (CD)
$l$	Índice dos clientes (varejistas)
$m$	Índice dos modais de transporte
$v$	Índice do conjunto da frota própria
$r$	Índice dos possíveis níveis de capacidade dos CD.
$C_{jkm}$	Custo unitário de atendimento desde a planta $j$ até o centro de distribuição $k$ no modal $m$
$C'_{klv}$	Custo unitário de distribuição desde o CD $k$ até o cliente $l$ no veículo próprio $v$
$CS_{kl}$	Custo unitário de distribuição desde o CD potencial $k$ até o cliente $l$ com transporte subcontratado
$t_{jkm}$	Tempo de transporte desde a planta $j$ até o CD potencial $k$ no modal $m$
$t'_{klv}$	Tempo de distribuição desde o CD potencial $k$ até o cliente $l$ no veículo próprio $v$
$tS_{kl}$	Tempo de distribuição desde o CD potencial $k$ até o cliente $l$ de forma subcontratada
$f_k^r$	Capital necessário para abrir o CD $k$ com nível de capacidade $r$
$a_k^r$	Custo de operação unitário no CD potencial $k$
$b_k^r$	Capacidade do CD potencial $k$ quando é aberto com nível de capacidade $r$
$D_l$	Demanda mensal estimada para o cliente $l$
$e_j$	Capacidade de produção da fábrica $j$

$Cp_v$	Capacidade de transporte do veículo próprio $v$
$RM_{mjk}$	1 se o modal $m$ é uma alternativa disponível no transporte desde a planta $j$ para o CD potencial $k$ , 0 caso contrario
$RV_{vl}$	1 se o veículo tem acesso para servir ao cliente $l$ , 0 caso contrario
$\theta$	Mínima Porcentagem de utilização aceita para os CD abertos [%]
$\mathcal{M}$	Número muito grande
$X_{jkm}$	Quantidade de produto transportado desde a planta $j$ para o centro de distribuição $k$ no modal $m$ .
$Y_{klv}$	Quantidade de produto distribuído desde o centro de distribuição $k$ para o cliente $l$ no tipo de veículo próprio $v$ .
$Z_{kl}$	Quantidade de produto distribuído de forma subcontratada desde o centro de distribuição $k$ até o cliente $l$ .
$\chi_{jkm}$	1 se o modal $m$ é utilizado no transporte de produtos desde a planta $j$ para o CD potencial $k$ , 0 caso contrario
$\psi_{klv}$	1 se o veículo próprio $v$ é utilizado na distribuição desde o CD potencial $k$ para o cliente $l$ .
$\omega_{kl}$	1 se o transporte subcontratado é utilizado na distribuição desde o CD potencial $k$ até o cliente $l$ , 0 caso contrario
$U_k^r$	1 se o centro de distribuição $k$ é aberto com nível de capacidade $r$ .
$IV_{klv}$	1 se o veículo $v$ é usado para distribuir desde o CD potencial $k$ até o cliente $l$
$NV_v$	Número de veículos $v$ totais utilizados

### Equações

$$\min F1 = \sum_j \sum_k \sum_m C_{jkm} * X_{jkm} + \sum_k \sum_l \sum_v C'_{klv} * Y_{klv} + \sum_k \sum_l CS_{kl} * Z_{kl} + \sum_j \sum_k \sum_m a_k * X_{jkm} \quad (2)$$

$$\min F2 = \sum_j \sum_k \sum_m t_{jkm} * \chi_{jkm} + \sum_k \sum_l \sum_v t'_{klv} * \psi_{klv} + \sum_k \sum_l tS_{kl} * \omega_{kl} \quad (3)$$

$$\min F3 = \sum_k \sum_r f_k^r * U_k^r \quad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_k \sum_v Y_{klv} + \sum_k Z_{kl} \geq D_l \quad \forall l \quad (5)$$

$$\sum_j \sum_m X_{jkm} * RM_{mjk} \geq \sum_l \sum_v Y_{klv} + \sum_l Z_{kl} \quad \forall k \quad (6)$$

$$\sum_j \sum_m X_{jkm} \leq \sum_r b_k^r * U_k^r \quad \forall k \quad (7)$$

$$\sum_j \sum_v Y_{klv} + \sum_l Z_{kl} \geq \theta * U_k^r \quad \forall k, r \quad (8)$$

$$\sum_k U_k^r \leq 1 \quad \forall k \quad (9)$$

$$\sum_m \sum_k X_{jkm} \leq e_j \quad \forall j \quad (10)$$

$$Y_{klv} \leq Cap_v * RV_{vl} * IV_{klv} \quad \forall k, l, v \quad (11)$$



$$NV_v = \sum_k \sum_l IV_{klv} \quad \forall v \quad (12)$$

$$X_{jkm} \leq \chi_{jkm} * \mathcal{M} \quad \forall j, k, m \quad (13)$$

$$Y_{klv} \leq \psi_{klv} * \mathcal{M} \quad \forall k, l, v \quad (14)$$

$$Z_{kl} \leq \omega_{kl} * \mathcal{M} \quad \forall k, l \quad (15)$$

$$\chi_{jkm} \leq X_{jkm} \quad \forall j, k, m \quad (16)$$

$$\psi_{klv} \leq Y_{klv} \quad \forall k, l, v \quad (17)$$

$$\omega_{kl} \leq Z_{kl} \quad \forall k, l \quad (18)$$

$$X_{jkm}, Y_{klv}, Z_{kl} \in \mathbb{R}^+, \chi_{jkm}, \psi_{klv}, \omega_{kl}, U_k^r \in \{0,1\} \text{ e } NV_v \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j, k, l, m, v \quad (19)$$

A função objetivo (2) minimiza os custos de transporte relacionados ao suprimento de cada CD, custos para distribuição a partir dos CDs, considerando frota própria ou terceirizada, e custos operacionais dentro dos CDs. A função objetivo (3) minimiza os *lead times* da cadeia de suprimentos (tempos desde as fabricas até os CDs e depois até os clientes). A função objetivo (4) minimiza o investimento para abertura dos CDs com diferentes capacidades de instalação. A restrição (5) garante a satisfação da demanda, a restrição (6) garante o fluxo entre entradas e saídas nos CD's, obedecendo às restrições de acesso por modais. As equações (7) e (8) garantem as capacidade máximas e mínimas dos CD's, enquanto a restrição (9) garante que os CD's sejam abertos com uma única capacidade. A equação (10) restringe as capacidades das plantas e a equação (11) às capacidades dos veículos próprios utilizados, enquanto a restrição (12) calcula o numero total usado. O conjunto de restrições (13-18) garante a atribuição de 1 as variáveis binárias quando existem quantidades transportadas. Finalmente as restrições (19) define o domínio das variáveis.

A seguir apresentam-se duas propostas para incorporar as diferentes funções objetivo em um mesmo modelo:

$$\min Desv = w_1 \left( \frac{F1}{F1^*} \right) + w_2 \left( \frac{F2}{F2^*} \right) + w_3 \left( \frac{F3}{F3^*} \right) \quad (22)$$

$$\min MDesv = \max \left\{ w_1 \left( \frac{F1}{F1^*} \right), w_2 \left( \frac{F2}{F2^*} \right), w_3 \left( \frac{F3}{F3^*} \right) \right\} \quad (23)$$

Onde  $w_1, w_2$  e  $w_3$  são os pesos relativos de cada função objetivo acima apresentada e  $F1^*, F2^*$  e  $F3^*$  os valores ótimos dessas funções respectivamente, também nomeados como *valores metas*. A equação (22) minimiza a soma ponderada dos desvios percentuais dos objetivos do problema enquanto a equação (23) minimiza o máximo dos desvios percentuais.

Desta forma, foram propostos os seguintes modelos inteiros mistos: *A*, que corresponde ao modelo (2)(5-19); *B*, que corresponde ao modelo (3)(5-19); e, *C* que ao modelo (4-19), e os modelos de programação de metas: *D*, que inclui as equações (22)(5-19); e, *E* (23)(5-19). Estes modelos foram codificados na linguagem de modelagem *GAMS* e resolvidos em um microcomputador com processador Intel Core i5-2430M com 2.4GHz de RAM pelo *solver CPLEX* versão 12,3. Para isso, inicialmente resolveu-se os três primeiros modelos, para obterem-se os valores metas  $F1^*, F2^*$  e  $F3^*$ .

Após o desenvolvimento de modelo matemático para representar as decisões envolvidas é possível determinar as alternativas (etapa 6). Cada um dos cinco modelos propostos gera uma alternativa de solução de acordo com a função objetivo. Além disso, podem ser incorporadas soluções alternativas definidas pelos decisores que tenham bom impacto em relação aos critérios qualitativos. Vale ressaltar que estas soluções alternativas são factíveis para as restrições impostas em (5-19).

Para as soluções geradas pelo modelo matemático, no exemplo, foram atribuídos valores aleatórios para os atributos qualitativos baseados nos limites e proporcionalidade dos dados fornecidos pelo gestor. As soluções do problema multiobjetivo são apresentadas nas Tabelas 6 e 7. Nomes e unidades da Tabela 7 podem ser verificados na Tabela 2.

**Tabela 6.** Alternativas: valores fornecidos pela modelagem matemática

Modelo	CD Aberto (Nível Capacidade)	Investimento (R\$)	Custo Operacional (R\$/mes)	Lead Time (Dias)
A	3(2) 5(1)	166.620.000	41.980.000	29,57
B	2(2) 3(1) 4(1)	240.420.000	50.916.000	16,98
C	1(3)	93.145.000	66.690.000	29,04
D <sub>1</sub>	7(3)	95.018.571	45.091.959	25,66
D <sub>2</sub>	2(3)	95.715.851	59.021.395	20,98
E <sub>1</sub>	3(2) 8(1)	173.599.425	42.909.823	29,42
E <sub>2</sub>	3(1) 4(1) 7(2)	229.449.504	44.953.188	18,53
E <sub>3</sub>	1(2) 3(1)	150.646.514	59.455.773	19,09

Na tabela 6, note que a solução ótima para o modelo A (que minimiza custo operacional) é abrir os centros de distribuição 3 e 5 no nível de capacidade médio (2) e baixo (1) respectivamente. Para o modelo C (que minimiza o investimento) a solução ótima é abrir um único centro de distribuição (1) com a máxima capacidade (3). O leitor também notara que os modelos multiobjetivos D e E fornecem mais de uma solução ( $D_1, D_2, E_1, E_2, E_3$ ). Estas soluções são chamadas na programação multiobjetivo como soluções “não dominadas” e podem ser obtidas variando os pesos das metas ( $w_1 - w_2 - w_3$ ) a critério do analista. Para nosso caso, duas e três variações foram feitas para os modelos D e E respectivamente a critério do decisor, para o modelo D, por exemplo, os pesos usados foram (1-0-1) e (0-1-1). Para maiores detalhes desta abordagem, o leitor pode ver Munhoz e Morabito (2001).

Posteriormente a avaliação das alternativas (etapa 5) compara as diferentes propostas de localização resultantes em relação a cada critério e à meta proposta. Nesta etapa, as soluções a foram carregadas na estrutura decisória construída no V.I.S.A. Os resultados indicaram como a alternativa mais recomendada a gerada pelo modelo  $D_1$  (abrir CD7). A classificação geral em ordem de preferencia é apresentada como:  $D_1 > D_2 > E_3 > B > A > E_1 > E_2 > C$ .

**Tabela 7.** Alternativas: outros valores além dos custos.

Mod	1.2.2	2.1.1	2.2.1	2.2.2	2.2.3	2.3.1	2.3.2	2.3.3	2.4.1	2.4.2
A	1.019	Pouca	Ruim	265000	Bom	225.000	1.1	1.094	4100	4850
B	1.700	Moderada	Regular	450000	Bom	214.000	2.3	1.300	4483	4983
C	3.143	Pouca	Regular	1000000	Ruim	160.000	4.8	2.062	4500	4850
D <sub>1</sub>	2.141	Suficiente	Excelente	310000	Regular	240.000	3.8	1.423	6000	4500
D <sub>2</sub>	2.276	Moderada	Regular	700000	Bom	200.000	5.0	1.475	4500	6000
E <sub>1</sub>	2.949	Moderada	Ruim	525000	Regular	205.000	1.3	2.382	4850	4500
E <sub>2</sub>	3.582	Bom	Bom	320000	Regular	227333	1.9	1.282	4983	4483
E <sub>3</sub>	3.427	Escassa	Ruim	650000	Ruim	190.000	2.7	1.350	4850	4100

Após a avaliação das alternativas, a análise de sensibilidade (etapa 6) que permite ao tomador de decisão verificar quão robusta é a sua decisão provisória em relação a possíveis alterações nas preferências e importância relativa dos critérios definidos. Desta forma, foram feitas variações importantes nos pesos relativos dos critérios mais relevantes: *benefício* e *investimento*.

A Figura 3 apresenta as soluções recomendadas quando variações na relação custo-benefício são realizadas. Observa-se que quando a prioridade do benefício atinge 43.5%, a alternativa sugerida é a gerada pelo modelo B. Quando o peso aumenta além dos 70% a alternativa sugerida é a gerada pelo modelo E<sub>2</sub>. O intervalo percentual no qual a solução provisória, gerada pelo modelo D<sub>1</sub>, se mantém como a mais preferida é para quando o benefício for avaliado entre 20-43.5%.

A Figura 4, por outra parte, apresenta os resultados das variações no peso do subcritério *Investimento*. Note que um aumento da prioridade além dos 80% sugere a alternativa gerada pelo modelo  $E_3$  como a mais adequada. Pelo contrario, se o peso do critério diminui até 67% a solução gerada pelo modelo  $B$  seria a escolha mais recomendável.

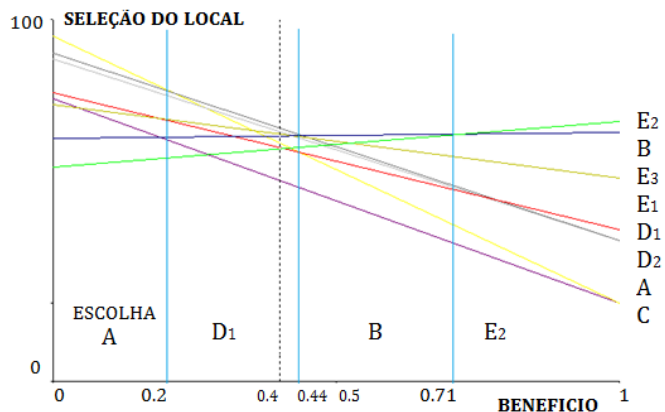


Figura 3. Variações na prioridade do critério benefício.

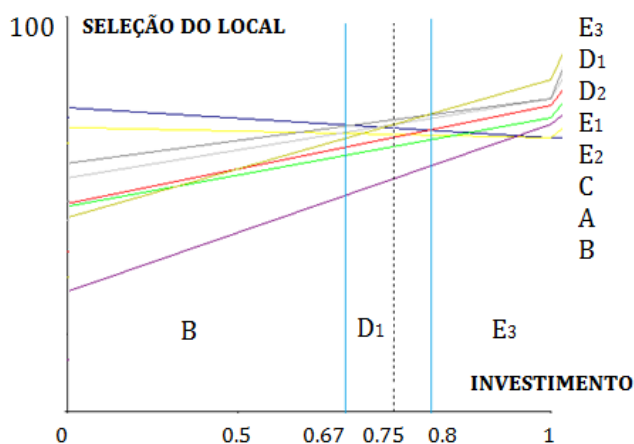


Figura 4. Variações na prioridade do critério investimento

Após a realização de análises de sensibilidade, a solução gerada pelo modelo  $D_1$  parece ser a mais recomendável. Note que esta escolha não representa a melhor alternativa em relação à minimização de custos de investimentos, custo operacional ou lead times, mas certamente parece ser a que fornece as configurações e compensações mais adequadas para o decisor e aquela com melhor comportamento em relação aos possíveis cenários estudados.

## 6. Conclusão

Este artigo propõe uma metodologia combinada para o problema de localização de instalações considerando os diversos critérios estratégicos qualitativos e quantitativos que envolvem a decisão. Nessa metodologia, um conjunto de fatores relevantes à tomada de decisões para a localização de instalações tanto propostos na literatura como por decisores em situações reais foram usados para resolver um problema teórico. Um modelo matemático discreto multiobjetivo foi proposto para levar em conta o conjunto de custos e restrições de uma rede de distribuição. As alternativas foram avaliadas considerando a combinação de duas abordagens. O modelo matemático filtra as soluções não factíveis e otimiza os critérios de avaliação propostos em diferentes funções objetivo. Além disso, um conjunto de soluções eficientes foi definido por uma análise multicritério que permite a consideração das preferências dos decisores de acordo com ponderações para os fatores que influenciam a decisão.

A solução fornecida pela metodologia pode ser um resultado mais compensatório, pois é capaz de emular as preocupações reais do tomador de decisões, as quais muitos outros modelos não examinam, além de considerar os benefícios e os custos palpáveis da rede ao utilizar um conjunto de soluções não dominadas do modelo matemático.

## Referências

- Ambrosino, D. e Scutellà, M.** (2005), Distribution network design: New problems and related models, *European Journal of Operational Research*, 165(3), 610–624.
- Amiri, A.** (2006), Designing a distribution network in a supply chain system: Formulation and efficient solution procedure, *European Journal of Operational Research*, 171(2), pp.567–576.
- Anagnostopoulos, K., Doukas, H. e Psarras, J.** (2008), A linguistic multicriteria analysis system combining fuzzy sets theory, ideal and anti-ideal points for location site selection. *Expert Systems with Applications*, 35(4), 2041–2048.
- Arabani, A.B. e Farahani, R.Z.** (2012), Facility location dynamics: An overview of classifications and applications, *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 408–420.
- Awasthi, A., Chauhan, S. e Goyal, S.K.** (2011), A multi-criteria decision making approach for location planning for urban distribution centers under uncertainty, *Mathematical and Computer Modelling*, 53(1-2), 98–109.
- Ballou, R.H.**, *Logística empresarial: Gerenciamento da cadeia de suprimentos*, Bookman, Porto alegre, 2006.
- Barahona, F. e Jensen, D.** (1998), Plant location with minimum inventory, *Mathematical Programming*, 83, 101–111.
- Barker, T.J. e Zabinsky, Z.B.** (2011), A multicriteria decision making model for reverse logistics using analytical hierarchy process, *Omega*, 39(5), 558–573.
- Bu, L., Van Duin, J., Wiegmans, B., Luo, Z. e Yin, C.** (2012), Selection of City Distribution Locations in Urbanized Areas, *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 39, 556–567.
- Chan, Y., Carter, W.B. e Burnes, M.D.** (2001), A multiple-depot, multiple-vehicle, location-routing problem with stochastically processed demands, *Computers & Operations Research*, 28(8), 803–826.
- Chen, M.F. e Tzeng, G.H.** (2004), Combining grey relation and TOPSIS concepts for selecting an expatriate host country, *Mathematical and Computer Modelling*, 40(13), 1473–1490.
- Daskin, M.S.** (1995). *Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications*, in: John Wiley & Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, In Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization.
- Datta, S.** (2012), Multi-criteria multi-facility location in Niwai block, Rajasthan, *IIMB Management Review*, 24(1), 16–27.
- Demirel, T., Demirel, N. e Kahraman, C.** (2010), Multi-criteria warehouse location selection using Choquet integral, *Expert Systems with Applications*, 37(5), 3943–3952.
- Dheena, P. e Mohanraj, G.** (2011), Multicriteria decision-making combining fuzzy set theory, ideal and anti-ideal points for location site selection, *Expert Systems with Applications*, 38(10), 13260–13265.
- Dias, J., Captivo, M. e Clímaco, J.** (2007), A memetic algorithm for multi-objective dynamic location problems, *Journal of Global Optimization*, 42(2), 221–253.
- Farahani, R., Asgari, N., Heidari, N., Hosseini, M. e Goh, M.** (2012), Covering problems in facility location: A review, *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 368–407.
- Farahani, R., SteadieSeifi, M. e Asgari, N.** (2010), Multiple criteria facility location problems: A survey, *Applied Mathematical Modelling*, 34(7), 1689–1709.
- Golmohammadi, D.** (2011), Neural network application for fuzzy multi-criteria decision making problems, *International Journal of Production Economics*, 131(2), 490–504.
- Goodwin, P. e Wright, G.**, *Decision Analysis for Management Judgment*, 3rd ed. L. John Wiley e Sons, ed., England, (2005).

- JabalAmeli, M.S. e Mortezaei, M.** (2011), A hybrid model for multi-objective capacitated facility location network design problem, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2(3), 509–522.
- Kahraman, C., Ruan, D. e Dođan, I.** (2003), Fuzzy group decision-making for facility location selection, *Information Sciences*, 157, 135–153.
- Kayikci, Y.** (2010), A conceptual model for intermodal freight logistics centre location decisions, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(3), 6297–6311.
- Keeney, R.L.** (1996), Value-focused thinking: Identifying decision opportunities and creating alternatives, *European Journal of Operational Research*, 92, 537–549.
- Keeney, R.L. e von Winterfeldt, D.** (2009). Practical Value Models. Published Articles & Papers. Paper 36. [http://research.create.usc.edu/published\\_papers/36](http://research.create.usc.edu/published_papers/36)
- Keeney R.L. e Gregory R.S.** (2005), Selecting attributes to measure the achievement of objective, *Operations Research*, 53, 1–11.
- Klose, A. e Drexler, A.** (2005), Facility location models for distribution system design, *European Journal of Operational Research*, 162(1), 4–29.
- Lashine, S.H., Fattouh, M. e Issa, A.** (2006), Location/allocation and routing decisions in supply chain network design, *Journal of Modelling in Management*, 1(2), 173–183.
- Liu, K., Zhou, Y. e Zhang, Z.** (2010), Capacitated location model with online demand pooling in a multi-channel supply chain, *European Journal of Operational Research*, 207(1), 218–231.
- Loken, E., Botterud, A. e Holen, A.T.** (2009), Use of the equivalent attribute technique in multi-criteria planning of local energy systems, *European Journal of Operational Research*, 197, 1075–1083.
- Lu, Z.; Bostel, N.** (2007), A facility location model for logistics systems including reverse flows: The case of remanufacturing activities, *Computers & Operations Research*, 34(2), 299–323.
- Montibeller, G., Belton, V., Ackermann, F., e Ensslin, L.** (2007), Reasoning maps for decision aid: an integrated approach for problem-structuring and multi-criteria evaluation, *Journal of the Operational Research Society*, 59(5), 575–589.
- Montibeller, G. e Franco, L.A.** (2007), *Decision and risk analysis for the evaluation of strategic options*. In: O'BRIEN, F.A.; DYSON, R.G. (eds), *Supporting Strategy: Frameworks, Methods and Models*. Chichester: Wiley,
- Munhoz, J.R. e Morabito, R.** (2001), Modelo Baseado Em Programação Linear E Programação De Metas Para Análise De Um Sistema De Produção E Distribuição De Suco Concentrado Congelado De Laranja, *Gestão & Produção*, 8(2), 139–159.
- Munro, I. e Mingers, J.** (2012), The use of multimethodology in practice results of a survey of practitioners, *The Journal of the Operational Research Society*, 53(4), 369–378.
- Partovi, F.** (2006), An analytic model for locating facilities strategically. *Omega*, 34(1), 41–55.
- Revelle, C. e Laporte, G.** (1996), The plant location problem: new models and research prospects, *Operations Research*, 44(6), 864–874.
- Sanayei, A., Mousavi, S., Abdi, M. e Mohaghar, A.** (2008), An integrated group decision-making process for supplier selection and order allocation using multi-attribute utility theory and linear programming, *Journal of the Franklin Institute*, 345, 731–747.
- Sun, H., Gao, Z. e Wu, J.** (2008), A bi-level programming model and solution algorithm for the location of logistics distribution centers, *Applied Mathematical Modelling*, 32(4), 610–616.
- Tansel, B.C., Francis, R.L. e Lowe, T.J.** (1983), Location on networks: A survey. Part I: The p-center and p-median problems, *Management Science*, 29(4), 482–497.
- Wallenius, J., Dyer, J., Fishburn, P., Steuer, R., Zionts, S. e Deb, K.** (2008), Multiple Criteria Decision Making , Multiattribute Utility Theory: Recent Accomplishments and What Lies Ahead, *Management Science*, 54, 1336 – 1349.
- Yang, L., Ji, X., Gao, Z. e Li, K.** (2007), Logistics distribution centers location problem and algorithm under fuzzy environment, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 208(2), 303–315.
- Zhaoxu, S. e Min, H.** (2010), Multi-criteria Decision Making Based on PROMETHEE Method. In 2010 International Conference on Computing, *Control and Industrial Engineering*, 416–418.