

COMPARAÇÃO DA INCORPORAÇÃO DA MEDIDA DE RISCO CVAR ENTRE AS METODOLOGIAS PDE E PDDE APLICADAS AO PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO

André Luís Marques Marcato

Universidade Federal de Juiz de Fora
Campus da UFJF, Plataforma do Setor de Tecnologia, 36036-330, Juiz de Fora, MG
andre.marcato@ufjf.edu.br

Rafael Bruno da Silva Brandi

Universidade Federal de Juiz de Fora
Campus da UFJF, Plataforma do Setor de Tecnologia, 36036-330, Juiz de Fora, MG
rafael.brandi@engenharia.ufjf.br

Tales Pulinho Ramos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais
Rua Bernardo Mascarenhas, 1283 - Bairro Fábrica, Juiz de Fora, MG
tales.ramos@ifsudestemg.edu.br

Reinaldo Castro Souza

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
R. Marquês de São Vicente, 225 – Bairro Gávea Rio de Janeiro, RJ
tales.ramos@ifsudestemg.edu.br

Anderson M. Iung

Duke Energy
Av. Nações Unidas, 12.901 - 30º andar, São Paulo, SP
amiung@duke-energy.com

Ivo Chaves da Silva Junior

Universidade Federal de Juiz de Fora
Campus da UFJF, Plataforma do Setor de Tecnologia, 36036-330, Juiz de Fora, MG
ivo.junior@ufjf.edu.br

RESUMO

O planejamento da geração do Sistema Interligado Nacional (SIN) visa à minimização do custo esperado de operação para um dado horizonte de estudo. Porém, a possibilidade de não atendimento à demanda de energia é um fator preponderante, tal que a incorporação de medidas de risco aos modelos atuais de planejamento é de grande importância para a obtenção de políticas operatórias mais seguras. Dentre algumas medidas de risco, o CVaR (do inglês, *conditional value at risk*) é uma medida de risco muito usada para quantificar os valores esperados de perdas extremas e pode ser utilizada no campo da otimização por não gerar não convexidade ao problema. Assim, este trabalho apresenta a implementação da medida de risco CVaR tanto na PDE quanto na PDDE, que é uma técnica bastante utilizada para o problema de planejamento energético do SIN.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento Energético, Programação Dinâmica, Medidas de Risco, CVaR

Área principal EN - PO na Área de Energia

ABSTRACT

The Brazilian National Grid's generation planning aims to minimize the expected value of operational cost along the study horizon. However, the risk of load shedding is a major factor, such that the incorporation of risk measures to the current planning models is very important in order to obtain more reliable operational policies. About risk measures, CVaR (or conditional value at risk) is a widely used risk measure for quantifying the expected values of extreme losses and it can be used in the optimization field due to not generating non-convexity problems. This work presents the implementation of the CVaR in both SDP and SDDP, which is a technique that is widely used to solve the hydrothermal planning problem.

KEYWORDS. Hydrothermal Planning, Dynamic Programming, Risk Measure, CVaR

Main area EN - OR in Energy

1. Introdução

O planejamento do Sistema Interligado Nacional (SIN) é realizado por uma cadeia de modelos computacionais que visam uma operação eficiente do mesmo (MACEIRA et al., 2002, CEPEL, 2001). Trata-se de problemas complexos de otimização, visto que se deve considerar um longo horizonte de planejamento dentro de uma modelagem adequada do sistema hidrotérmico e das características de estocasticidade das afluições.

Avanços recentes têm sido realizados no sentido de se considerar os riscos relacionados à operação do sistema, dado que uma indisponibilidade energética traria profundos impactos econômicos. Assim, é de grande importância a avaliação da capacidade de uma operação segura do sistema sob condições de hidrologia desfavoráveis.

A Lei 10.848 de 2004 instituiu a Curva de Aversão a Risco (CAR), que é uma curva bianual que estabelece os requisitos de energia armazenada como referência de segurança para o atendimento do SIN. Além disso, o ONS adota procedimentos operativos de curto prazo para aumento da segurança do sistema, visto que o gerenciamento dos recursos hídricos no presente acarreta grande impacto no atendimento do sistema em períodos futuros.

Estes métodos ou procedimentos visam à utilização de recursos energéticos de custos mais elevados para o aumento dos níveis dos reservatórios de forma a diminuir a ocorrência de déficits de energia futuros. No caso, o custo de referência é obtido através de modelos neutros a risco, em que não se há qualquer ação diferenciada quando da ocorrência de cenários pessimistas.

Assim, é importante que a aversão ao risco de não atendimento à carga seja representada de forma direta no modelo de planejamento de médio prazo e, então, o modelo de médio prazo teria por objetivo não somente minimizar o custo esperado de operação, mas também minimizar os desvios ou as ocorrências de grandes déficits de energia que podem ser causados por hidrologias desfavoráveis.

A cadeia de modelos oficiais utilizada pelo Setor Elétrico Brasileiro (SEB) baseiam-se na metodologia de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) (MACEIRA et al., 2002; PEREIRA e PINTO, 1991). Sabe-se que a implementação de uma política energética mais avessa a risco teria impacto no planejamento de longo, médio e curto prazo (FORTUNATO et al., 1990; MARCATO, 2002), na definição do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) utilizado pela CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica); além de impactar na avaliação de cenários do planejamento da expansão do sistema.

No final de 2008, através de uma chamada de P&Ds Estratégicos, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) divulgou um edital voltado para o tema de Otimização do Despacho Hidrotérmico. Este edital surgiu de uma demanda oriunda dos principais agentes do SEB interessados em investigar novas metodologias e/ou propor adaptações na metodologia vigente.

Assim, dando continuidade à linha de pesquisa desenvolvida pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) em conjunto com a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

(PUC-Rio) no âmbito do P&D Estratégico, este trabalho mostra a implementação do CVaR à Programação Dinâmica Estocástica e à Programação Dinâmica Dual Estocástica, que como implementadas anteriormente possuíam apenas as versões neutras a risco. Assim, este trabalho tem por objetivo avaliar as dificuldades na implementação do CVaR em cada uma dessas técnicas.

2. Conditional Value at Risk (CVaR)

O CVaR é uma medida de risco apropriada à otimização, visto que possui as propriedades de monotonicidade, invariância sobre translações, homogeneidade positiva e subaditividade, com consequente convexidade (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000). Assim, esta medida tem a função de representar uma parcela que agrega maiores informações quando da ocorrência de valores extremos, fazendo com que seja possível a representação de não somente o valor esperado ou central, mas também de efeitos relacionados à ocorrência de valores extremos das distribuições.

Sendo assim, em vez de minimizar o valor esperado de operação, será minimizada a combinação convexa entre o valor esperado e o valor assumido pela medida de risco de acordo com um peso a ser considerado. Isto ainda adere uma flexibilidade quanto à intensidade da aversão a risco a ser considerada e o problema fica matematicamente bem condicionado.

Sabendo-se que uma função de distribuição acumulada $F(x)$ assume valores de 0 a 1, para todo x , pode-se utilizar esta função $F(x)$ para obter um dado quantil em função de um nível α , *value at risk* (VaR), utilizando a inversa da função distribuição acumulada. Sendo assim, tem-se que $VaR_\alpha = F^{-1}(\alpha)$. Deste modo, define-se o CVaR como:

$$CVaR_\alpha = \int_{VaR_\alpha}^{\infty} f(x) dx \quad (1)$$

Em resumo, observa-se que o CVaR é o valor esperado da variável aleatória quando esta assume valores superiores a um dado valor que é função do nível α da distribuição acumulada. Quanto mais próximo de 1 é o parâmetro α , mais considera-se o efeito dos valores extremos da variável aleatória no problema.

Uma forma muito utilizada de se representar o CVaR é através de um problema de minimização, como mostrado a seguir (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000; PHILPOTT e DE MATOS, 2012):

$$CVaR_\alpha = \min_{\eta} \left\{ \eta + \int_{VaR_\alpha}^{\infty} f(x) dx \right\} \quad (2)$$

Onde η é o valor esperado da variável aleatória. Adicionalmente, tem-se que a solução ótima é obtida quando $\eta = VaR_\alpha$.

3. Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

Em resumo, a Programação Dinâmica Dual Estocástica – PDDE (PEREIRA e PINTO, 1991) é um método iterativo que dispensa a necessidade da discretização do espaço de estados, em que estes são avaliados de acordo com que é realizada a representação mais realista das funções de custo futuro (FCFs) ao longo das iterações.

A função é convexa e linear por partes e, na versão neutra a risco, pode ser construída a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema. Esta metodologia apresenta, então, como principal vantagem a não discretização do espaço de estados dos referidos sistemas, evitando a “maldição da dimensionalidade” presente na PDE (GORENSTIN et al., 1991), permitindo a consideração de um número considerável de reservatórios e ainda incluir a interdependência temporal entre as aflúncias, ou a chamada tendência hidrológica.

Tem-se que em vez de utilizar a discretização do espaço de estados, a PDDE utiliza

cenários de amostragem dentro das realizações possíveis. Desta forma, há uma árvore de cenários bastante complexa a ser resolvida.

Então, para a redução do esforço computacional utiliza-se, para uma varredura satisfatória do espaço de estados, algumas séries de afluência que representem uma amostra representativa do processo, através de uma simulação Monte Carlo *forward*, utilizando um dado número de sequências *forward* por iteração.

Desta forma, para cada sequência haverá uma trajetória de armazenamento a qual será avaliada de forma a aderir cortes à função de custo futuro através da iteração *backward*. Então, para cada estado de armazenamento obtido das simulações *forward*, serão consideradas algumas possibilidades de ocorrência de valores de afluência, determinadas pelo número de aberturas na fase *backward*.

As sequências *forward* geram amostras de custo ao longo das iterações que podem ser utilizadas para calcular o limite superior para a convergência. Para a estimação do limite inferior, utiliza-se o valor esperado de custo de operação obtido no primeiro estágio utilizando a FCF do mesmo.

4. Programação Dinâmica Estocástica e Fechos Convexos (PDE-ConvexHull)

A metodologia da Programação Dinâmica Estocástica (PDE) era utilizada no SEB até os anos 80, porém esta foi substituída pela PDDE em vista da não necessidade da discretização do espaço de estados.

Apesar do problema da “maldição da dimensionalidade” inerente ao algoritmo da PDE, foi proposta uma linha de pesquisa voltada à reavaliação da utilização desta técnica na resolução do problema de planejamento através de modernas arquiteturas computacionais paralelas de alto desempenho, além de outras metodologias auxiliares capazes de acelerar o processo e de tornar o algoritmo mais eficiente e com maior usabilidade.

A implementação da PDE baseia-se em uma iteração *backward* para o cálculo da FCF, em que avalia-se cada estágio iniciando-se o processo no último estágio e terminando no primeiro. Em cada estágio, há a necessidade da discretização do espaço de estados ou níveis dos reservatórios e para cada discretização resolve-se um problema de programação linear para cada possibilidade de realização de afluência dentro dos cenários hidrológicos considerados. Assim, determina-se, para cada estado, uma amostra de custos que são obtidos em função das realizações ou aberturas consideradas. A partir desta amostra, calculam-se os valores do custo esperado e do CVaR para cada estado discretizado e, então, faz-se a determinação do conjunto de pontos para a composição da FCF.

A FCF pode ser obtida pela envoltória convexa construída através dos pontos determinados anteriormente. Na técnica de PDE proposta, utiliza-se o algoritmo de fechos convexos para calcular o conjunto de hiperplanos que formam esta envoltória convexa e, desta forma, tem-se uma função interpolante, linear por partes e convexa que representa a FCF (DIAS et al., 2010).

Dada a complexidade e a dimensão do referido problema de cálculo da política energética via PDE, foram utilizadas técnicas de programação paralela de alto desempenho. O fluxograma do processo é apresentado na Figura 1 (DIAS et al., 2010a). Observa-se que, de acordo com as técnicas de Programação Dinâmica, o processo inicia-se pelo último estágio. No Bloco 1, os diversos problemas de Programação Linear (PL's) correspondentes ao cálculo dos custos operacionais relativos a cada estado operativo são divididos entre os múltiplos processadores. Os pontos que relacionam o armazenamento dos reservatórios com os custos de operação são fornecidos ao algoritmo de fechos convexos, obtendo o conjunto de hiperplanos que modelam as FCFs (DIAS et al., 2013), como mostrado no bloco 2. Em continuidade, o processo é repetido para todos os estágios de forma recursiva, até que se atinja o primeiro estágio.

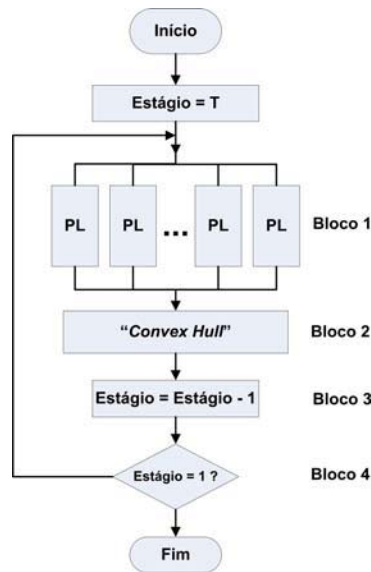


Figura 1 - Fluxograma da PDE-Fechos Convexos Utilizando Processamento Paralelo

5. Aplicação do CVaR às técnicas de PDE e PDDE

O problema do planejamento descrito como problema de programação linear é definido, em ambas metodologias PDE ou PDDE, como:

$$\min_{x} (c^T x) \quad (3)$$

Sujeito a:

$$A x \leq b \quad (4)$$

$$x \geq 0 \quad (5)$$

$$x \in \mathcal{C} \quad (6)$$

Em que $\min_{x} (c^T x)$ é o valor ótimo encontrado na resolução de um subproblema de otimização e representa o valor de custo associado ao estado inicial x_0 e ao evento ω ; com um conjunto de realizações ω compõe-se a amostra de custos $c(\omega)$ a serem utilizados para cálculo do valor esperado e do CVaR de forma a possibilitar a construção da FCF do estágio t . O vetor c contém coeficientes da função objetivo, composta principalmente pelo custo das usinas térmicas e custo de déficits de energia. A matriz A contém os coeficientes das restrições operativas, que em resumo, referem-se às equações de demanda e balanço energético. O vetor b contém os dados de entrada para as relações de igualdade, contendo, por exemplo, os valores de demanda e os valores dos recursos hídricos disponíveis ou as aflúncias; sendo assim, este vetor é função de ω . \mathcal{C} é uma matriz auxiliar à transição de estados no problema.

A variável x representa o valor de custo futuro associado ao estado final x_T . A relação é feita através de um conjunto de n inequações advindas dos n cortes ou hiperplanos que definem o limite inferior do invólucro convexo obtido pelo algoritmo de fechos convexos no caso da PDE ou ainda pelos n cortes existentes até a iteração atual no caso da PDDE. Assim, a_i refere-se aos coeficientes de cada corte ou hiperplano e b_i , ao valor do termo independente que define cada um. Ressalta-se que as inequações para representação dos cortes podem ser inseridas iterativamente até que a função de custo futuro esteja adequadamente representada de acordo com todos os n cortes, como será explicado mais adiante. As restrições mostradas em (6) referem-se às restrições de canalização das variáveis, como energia armazenadas mínima e máxima e

limites de geração térmica.

Como mostrado nas metodologias da PDE-ConvexHull e da PDDE, determina-se, para cada estado discretizado, uma amostra de custos que são obtidos em função das realizações de afluição ou aberturas consideradas na fase *backward*. Onde calculava-se o valor esperado do custo de operação para compor o conjunto de pontos para a composição da FCF nas versões padrão ou neutras a risco, agora será também calculada a medida CVaR para a amostra obtida.

Para o cálculo da parcela de aversão a risco, utiliza-se a equação (2) na condição de otimalidade (1) para obter uma expressão alternativa para o cálculo do CVaR, que não utiliza variável auxiliar λ assim como em (SHAPIRO et al., 2013).

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n c_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (7)$$

Neste caso, considera-se que as amostras de custo c_i estão dispostas em ordem decrescente e n é o número de realizações consideradas. Além disso, a constante λ é um valor inteiro definido como:

$$\lambda = \lfloor n \rfloor \quad (8)$$

Lembra-se que $\lfloor \cdot \rfloor$ denota a função teto, que converte o número real λ no menor número inteiro maior ou igual a λ . O termo que multiplica λ tem a função de corrigir o cálculo do CVaR para o caso em que λ não é inteiro.

Considerando também que no caso da PDDE os multiplicadores de Lagrange ou multiplicadores simplex λ_i obtidos das equações de balanço hídrico são utilizados, tem-se a seguinte relação de sensibilidade:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda_i} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (9)$$

Para a construção da FCF no caso avesso a risco, diferentemente da abordagem avessa a risco, que utiliza somente o operador de valor esperado, utiliza-se uma combinação convexa entre o valor esperado e o CVaR através um operador α sobre os custos c_i obtidos das ocorrências das realizações ou eventos, tal como em (SHAPIRO, 2011):

$$\lambda = \alpha \left(\frac{\sum_{i=1}^n c_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \right) + (1-\alpha) \text{CVaR} \quad (10)$$

O operador α atende às condições necessárias para que tenha-se uma medida de risco coerente, dado que $\alpha \in [0, 1]$ (PHILPOTT e DE MATOS, 2012; PHILPOTT et al., 2012). Pela expressão (6), tem-se que quanto maior é o valor do α , ou quanto mais próximo de 1 for o parâmetro, mais avessa a risco é a política a ser determinada, visto que o peso da medida de risco na composição da função de recurso é proporcional a α .

Sendo assim, os pontos a serem avaliados pelo algoritmo de fechos convexos não são determinados utilizando-se somente o valor esperado, mas uma composição do valor esperado e da medida de risco considerada.

Quando utiliza-se a técnica da PDE, os custos obtidos pelo operador α na composição do valor esperado mais o CVaR são passados ao algoritmo de fechos convexos conjuntamente aos volumes iniciais e o algoritmo que fornece os coeficientes λ_i e λ_j que compõem os cortes. No caso da PDDE, deve-se definir os coeficientes utilizando os fatores de sensibilidade obtidos na resolução da sequência e aberturas em questão, resultando em:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda_i} = \alpha \left(\frac{\sum_{i=1}^n c_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{\sum_{i=1}^n c_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \right) \quad (11)$$

O valor de α é obtido de forma que $\alpha \in [0, 1]$, ou seja, tal que o custo calculado como um ponto da FCF pertença ao corte produzido, que é tangente à FCF.

Algumas melhorias foram feitas para aumento do desempenho das duas metodologias para o cálculo da política, destacando-se dois procedimentos: a utilização do processamento paralelo (DIAS et al., 2013) e a inserção iterativa de cortes nos problemas de programação linear (BRANDI, 2011) de maneira a aumentar a eficiência do processo de resolução dos problemas, com uma redução apreciável de esforço computacional.

Outra observação a ser realizada é quanto à escolha da aproximação da FCF em cada metodologia. Isto porque, diferentemente da PDDE, que faz uma aproximação por cortes ou hiperplanos tangentes (*outer approximation*), na técnica da PDE-ConvexHull faz-se uma aproximação por hiperplanos secantes (*inner approximation*), o que leva a uma tendência de superestimação da função de custo futuro, ao contrário do que ocorre na PDDE. Assim, há uma tendência de que o erro cometido na avaliação da FCF, ao considerar um número pequeno de discretizações por exemplo, tenda a gerar políticas mais avessas ao risco, enquanto uma convergência prematura da PDDE tenda a gerar uma maior incorrência de déficits.

Exclusivamente quanto à PDDE, há uma diferença básica em relação às versões neutra e avessa a risco, visto que a avaliação da convergência pode se tornar complexa devido à dificuldade no cálculo do limite superior na fase *forward*.

Isto ocorre porque a fase *forward*, como na forma usual, consiste de uma sequência de realizações únicas por cenário e a obtenção da medida de risco neste caso não é trivial, visto que para uma estimação do limite superior seria requerido um processo de amostragem condicional que acarreta um alto custo computacional quando é considerado um número maior de estágios (PHILPOTT e DE MATOS, 2012).

Além disso, essas características quanto à estimação do limite superior sugerem que, contrariamente ao que é realizado na PDDE padrão, o cálculo deste parâmetro seja realizado no sentido recursivo, ou seja, partindo do último estágio. No caso neutro a risco, os custos de cada estágio podem ser estimados pela média dos custos encontrados nos nós. Isto é possível devido à propriedade aditiva do operador de cálculo do valor esperado. Já o CVaR não possui esta propriedade que permitiria uma flexibilização na contabilização dos custos para a estimação do limite superior.

Alguns outros trabalhos recentes, (SHAPIRO et al., 2013; PHILPOTT et al., 2012) também abordam este problema da estimação do limite superior para a PDDE quando considera aversão a risco e todos os trabalhos citados apontam alternativas para a avaliação da convergência da PDDE.

Em (SHAPIRO et al., 2013) sugere-se utilizar somente o limite inferior na avaliação da convergência. Mais especificamente, é avaliada a estabilidade do limite inferior e quando não mais houver acréscimo significativo deste parâmetro, significa que a convergência foi obtida. A crítica a este processo reside no fato de que o processo pode em algum momento estacionar em alguma condição e fornecer convergências prematuras para o problema e, além disso, sabe-se que a condição de convergência da PDDE é que o limite superior e limite inferior estejam estatisticamente próximos, mostrando que a representação do custo futuro no problema está de acordo com as realizações ou testes.

Em (PHILPOTT e DE MATOS, 2012) realiza-se a convergência do caso neutro a risco e utiliza-se o mesmo número de iterações para o caso avesso a risco. Esta prática não garante uma boa análise da convergência para processo, já que a forma da função de custo futuro se altera quando se insere o termo de aversão a risco ou o CVaR. Sendo assim, o grau de proximidade entre os limites superior e inferior pode não ser corretamente expresso quando utilizam-se resultados da convergência do caso neutro a risco.

Já em (PHILPOTT et al., 2012) há alguma evolução no processo de avaliação da convergência e, assim, é proposto uma metodologia alternativa para o cálculo do limite superior. Porém, este limite superior não é baseado em testes via simulações ou realizações do processo estocástico e sim, é função da característica morfológica ou convexidade da função de custo futuro. Isto porque a PDDE, tal como concebida, utiliza os cortes ou planos tangentes para a

representação da função de custo futuro e com isso, a função de custo futuro obtida pela PDDE sempre tende subestimar a função de custo futuro ideal. Todavia, com os estados avaliados durante o processo, seria possível fazer uma aproximação secante ou, do inglês, *inner approximation* em que os estados são linearmente interpolados através de hiperplanos. Adicionalmente, como em (DIAS, 2010), utiliza-se o algoritmo de fechos convexos (ou do inglês convex hull) para a construção desta função de custo futuro superestimada. Sendo assim, o custo futuro obtido quando se utiliza a aproximação secante é necessariamente superior ou igual (no caso limite) ao custo futuro ideal para cada ponto do espaço de estados. Desta forma, este custo obtido via fechos convexos constitui um limite superior para o valor ótimo do problema. Sendo assim, esta metodologia utiliza outro conceito para o limite superior que não representa o usual limite superior da PDDE cujo cálculo é bastante complexo no caso de aversão a risco. Sobretudo, a metodologia proposta apresenta um critério alternativo, porém claro e matematicamente bem definido para a avaliação da convergência.

O presente trabalho utilizou um critério simplificado de número de cortes para a convergência da PDDE. Sendo assim, considera-se que podem ser obtidos resultados satisfatórios ao utilizar um número considerável de iterações para a finalização do processo. Este resultado aproximado será suficiente para mensurar o impacto da implementação do CVaR, além de permitir comparação com a PDE.

6. Resultados

Depois de levantadas as FCFs associadas a cada período que compõe o horizonte de estudo, ou seja, após o fim do cálculo da política energética, prossegue-se à fase de simulação final, em que simula-se a ocorrência de diversos cenários de fluência distintos, sejam históricos ou sintéticos.

Assim, as metodologias da PDE e da PDDE com a utilização do CVaR foram avaliadas usando-se os dados oficiais do SEB correspondentes ao caso de janeiro de 2013 (ONS, 2013). Para a PDE, o cálculo da política operativa foi realizado utilizando a metodologia proposta sob um número de 5 discretizações por subsistema; ou seja, de 25 em 25% da capacidade de armazenamento de cada um dos quatro subsistemas. Para a PDDE, foi considerado para a convergência um número de 2000 cortes a serem inseridos no problema.

Adicionalmente, o modelo de PDE desenvolvido faz uma abordagem das séries a eventos independentes, considerando-se as 70 séries históricas de fluência para a amostragem discreta das realizações. O modelo da PDDE considera a abordagem a eventos dependentes e assim, considera-se a tendência hidrológica para o último modelo de resolução. Para a simulação final utilizou-se aquelas 70 séries históricas de forma contínua, ou seja, as séries críticas estão incluídas.

Inicialmente, para mostrar o efeito da inclusão da parcela de risco no problema, foram realizadas simulações para um dado valor de β de 0.8 e variou-se o parâmetro α partindo do caso neutro ($\alpha = 0$) até um caso de maior aversão a risco. A Tabela 1 mostra a variação do custo esperado de operação em função da intensidade em que considera-se a aversão a risco:

Tabela 1 – Custo Esperado de Operação ($\alpha = 0, 0.2, 0.4, 0.6$)

	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$
PDE	22.5 bi R\$	20.5 bi R\$	19.1 bi R\$	18.8 bi R\$
PDDE	19.2 bi R\$	19.8 bi R\$	21.8 bi R\$	26.2 bi R\$

Observam-se comportamentos distintos em relação ao parâmetro α . Devido ao fato da PDE-ConvexHull não representar a tendência hidrológica como na PDDE, a inclusão da aversão a risco adere ao processo certa capacidade de representação dos cenários críticos, o que explica a redução no custo. Contudo, espera-se que para maiores pesos o custo esperado de operação também aumente na PDE. Já a PDDE teve um comportamento mais próximo do esperado com um aumento no custo de operação na medida em que aumenta-se o peso da parcela de aversão a

risco. Além disso, pode-se notar que na PDDE a eventos dependentes há uma maior sensibilidade do resultado da política com variações no parâmetro β . Adicionalmente, a inclusão da medida de risco não acarreta em aumentos muito significativos no tempo computacional em ambas metodologias.

Para verificar o comportamento do sistema ao longo do tempo perante às variações no parâmetro β na PDE, a Figura 2 mostra o custo operacional ao longo do horizonte de planejamento para os diferentes parâmetros.

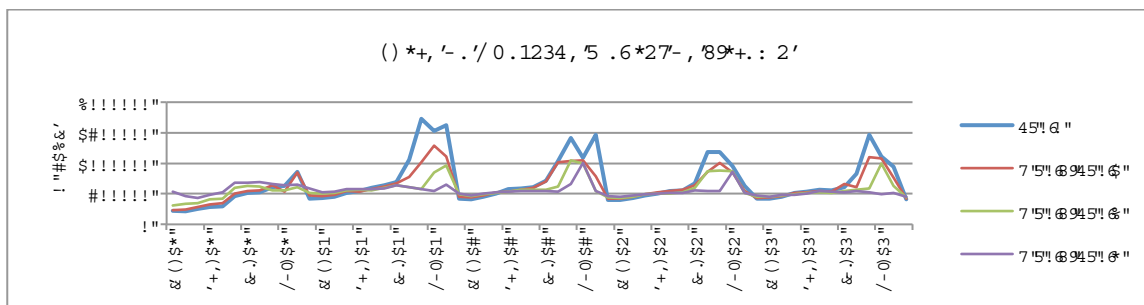


Figura 2 – PDE: Custo de Operação Mensal (! ! ! !)

Já a Figura 3 mostra o mesmo resultado, porém obtido pela utilização da PDDE.

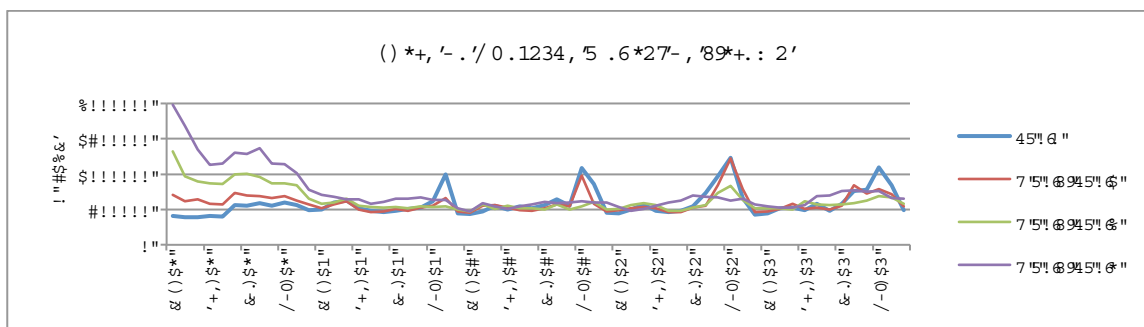


Figura 3 – PDDE: Custo de Operação Mensal (! ! ! !)

Observa-se em ambas as situações que para aquelas mais avessas ao risco, há um custo de operação inicial maior para enchimento dos reservatórios resultando em uma operação mais econômica e estável nos estágios finais. Porém, é visível que para um mesmo conjunto de parâmetros, por exemplo $\beta = 0.1234$ e $\beta = 0.1234$, a PDDE obtenha uma política mais avessa a risco do que a PDE, visto que a primeira antecipa os custos de maneira mais intensa.

Esta diferença pode ser explicada essencialmente pelas diferenças de abordagem a eventos dependentes ou independentes. Isto porque na modelagem a eventos dependentes, como na PDDE implementada, há a possibilidade de uma varredura ainda mais completa da árvore de cenários e assim, o pior cenário gerado pela abordagem a eventos dependentes nunca será superior ao pior cenário gerado pela abordagem a eventos independentes. Ou seja, os valores encontrados na medida de risco CVaR serão mais altos dentro da modelagem a eventos dependentes visto que esta abordagem consegue representar valores mais extremos.

Desta forma, há uma indicação de que se deva utilizar valores mais baixos para o β quando utiliza-se a abordagem a eventos dependentes.

A Figura 4 apresenta os valores de energia armazenada no sistema quando utilizada a PDE-ConvexHull.

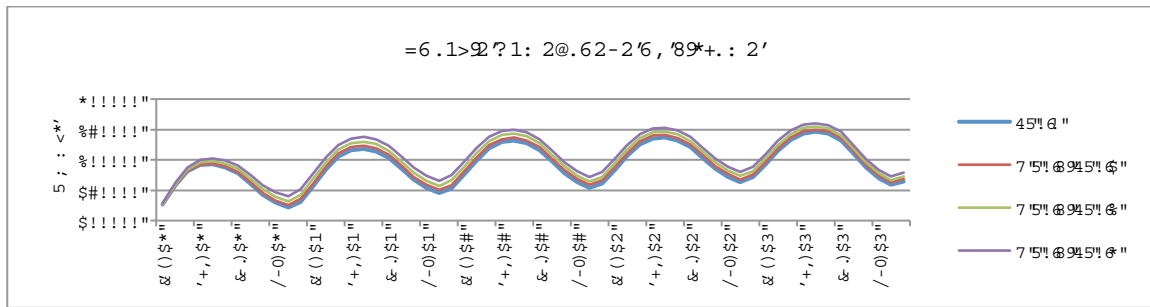


Figura 4 – PDE: Energia Armazenada Final no Sistema (! ! ! !)

A Figura 5 apresenta os valores esperados de energia armazenada final obtidos pela PDDE.

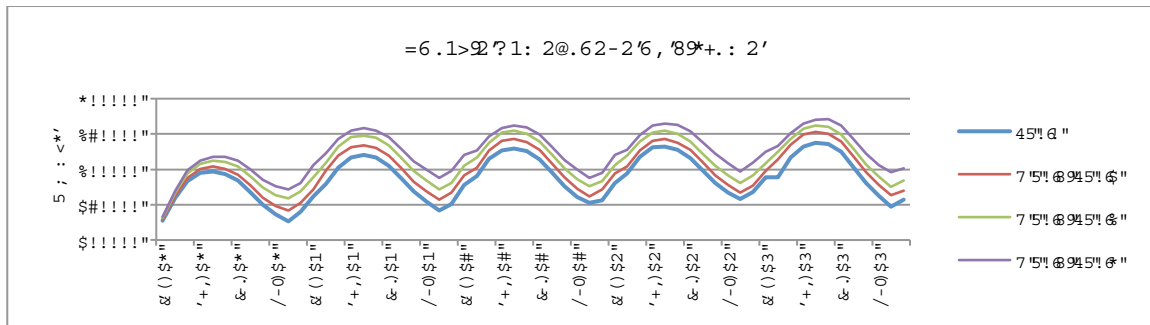


Figura 5 – PDDE: Energia Armazenada Final no Sistema (! ! ! !)

O fato de haver uma maior diferença entre os armazenamentos na Figura 5, ou seja, um maior incremento de energia armazenada, reforça o argumento mencionado anteriormente de que a PDDE seria mais sensível aos parâmetros de aversão a risco.

A Figura 6 mostra a geração hidráulica total do sistema ao longo do horizonte de planejamento para diferentes valores de β na PDE enquanto a Figura 7 apresenta o este resultado obtido pela PDDE. Como esperado, há uma economia ainda maior de recursos hidráulicos quando utiliza-se aversão a risco na PDDE, que neste caso considera a tendência hidrológica.

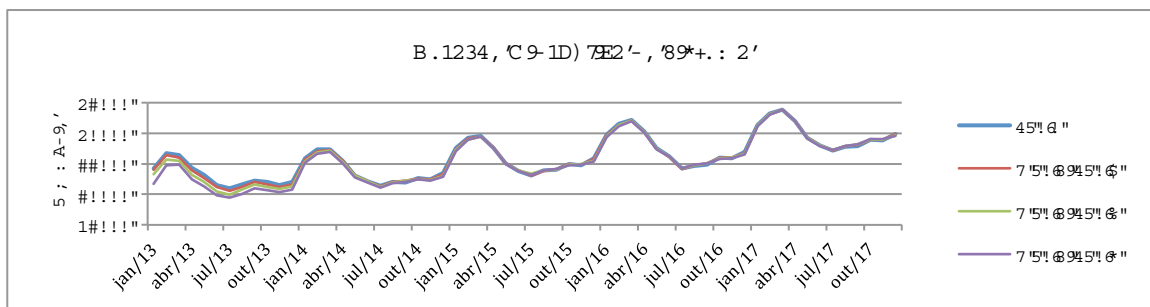


Figura 6 – PDE: Geração Hidráulica do Sistema (! ! ! !)

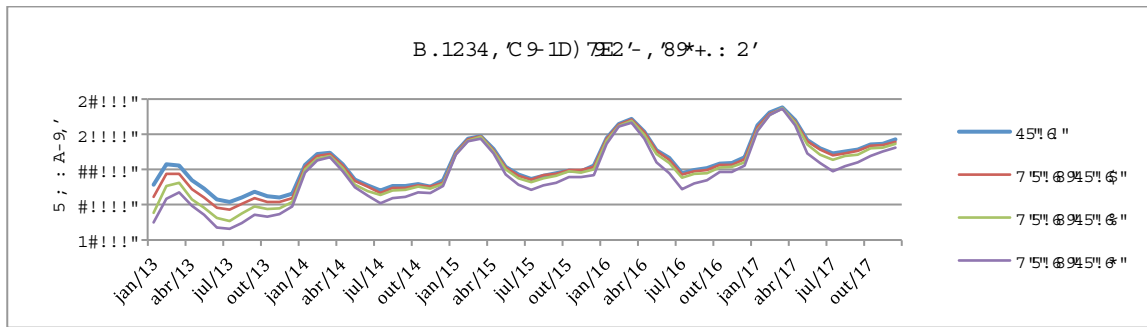


Figura 7 – PDDE: Geração Hidráulica do Sistema (! ! ! !)

Resultados bastante importantes para análise são mostrados através dos gráficos da Figura 8 e da **Figura 9**, que contém os valores esperados de déficit total para o sistema ao utilizar a PDE e PDDE, respectivamente.

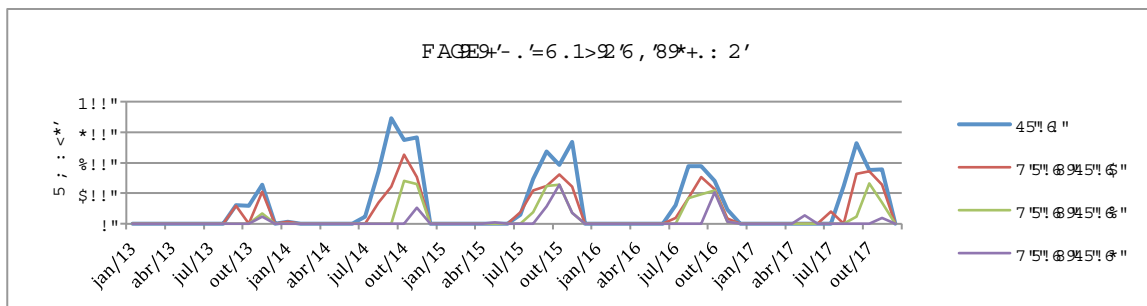


Figura 8 – PDE: Déficit Total no Sistema (! ! ! ! !)

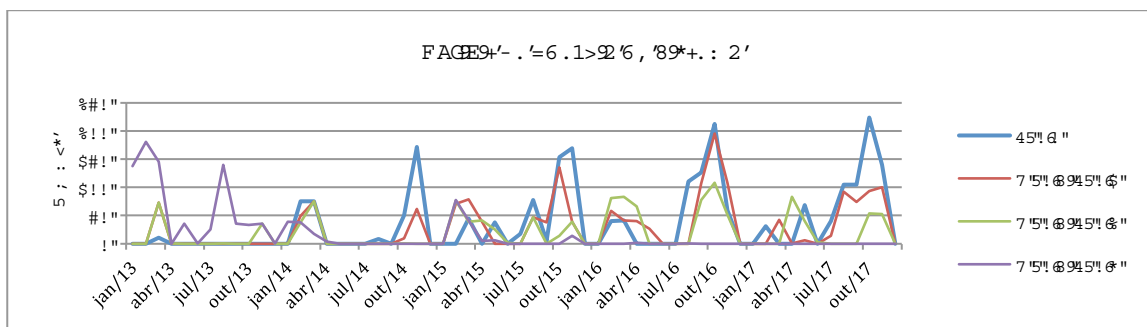


Figura 9 – PDDE: Déficit Total no Sistema (! ! ! ! !)

Em geral, observam-se diminuições nos valores de déficit em ambos os casos, porém uma antecipação bastante intensa quando utilizou-se a PDDE com o fator α de 0.3. Como mencionado anteriormente, sugere-se a utilização de valores mais baixos de α para a obtenção de políticas satisfatórias dentro da PDDE.

Para verificar a variação da política com o parâmetro α , que define o quantil de custo a ser considerado, realizaram-se algumas simulações computacionais com um valor fixo para α de 0.3. A Figura 10 é relativa à utilização da PDE e apresenta o custo de operação mensal para os casos mencionados.

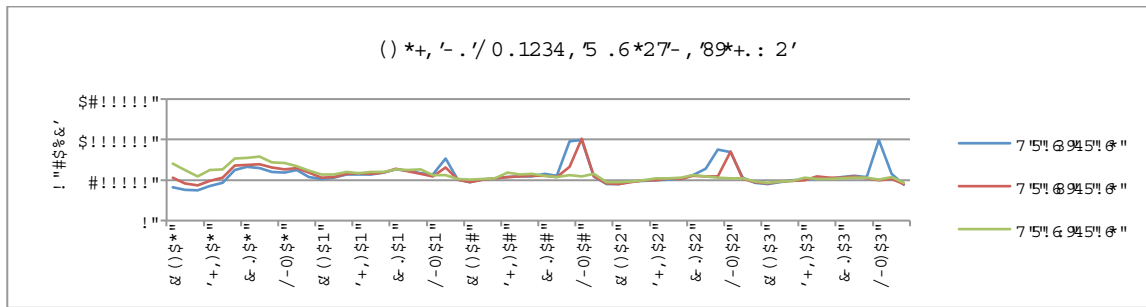


Figura 10 – PDE: Custo de Operação Mensal (! ! ! !)

A Figura 11 apresenta o mesmo resultado, porém obtido na utilização da PDDE.

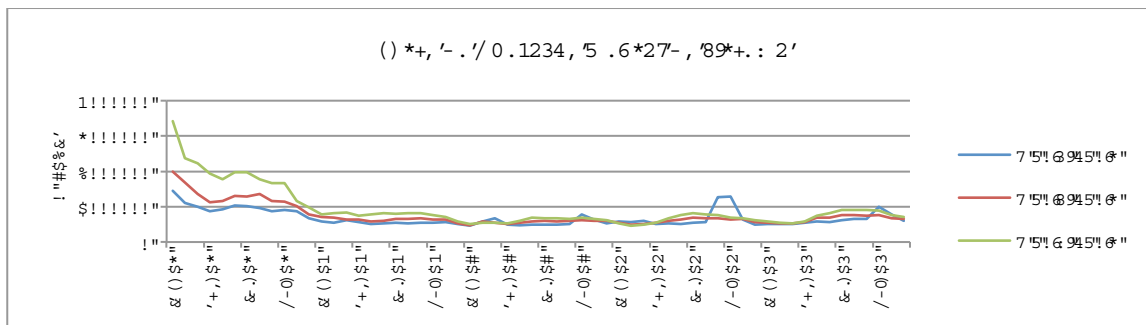


Figura 11 – PDDE: Custo de Operação Mensal (! ! ! ! !)

Os gráficos anteriores mostram que quanto mais próximo de 1 for o parâmetro β , mais avessa a risco é a política obtida. Neste último caso, utilizou-se o conjunto de parâmetros $\beta = 1$ e $\alpha = 1$, resultando em um caso ainda mais avesso do que nos exemplos anteriores. Observa-se que houve uma antecipação exagerada de custos no caso da PDDE, diferentemente do que ocorreu na PDE.

7. Conclusões

O trabalho mostrou resultados da implementação da medida de risco CVaR ou *conditional value at risk* na metodologia da PDE e fechados convexos (chamada PDE-ConvexHull ou simplesmente PDE) e na PDDE.

Observou-se que com a implementação do CVaR foi possível a obtenção de políticas mais avessas a risco em ambas as metodologias e resultados pontuais mostram que de acordo com os parâmetros considerados, têm-se intensidades distintas para aversão a risco e obtiveram-se comportamentos esperados de elevação nos níveis dos reservatórios, diminuição nos valores de déficit e economia de recursos hidráulicos, por exemplo.

Porém, nota-se também a diferença de intensidade na qual os parâmetros β e α afetam a política operatória. Mais especificamente, a PDDE, por se tratar de uma abordagem a eventos dependentes tem uma maior sensibilidade a esses parâmetros visto que podem ser obtidas realizações de valores mais extremos para este último caso.

Outra característica a ser notada é a dificuldade para determinar um procedimento para a avaliação da convergência na PDDE. Esta dificuldade adicional não existe na PDE visto que esta não necessita de um limite superior ou uma amostra de custos para a avaliação da função de custo futuro. Todavia, da forma como implementada, a PDE-ConvexHull ainda não possui um método bem definido para controle da qualidade da solução, o que pode ser resolvido futuramente através de uma discretização eficiente e avaliação da função de custo futuro obtida a cada estágio. Sendo assim, a inclusão da aversão a risco não acarretaria em dificuldades adicionais.

Finalmente, a plataforma computacional MDDH, na qual foram realizados todos os testes, desponta-se atualmente com uma ferramenta de estudos robusta para planejamento de médio em sistemas de grande porte como o brasileiro.

Referências

- Brandi, R. B. S.** (2011), *Processo Iterativo de Construção da Função de Custo Futuro na Metodologia PDE-Convex-Hull*. Dissertação de Mestrado, UFJF, Juiz de Fora, MG, Brasil, 2011.
- CEPEL** (2001), *Manual de Referência – Modelo NEWAVE*, Relatório Técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, RJ.
- Dias, B. H., Marcato, A. L. M., Souza, R. C., Soares, M. P., Silva Jr, I. C., Oliveira, E. J., Brandi, R. B. S., e Ramos, T. P.** (2010), *Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm*, Mathematical Problems in Engineering.
- Dias, B. H., Marcato, A. L. M., Souza, R. C., Soares, M. P., Silva Jr, I. C., Ramos, T. P., Brandi, R. B. S., Oliveira, E. J., e Tomim, M. A.** (2010a), *Programação dinâmica estocástica aplicada ao planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro através do uso de processamento paralelo*, 42º Simpósio Brasileiro de Pesquisas Operacional (SBPO), Bento Gonçalves, RS – Brasil, Ago/Set, 2010.
- Dias, B. H., Tomim, M. A., Marcato, A. L. M., Ramos, T. P., Brandi, R. B. S., Silva Jr, I. C., e Filho, J. A. P.** (2013), *Parallel computing applied to the stochastic dynamic programming for long term operation planning of hydrothermal power systems*, European Journal of Operational Research.
- Fortunato, L. A. M., Neto, A. e Alencar, T.** (1990). *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, EDUFF, Niterói – RJ.
- Gorenstin, B. G., Campodonico, N. M., Costa, J. P., e Pereira, M. V. F.** (1991), *Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints*. Power Industry Computer Application Conference.
- Maceira, M. E. P., Terry, L. A., Costa, F. S., Damázio, J. M. e Melo, A. C. G.** (2002), *Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system*. 14th Power Systems Computation Conference (PSCC), Sevilla - Spain, June 2002.
- Marcato, A. L. M.** (2002), *Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte*, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro.
- ONS** (2013), página oficial do Operador Nacional do Sistema, disponível em <http://www.ons.com.br>, acessado em abril 2013.
- Pereira, M. V. F. e Pinto, L. M. V. G.** (1991), *Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning*. Mathematical Programming, 52:359-375, 1991.
- Philpott A.B. e de Matos V.L.** (2012), *Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion*, European Journal of Operational Research 218 (2012) 470–483.
- Philpott A.B., de Matos V.L. e Finardi E. C.** (2012), *On solving multistage stochastic programs with coherent risk measures*, Mathematical Optimization Society.
- Rockafellar R.T. e Uryasev. S.** (2000), *Optimization of conditional value at risk*, The Journal of Risk, 2:21-41, 2000.
- Shapiro A.** (2011), *Analysis of stochastic dual dynamic programming method*, European Journal of Operational Research 209 (2011) 63–72
- Shapiro, A., Tekaya, W., da Costa, J. P. e Soares, M. P.** (2013), *Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method*, European Journal of Operational Research 224 (2013) 375–391.