OTIMIZAÇÃO DE GRANDES INSTÂNCIAS DO PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE VEÍCULOS NO TRANPORTE URBANO DE PASSAGEIROS COM MÚLTIPLAS GARAGENS.

Pablo Cristini Guedes
Escola de Administração – UFRGS
Rua Washington Luiz, 855. Centro. CEP: 90010-460, Porto Alegre – RS
pcguedes@ea.ufrgs.br

Denis Borenstein
Escola de Administração - UFRGS
Rua Washington Luiz, 855. Centro. CEP: 90010-460, Porto Alegre – RS
dborenstein@ea.ufrgs.br

RESUMO

O escalonamento de veículos com múltiplas garagens (MDVSP, do inglês *Multi-depot Vehicle Scheduling Problem*) é um problema clássico de logística e transportes. O MDVSP também é à base de solução de vários problemas correlatos, tais como: o problema de escalonamento de veículos em tempo real, *disruption management* e soluções integradas de problemas tais como veículos e tripulação. Desta forma, aprimorar a solução deste problema pode ser considerado uma motivação importante, a qual permitirá resolver instâncias mais realistas de forma eficiente, bem como permitir a solução de novos problemas correlatos. O objetivo deste artigo é verificar a aplicabilidade da utilização da rede tempo espaço, para a solução ótima deste problema, considerando grandes instâncias.

PALAVARAS CHAVE. MDVSP, Rede Tempo-Espaço, Otimalidade.

ABSTRACT

The multiple-depot vehicle scheduling problem is a classic logistics and transportation problem. The MDVSP is also the basis for solving various related problems, such as the real time vehicle scheduling problem, disruption management, and solutions to integrated problems such as vehicle and crew scheduling problems. Thus, improving the solution of this problem can be considered an important task that can result in solving efficiently large instances, as well as to allow the solution of new related problems. The objective of this article is to verify the applicability of the use of space-time network towards obtaining optimal solution for large instances.

KEYWORDS. MDVSP, Time-Space Network, Optimization.

1. Introdução

O escalonamento de veículos com múltiplas garagens (MDVSP, do inglês *Multi-depot Vehicle Scheduling Problem*) consiste na atribuição de um conjunto de viagens escalonadas a um conjunto de veículos com o objetivo de minimização de custos. O MDVSP é um problema clássico de logística e transportes (Bertossi et.. al., 1987; Freling e Paixão, 1995; Huisman *et. al.*, 2005; Kliewer *et. al.*, 2006). O MDVSP também é à base de solução de vários problemas correlatos, tais como: (i) o problema de escalonamento de veículos em tempo real (Li *et. al.*, 2009; Yang *et. al.*, 2004; Powell and Carvalho, 1998; Chen *et. al.*, 2011); (ii) *disruption management* (Huisman and Wagelmans, 2006; Sato and Fukumura, 2012; Jozefowiez *et. al.*, 2013); e (iii) soluções integradas de problemas tais como veículos e tripulação (Freling *et. al.*, 2001; Haase *et. al.*, 2001; Huisman *et. al.*, 2005; Goel, 2009; Steinzen *et. al.*, 2010). Desta forma, aprimorar a solução deste problema pode ser considerada uma importante tarefa que permitirá resolver instâncias maiores e condizentes com os problemas do mundo real, bem como permitir a solução de novos problemas correlatos.

Bunte e Kliewer (2009) mostram que diversos tipos de formulações matemáticas foram propostas para esse problema: (i) modelos *single-commodity* (Carpaneto et. al., 1989; Mesquita e Paixão, 1992), (ii) modelos *multi-commodity* (Forbes et. al., 1994; Löbel, 1998; Haghani *et. al.*, 2003; Gintner et. al., 2005; Kliewer et. al., 2006) e (iii) modelos de partição de conjuntos (Bianco *et. al.*, 1994; Ribeiro e Soumis, 1994; Hadjar *et. al.*, 2006). Os métodos utilizados propostos incluem algoritmos otimizantes (Carpaneto et. al., 1989; Forbes et. al., 1994; Ribeiro e Soumis, 1994; Löbel, 1998; Hadjar *et. al.*, 2006) e o uso de heurísticas (Ball et. al., 1983; Bodin *et. al.*, 1983; Bianco *et. al.*, 1994; Kliewer *et. al.*, 2006; Rohde, 2008; Pepin *et. al.*, 2009). Em relação à modelagem de rede, duas alternativas foram propostas: a Rede de Conexão (Carpaneto *et. al.*, 1989; Forbes *et. al.*, 1994; Löbel, 1998; Ribeiro e Soumis, 1994; Pepin *et. al.*, 2009) e a Rede Tempo-Espaço (Gintner et. al., 2005; Kliewer et. al., 2006; Hadjar et. al., 2006; Kliewer et. al., 2002).

Sendo o problema NP-Difícil (Bertossi *et. al.*, 1987), várias instâncias não foram resolvidas na otimalidade, principalmente para instâncias não estruturadas. Por instâncias não estruturadas se entende àquelas que foram obtidas através de um processo de geração aleatório de viagens, na qual as mesmas se caracterizam pela independência estatística entre si. Nas instâncias estruturadas, é fácil determinar as viagens sucessoras, tendo em vista que, quando uma viagem termina, é comum, encontrar outra viagem pronta para ser iniciada. Em geral, as instâncias estruturadas são originárias de tabelas de horários vigentes, portanto já realizadas diversas adequações para compatibilizar viagens e economizar deslocamentos vazios de veículos. Desta forma, instâncias estruturadas apresentam características que originam instâncias mais fáceis de serem solucionadas por otimização.

O objetivo deste artigo é verificar a aplicabilidade da utilização da rede tempo espaço, desenvolvida por Kliewer *et. al.* (2002) para a solução ótima deste problema, considerando grandes instâncias. Neste trabalho somente foi utilizado o CPLEX para a solução das instâncias geradas, métodos mais sofisticados de solução não foram empregados.

O artigo está organizado como se segue. A seção 2 define o problema clássico, na seção 3 é feita uma revisão dos principais artigos sobre o MDVSP. Na seção 4 apresentamos a modelagem utilizada e na seção 5 apresentamos os resultados obtidos até o momento.

2. Definição do Problema

O MDVSP pode ser definido como se segue, seja S um conjunto de viagens programadas e uma frota de veículos alojados em um conjunto D de garagens. Devemos achar o custo mínimo de cobrir todas as viagens, na qual cada viagem seja atendida exatamente uma vez por um veículo, garantindo que o número v_d de veículos disponíveis em cada garagem $d \in D$ não seja excedido. Cada viagem $i \in S$ é definida por um local de início s_i e um local de destino e_i, um tempo de início a_i e um tempo de fim b_i. Um veículo deve iniciar e terminar na mesma garagem compondo um bloco.

Desta forma, o MDVSP pode ser matematicamente formulado baseado em Pepin *et. al*. (2009). Seja $S = \{1, 2, \dots, s\}$ o conjunto de viagens e $\mathcal{D}$ o conjunto de garagens, podemos definir uma rede $G = (V, A)$ correspondente a uma garagem d, que é um grafo direcionado acíclico com vértices V e arestas A. Denotamos A^{-} como o subconjunto de A que representa os arcos de saída da garagem.

Considere c_{ij}^{d} como o custo do veiculo ao utilizar o arco $(i, j) \in A$. Definindo a variável de decisão binária x_{ij}^{d}, que assume valor igual a um se um veículo da garagem *d* atende a viagem *j* após realizar a viagem *i*, e zero caso contrário, o MDVSP pode ser formulado como segue:

$$\min \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^{d} x_{ij}^{d}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}^{d} - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}^{d} = 0, \ \forall i \in V, \forall d \in \mathcal{D} \quad (1)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^{d} = 1, \ \forall i \in S \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A^{-}} x_{ij}^{d} \leq v_d, \ \forall d \in \mathcal{D} \quad (3)$$

$$x_{ij}^{d} \text{ integer}, \ \forall (i,j) \in A, \forall d \in \mathcal{D} \quad (4)$$

A função objetivo minimiza os custos totais. A restrição (1) é a restrição de conservação de fluxo; a restrição (2) garante que cada tarefa é executada exatamente uma vez por um veículo, enquanto a restrição (3) limita o número de veículos que podem ser utilizados a partir de cada garagem. Finalmente, o requisito de integralidade das variáveis é fornecido pela restrição (4).

3. Revisão da Literatura

Os artigos de Bertossi *et. al.* (1987) e Carpaneto *et. al*. (1989) são considerados os marcos iniciais do MDVSP. Bertossi *et. al.* (1987) provam que o MDVSP é NP-Difícil e propõem uma solução por relaxamento lagrangeano da restrição (2). Carpaneto *et. al.* (1989) apresentam uma formulação de transporte para a modelagem *single-commodity* com uma restrição de subciclos, onde as viagens e veículos são representados como nós. O trabalho de Carpaneto *et. al.* (1989) é o primeiro a apresentar uma solução ótima para o MDVSP. Outra contribuição importante deste foi a definição de uma rotina para geração de instâncias aleatórias.

Mesquita e Paixão (1992) propõem outra abordagem *single-commodity*, onde uma estrutura de rede mais abrangente é usada. Os nós do veículo são agregados e combinados para um nó por garagem. Os autores resolvem o problema por relaxamento lagrangeano da restrição (3). Forbes *et. al.* (1994) propõem uma abordagem *multi-commodity* e utilizam um relaxamento lagrangeano combinado a um algoritmo dual simplex para obter uma solução ao problema. Os autores também observam que a solução potencialmente fracionária é na maioria dos casos inteira, ou quase inteira, para os casos reais. Devido a este fato, a solução inteira foi obtida por um algoritmo de *branch-and-bound* padrão. Forbes *et. al.* (1994) solucionam o problema de forma ótima para 600 viagens e 3 garagens.

Ribeiro e Soumis (1994) propõem um método de geração de colunas para uma formulação de partição de conjuntos ao MDVSP. Essa formulação pode ser obtida aplicando uma decomposição de Dantzig e Wolfe (Dantzig e Wolfe, 1960) na modelagem *multi-commodity*, como demonstram Hadjar *et. al*. (2006).

Löbel (1998) soluciona grandes instâncias oriundas de três grandes companhias de transporte urbano da Alemanha, através de uma técnica de *branch-and-cut* e geração de colunas. Löbel utiliza a formulação proposta por Carpaneto *et. al.* (1989). Ele propõe uma técnica denominada *pricing* lagrangeano baseada em relaxações lagrangeanas do modelo de fluxo *multi-commodity*. O *pricing* fornece os *lower bounds* e através de um conjunto de heurísticas, o autor obtém os *upper bounds*. Esses dados são utilizados para inicializar a geração de colunas. Löbel resolve o RMP (do inglês, *Restricted Master Problem*), eliminando as colunas pelo critério de custo reduzido e gerando colunas pelo mesmo critério. Efetua, então, uma verificação se o problema global é ótimo ou próximo do ótimo, caso afirmativo efetua um *branch-and-cut* com o problema e novos *lower e upper bounds* são obtidos, caso contrário repete o procedimento.

Todas as propostas de solução para o MDVSP até 2002 utilizavam redes de conexão. Uma rede de conexão, como descrita em Carpaneto *et. al.* (1989) e aprimorada em Mesquita e Paixão (1992), é uma rede onde viagens e garagens são representadas por nós e as conexões possíveis entre as viagens são representadas por arcos (ver, por exemplo, Daduna e Paixão, 1995). Entretanto, Kliewer *et. al.* (2002), baseado na rede *timeline* (Hane et al., 1995), desenvolvida para o escalonamento de aviões, propôs a rede tempo-espaço para o MDVSP. A partir da formulação da rede tempo-espaço, Gintner *et. al.* (2005) e Kliewer *et. al.* (2006) apresentam um problema de escalonamento de veículos com múltiplas garagens e múltiplos tipos de veículos. Para solucionar o problema, Gintner *et. al.* (2005) apresentam uma heurística de duas fases, que fixa algumas conexões *a priori*. A ideia básica da heurística é primeiro resolver um número simplificado de modelos, como um SDVSP (do inglês *Single Depot Vehicle Scheduling Problem*) para cada garagem, e então procurar por cadeias de viagens comuns em cada uma das soluções. Se a mesma sequência de viagens é incluída em cada solução, os autores classificam esta como uma cadeia estável e assumem que pode ocorrer na solução ótima global. As cadeias estáveis atuam como viagens na otimização exata do modelo, reduzindo-o significativamente. Esta técnica, que produz soluções muito próximas da otimalidade, é chamada de "*fix-and-optimize*", pois primeiro fixa algumas variáveis e depois utiliza a técnica de otimização.

Já Kliewer *et. al.* (2006) utilizam um esquema de agregação dos arcos de uma rede TSN (do inglês, *Time-Space Network*), correspondentes a viagens em vazio, capaz de reduzir substancialmente o tamanho da rede adjacente em uma fração do tamanho original. Após a realização do procedimento de agregação, Kliewer *et. al.* (2006) resolvem o MDVSP considerando instâncias reais com milhares de viagens através da aplicação direta do software de otimização ILOG CPLEX 8.0. Nesse artigo, Kliewer vincula os tipos de veículos e as garagens criando camadas. Cada camada pode ser considerada como um problema de escalonamento de veículos com uma garagem, cuja solução é facilmente encontrada em tempo polinomial (Freling, 1997). Essas soluções sub-ótimas são encontradas com apoio de uma heurística que através de rotações entre as camadas busca a solução ótima do problema com múltiplas garagens. Embora Kliewer *et. al.* (2006) afirmem que soluciona o MDVSP com soluções ótimas, o método claramente baseia-se em heurísticas para compatibilizar os vários SDVSPs para as restrições do MDVSP.

Hadjar *et. al.* (2006) aprimoram Löbel (1998), propondo novas desigualdades válidas para a formulação do problema de partição de conjuntos. Os autores propõem um algoritmo de *branch-and-bound* para resolver o MDVSP, que combina geração de colunas, ajuste na variável e planos de corte. O método de solução baseia-se na prova que as desigualdades apresentadas representam, sob certas condições, as faces de um politopo subjacente. Hadjar *et. al.* (2006) afirmam que o máximo de viagens que se pode resolver para instâncias não estruturadas é cerca de 800 viagens. Contudo, para instâncias estruturadas, já foi possível resolver problemas com até 7000 viagens, conforme mostram os resultados junto às empresas de transporte urbano alemães, atingidos por Löbel (1998) e Kliewer *et. al.* (2006).

van den Heuvel e van Kooten (2008) afirmam que o modelo de Gintner *et. al.* (2005) é limitado, no sentido de não permitir mais de um veículo por viagem, excluindo a possibilidade de utilizar vários veículos pequenos ao invés de um grande para atender a uma viagem, ou utilizar mais de um tipo de veículo em uma viagem. Assim, os autores propõem duas formulações flexíveis: a primeira, que possibilita mais de um tipo de veículo para atender a uma viagem, mas que se torna muito difícil de resolver; e a segunda, que visa minimizar em partes a complexidade da primeira, permitindo que vários veículos do mesmo tipo atendam a mesma viagem, sendo que os ônibus são distribuídos uniformemente no tempo. Se, por exemplo, há uma viagem a cada hora, e são necessários dois ônibus de um determinado tipo, então um veículo sairia do terminal a cada meia-hora. Isso é obtido através da inclusão de viagens de serviço adicionais na rede tempo-espaço. O método desenvolvido ao flexibilizar a frota, deixa de ser uni modular e aumenta significativamente a complexidade de resolução computacional se comparado ao MDVSP para um único tipo de veículo.

Pepin *et. al.* (2009) comparam o desempenho de cinco diferentes abordagens heurísticas para esse problema, entre elas a geração de colunas. Resultados computacionais em instâncias geradas aleatoriamente mostraram que a geração de colunas tem o melhor desempenho computacional. Instâncias de até 1500 viagens com 8 garagens foram solucionadas, mas não de forma ótima.

Rohde (2008) optou por tratar o problema através de uma abordagem baseada na redução do espaço de estados e na utilização de heurísticas. Três procedimentos de redução do espaço de estados foram desenvolvidos. De acordo com Rohde (2008) é possível reduzir em até 98% o número de variáveis nesses problemas sem comprometer uma solução satisfatória ou ótima. Contudo, Rohde (2008) só apresentou soluções baseadas em heurísticas.

Pela análise da literatura pode-se notar que a área encontra-se carente de métodos de solução que permitam a solução de grandes instâncias (com dezenas de garagens e milhares de viagens) em um tempo reduzido. Observamos que, geralmente, os artigos mais modernos apresentam solução para instâncias com mais de 1000 viagens e 8 garagens, mas as soluções são ótimas somente para alguns casos específicos e considerando instâncias estruturadas. Os demais resultados são oriundas de heurísticas, no qual a solução ótima não é obtida. Embora Löbel (1998) tenha resolvido instâncias estruturadas com 25000 viagens e 49 garagens, o algoritmo demora cerca de 16 horas para encontrar uma solução de boa qualidade. Esse desempenho é incompatível com as exigências dos problemas correlatos, citados na seção 1, que utilizam o MDVSP como base.

4. Modelagem

4.1. Rede Tempo-Espaço

A rede tempo-espaço (TSN) é a base para a formulação matemática apresentada neste artigo. Em uma TSN, os nós representam um local específico no tempo e espaço, e cada arco corresponde a uma transição no tempo e, possivelmente, no espaço. A rede tempo-espaço (TSN, do inglês *time-space network*) foi primeiramente proposta para problemas de roteamento em escalonamento aéreo (Hane et. al., 1995), devido sua facilidade na modelagem de possíveis conexões entre voos.

A TSN pode ser definida com um grafo direcionado $G = (V, A)$. Definimos N como o conjunto de vértices da rede, que é função do terminal ou garagem e da linha de tempo. Definimos A como o conjunto de arestas que em uma rede tempo-espaço é subdividido nos seguintes 6 diferentes conjuntos:

- O conjunto A^s denota o conjunto de arcos que representam as viagens a serem executadas;
- O conjunto A^{wait} denota o conjunto de arcos de espera, que representam as transições na rede tempo-espaço onde o veiculo se encontra parado em um terminal;
- O conjunto A^{dh} denota o conjunto de arcos que representam viagem sem passageiros;
- O conjunto A^{pin} denota o conjunto de arcos que representam uma viagem da garagem para uma estação com o propósito de iniciar um bloco de viagens;
- O conjunto A^{pout} denota o conjunto de arcos que representam uma viagem para a garagem de uma estação com o propósito de finalizar um bloco de viagens;
- O conjunto A^c denota o conjunto de arcos de circulação, formado por arcos que ligam cada veiculo no ponto final de sua jornada ao ponto de inicio da mesma com propósito de permitir a minimização do número de veículos utilizados.

A Fig. 1 é um exemplo de uma TSN com 6 viagens e 3 terminais.

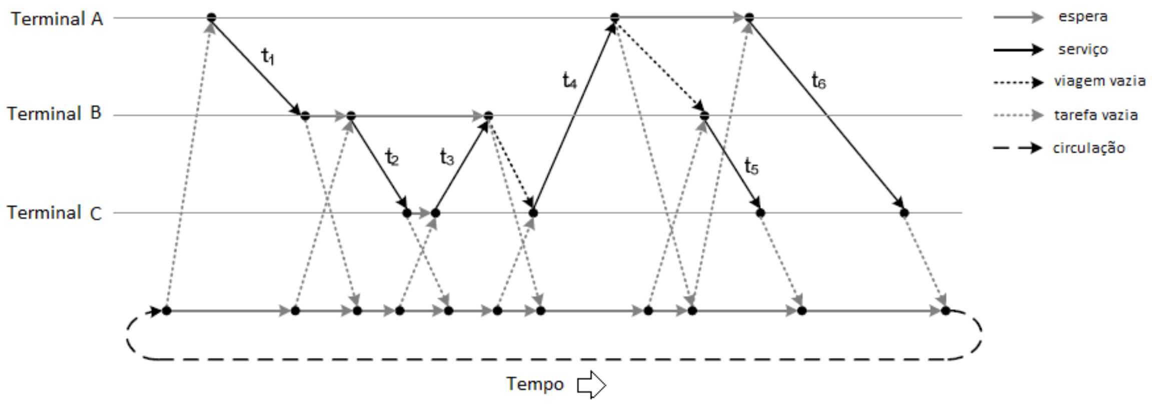

Figura 1 - Rede Tempo-Espaço com 6 viagens

A principal vantagem da estrutura de TSN é a redução do número de variáveis e restrições, comparado com outras abordagens na literatura (Steinzen *et. al.*, 2010). Se o problema contém m estações e n viagens, então o número de arcos vazios em uma TSN é O(mn) em oposição a O(n^2) da rede de conexão, sendo $n >> m$. Estes autores mostram um comparativo entre o número de arcos vazios gerados em uma TSN e em uma rede à base de conexão. A TSN é especialmente relevante quando o número de estações envolvidas no problema é baixo quando comparado com o número de viagens.

4.2. Formulação

Segundo Pepin *et. al.* (2009), podemos formular o MDVSP utilizando a rede tempo-espaço, como segue. Seja $G = (V, A)$ uma rede, onde V representa os vértices dessa rede e A representa os arcos. Podemos definir $\mathrm{A}^s \subseteq A$ como o conjunto de arcos que representam as viagens a serem escalonadas e $\mathcal{D}$ como o conjunto de garagens. Denota-se por A^{pout} como o subconjunto de A que representa os arcos de saída da garagem. A variável de decisão $x_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{d}}$ denota o veículo que atende o arco do nó i até o nó j, sendo i e j nós na rede tempo-espaço. Utilizando-se a mesma nomenclatura da seção 2, o MDVSP para a rede TSN pode ser formulado como segue:

$$\min \sum_{\mathrm{d} \in \mathcal{D}} \sum_{(\mathrm{i,j}) \in \mathrm{A}} c_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{d}} x_{\mathrm{ij}}^{\mathrm{d}}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij}^{d} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji}^{d} = 0, \forall i \in V, \forall d \in \mathcal{D} \quad (5)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} x_{ij}^{d} = 1, \ \forall (i,j) \in A^{s} \quad (6)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A^{pout}} x_{ij}^{d} \leq v_{d}, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (7)$$

$$x_{ij}^{d} \text{ integer}, \quad \forall_{(i,j)} \in A, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (8)$$

A função objetivo minimiza os custos totais. A restrição (5) é a restrição de conservação de fluxo. A restrição (6) garante que cada tarefa é executada exatamente uma vez por um veículo. A restrição (7) limita o número de veículos que podem ser utilizados a partir de cada depósito. Finalmente, o requisito de integralidade das variáveis é fornecido por (8).

4.3. Método de Solução

Este artigo trabalhou com o MDVSP no contexto de transporte público urbano. Desta forma, o problema pode ser caracterizado da seguinte forma, partindo-se de uma tabela de horários das viagens a serem atendidas e um conjunto de garagens com suas capacidades e localizações – fornecida pela empresa ou consórcio de empresas que gerencia o transporte urbano, pretende-se oferecer ao tomador de decisão o escalonamento de custo ótimo dos veículos. A partir desta tabela de horários, geramos uma rede tempo-espaço reduzida, utilizando as reduções proposta por Kliewer *et. al.* (2002). De posse desta rede, modelamos um MIP (do inglês, *Mixed Integer Problem*) utilizando a formulação apresentada na seção 4.3. Por fim, resolve-se o problema na otimalidade utilizando o solver IBM ILOG CPLEX 12.5.

4.4. Geração das Instâncias

Uma das contribuições de Carpaneto *et. al*. (1989) foi a criação de um gerador de instâncias aleatórias que vem sendo largamente utilizado na literatura (Ribeiro e Soumis, 1994; Pepin *et. al.* 2009; Rohde, 2008). Entretanto, as instâncias geradas a partir de Carpaneto *et. al.* (1989) estão no formato de rede de conexão. Desta forma, um gerador próprio, compatível com as peculiaridades e detalhes da rede tempo-espaço, foi desenvolvido. As instâncias geradas, diferentemente de Carpaneto *et. al.* (1989), consideram a demanda média para cada horário estipulado na tabela de horária.

O gerador proposto apresenta como saída uma tabela de horários, com um número de garagens e suas respectivas capacidades. Dados obtidos através de estudos empíricos junto às empresas de transporte público de Santa Maria – RS foram empregados para simular a demanda real.

A função demanda utilizada trata-se da combinação de duas gaussianas, uma de média 6 e outra de média 18 (que representam os horários de maior demanda). O desvio padrão utilizado foi de 3 em ambas. Um exemplo dessa função pode ser visto na figura 2.

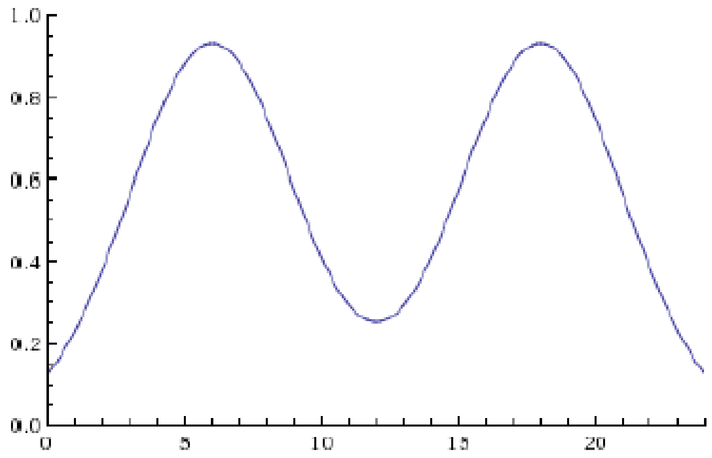

Figura 2 - Gráfico da Demanda de Usuários

A partir dessa função é gerado um número randômico entre 0 e 24, esse número corresponde ao horário de início da viagem, representado no eixo das abcissas da Fig. 2. Para a viagem ser aceita é gerado um número randômico entre 0 e 1. Um teste verificando se o número gerado é menor que o número retornado pela função aplicada ao horário de início da viagem, segundo a distribuição da Fig. 2, é realizado. Como a função tem máximos nos horários 6 e 18, espera-se que nesses horários, e em sua proximidade, o número de viagens seja maior. A seguir são gerados dois números entre 0 e n, onde n é número de vértices no grafo, correspondendo aos nós de início e de fim das viagens. O horário de fim da viagem é dado pelo horário de início mais a distância entre os dois vértices.

5. Resultados

Todos os testes computacionais foram feitos em um Intel® Xeon ® CPU E5-1603 com 2,8 GHz, 16 GB de memória. Todos os MIPs foram solucionados via Cplex 12.5 de forma ótima, ou seja, obtendo gap de 0%. A tabela 2 resume os resultados encontrados. Para todas as instâncias em negrito, não havia solução ótima anterior relatada na literatura.

Até o findar desta pesquisa, as maiores instâncias não estruturadas solucionadas de forma ótima foram 500 viagens com 8 garagens (Pepin et. al., 2009). Como podemos ver pela tabela 2 obtivemos resultados ótimos com instâncias de até 5000 viagens e 8 garagens, ao utilizarmos a rede tempo-espaço. Esse resultado sugere que a utilização da rede tempo-espaço possibilite uma escalabilidade maior no que tange o tamanho das instâncias. Dada a aleatoriedade do gerador de instâncias e a independência estatística na geração entre duas viagens quaisquer, podemos considerar os resultados satisfatórios, mesmo que não utilizando as instâncias de Carpaneto *et. al.* (1989). Outra conclusão que obtivemos nesse artigo é de que o que degrada mais o tempo de solução é o número de garagens e não o número de viagens.

Tabela 1 - Resultados

Viagens	Garagens	Tempo (em s)	Num. Var. (aprox.)
500	4	1,92	20 mil
500	8	38,36	40 mil
500	***16***	***382,20***	***72 mil***
500	***32***	***137,26***	***80 mil***
500	***64***	***4685,40***	***320 mil***
1000	***4***	***16,46***	***42 mil***
1000	***8***	***92,59***	***80 mil***
1000	***16***	***2244,61***	***160 mil***
1500	***4***	***25,68***	***60 mil***
1500	***8***	***2188,01***	***230 mil***
1500	***16***	***1198,40***	***240 mil***
3000	***4***	***408,55***	***115 mil***
3000	***8***	***3130,3***	***240 mil***
5000	***4***	***1654,86***	***200 mil***
5000	***8***	***17653,85***	***390 mil***

6. Considerações Finais

Esta pesquisa apresentou o desenvolvimento parcial de um método de solução para o MDVSP. Como citado durante a pesquisa, este é um problema de complexidade NP-Difícil, exigindo excessivo esforço computacional. Entretanto, através da utilização da modelagem de rede tempo-espaço obtivemos uma escalabilidade maior do problema, sendo possível resolver instâncias ainda consideradas intratáveis em um tempo aceitável.

Apesar de esta pesquisa focar no MDVSP e não ter sido desenvolvido ainda métodos mais avançados de solução, acredita-se que as melhorias provenientes da modelagem aqui descritas podem ser aplicadas em diversas áreas do conhecimento. Assim, outros problemas, que também trabalham com alguma forma de escalonamento de veículos, tais como o problema de escalonamento e roteamento de veículos com múltiplas garagens, problema de escalonamento de veículos e tripulação com múltiplas garagens, escalonamento de veículos em tempo-real, entre outros, poderiam fazer uso dos procedimentos desenvolvidos, beneficiando-se das mesmas vantagens atingidas na solução do MDVSP.

7. Referências

BALL, M., L. BODIN, R. DIAL. A matching based heuristic for scheduling mass transit crews and vehicles. **Transportation Science** 17(1) 4–31, 1983.

BERTOSSI, A. A.; CARRARESI, P.; GALLO, G. On some matching problems arising in vehicle scheduling models. **Networks**, v. 17, p. 271-281, 1987.

BIANCO, L., A. MINGOZZI, S. RICCIARDELLI. A set partitioning approach to the multiple depot vehicle scheduling problem. **Optimization Methods & Software** 3(1-3) 163–194, 1994.

BODIN, L., B. GOLDEN, A. ASSAD, M. BALL. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art. **Computers and Operations Research** 10(2) 63–211, 1983.

BUNTE, S.; KLIEWER, N. An overview on vehicle scheduling models. **Journal of Public Transport**, v. 1, n. 4, p. 299-317, 2009.

CARPANETO G, DELL'AMICO M, FISCHETTI M, TOTH P. A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. **Networks** 19:531–548, 1989.

CHEN, C., XI, L.F., ZHOU, B.H., ZHOU, S.S. A multiple-criteria real-time scheduling approach for multiple-load carriers subject to LIFO loading constraints. International Journal of Production Research, 49(16), 4787-4806, 2011.

DANTZIG, G. B. e WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. Operations Research, 8(1):101-111, 1960.

FORBES M, HOLT JN, WATTS AM. An exact algorithm for multiple depot bus scheduling. **European Journal of Operations Research**, 72:115–124, 1994.

FRELING, R. AND PAIXÃO, J.M.P. (1995). Vehicle scheduling with time constraint. In **J. Daduna, I. Branco, and J.M.P. Paixão (eds.) Computer-aided transit scheduling. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, vol 430, Springer, Berlin, pages 130_144.

FRELING, R.; WAGELMANS, A. P. M; PAIXÃO, J. M. P. Models and Algorithms for Single-Depot Vehicle Scheduling. **Transportation**, v. 35, n. 2, p. 165–180, 2001.

GINTNER, V.; KLIEWER, N.; SUHL, L. Solving Large Multiple-Depot Multiple-Vehicle-Type Bus Scheduling Problems in Practice. **OR Spectrum**, v. 27, p. 507-523, 2005.

GOEL, A. Vehicle scheduling and routing with drivers' working hours. **Transportation Science**, 43(1), 17-26, 2009.

HAASE, K., DESAULNIERS, G., e DESROSIERS, J. (2001). Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems. **Transportation Science**, 35(3), 286_303.

HADJAR A, MARCOTTE O, SOUMIS F. A branch-and-cut algorithm for themultiple depot vehicle scheduling problem. **Operation Research**, 54(1):130–149, 2006.

HAGHANI, A.; BANIHASHEMI, M.; CHIANG, K-H. A comparative analysis of bus transit vehicle scheduling models. **Transportation Research**, v. 37, 301-322, 2003.

HANE, C.A., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARSTEN, R.E., NEMHAUSER, G.L., SIGISMONDI, G. The fleet assignment problem: solving a large scale integer program. **Mathematical Programming**, 70(2), 211-232. 1995

HUISMAN, D. AND WAGELMANS, A.P.M. A solution approach for the dynamic vehicle and crew scheduling. European Journal of Operational Research, 172(2), 453-471, 2006.
HUISMAN, D.; FRELING, R.; WAGELMANS, A. Multiple-Depot Integrated Vehicle and Crew Scheduling. **Transportation Science**, v. 39, n. 4, p. 491-502, 2005.

JOZEFOWIEZ, N., MANCEL, C., AND MORA-CAMINO, F. A heuristic approach based on shortest path problems for integrated _ight, aircraft, and passenger rescheduling under disruptions. **Journal of the Operational Research Society**, 64(3), 384-395, 2013.

KLIEWER, N.; MELLOULI, T.; SUHL, L. A new solution model for multi-depot multi-vehicle-type vehicle scheduling in suburban public transport. In: **Mini-EURO Conference** and the EUROWoring Group on Transportation, 2002. Bari, Italy. Proceedings of the 13th Mini-EURO Conference and the 9thMeeting of the EUROWoring Group on Transportation, Bari, 2002.

KLIEWER, N.; MELLOULI, T.; SUHL, L. A time-space network based exact optimization model for multi-depot bus scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 175, n. 3, p. 1616–1627, 2006.

LI, J.Q., MIRCHANDANI, P.B., AND BORENSTEIN, D. Real-time vehicle rerouting problems with time windows. **European Journal of Operational Research**, 194, 711-727, 2009.

LÖBEL A. Vehicle scheduling in public transit and Lagrangian pricing. **Management Science** 44(12):1637–1650, 1998.

MESQUITA M, PAIXÃO JMP. Multiple depot vehicle scheduling problem: a new heuristic based on quasi-assignment algorithms. In: **Desrochers M, Rousseau J-M (eds) Computer-aided transit scheduling. Lecture notes in economics and mathematical systems**, vol 386. Springer, Berlin, pp 167–180, 1992.

PEPIN, A.-S., G. DESAULNIERS, A. HERTZ, D. HUISMAN. A comparison of five heuristics for the multiple depot vehicle scheduling problem. **Journal of Scheduling** 12(1) 17–30, 2009.

POWELL, W.B. AND CARVALHO, T.A. Real-time optimization of containers and flatcars for intermodal operations. Transportation Science, 32, 110-126, 1998

RIBEIRO C, SOUMIS F. A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. Operation Research, 42(1):41–52, 1994.

ROHDE, L.R. (2008). Desenvolvimento de heurística para solução do problema de escalonamento de veículos com múltiplas garagens. **Tese de doutorado**, UFRGS, Brasil.

SATO, K. AND FUKUMURA, N. Real-time freight locomotive rescheduling and uncovered train detection during disruption. **European Journal of Operational Research**, 221(3), 636-648, 2012.

STEINZEN, I.; GINTNER, V; SUHL, L. A Time-Space Network Approach for the Integrated Vehicle- and Crew-Scheduling Problem with Multiple Depots. **Transportation Science**, v. 44, n. 3, p. 367–382, 2010.

VAN DEN HEUVEL, A.P.R. AND VAN KOOTEN, M.E. Integrating timetabling and vehicle scheduling in public bus transportation. **Technical Report**, 2008.

YANG, J., JAILLET, P., AND MAHMASSANI, H.S. Real-time multivehicle truckload pickup and delivery problems. **Transportation Science**, 38(2), 135-148, 2004.