Uma Abordagem Lagrangeana para o Problema Periódico de Controle de Densidade em Redes de Sensores Sem Fio

Adriana Gomes Penaranda[1], **André Ricardo Melo Araújo**[1], **Fabíola Guerra Nakamura**[2]
[1]Programa de Pós-Graduação em Informática - PPGI
[2]Instituto de Computação - IComp
Universidade Federal do Amazonas - UFAM, Manaus, AM, Brasil
{dricah.gp, andremeloaraujo}@gmail.com, fabiola@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

As Redes de Sensores Sem Fios (RSSFs) são um tipo especial de rede móvel *ad hoc* formadas com alta densidade de nós sensores. Redes densas têm alto tráfego de dados e gastam energia com um número desnecessário de nós sensores ativos. Neste trabalho abordamos o Problema de Controle de Densidade, Cobertura e Conectividade (PCDCC) em RSSFs, que consiste na ativação de um subconjunto de nós sensores, que garantam a cobertura da área, conectividade entre nós sensores ativos e minimize o consumo de energia. O problema original tem características estáticas e por isso propomos uma abordagem Abordagem Periódica para tratar o PCDCC, que consiste em resolver o problema estático periodicamente, atualizando os parâmetros do problema a cada período. A Abordagem Periódica se aproxima mais das característica dinâmicas de uma RSSF. Ela é modelada através de Programação Linear Inteira (PLI) que é resolvida por um software de otimização e por uma par Relaxação / Heurística Langrageanas . As soluções ótimas são comparadas com os resultados da Relaxação e da Heurística Lagrangeanas em termos de qualidade de solução e tempo de obtenção da solução.

PALAVRAS CHAVE: Problema de Controle de Densidade. PLI. RSSFs.
Área principal: Otimização Combinatória.

ABSTRACT

Wireless Sensor Networks (WSNs) are a special kind of ad hoc networks designed to comprise a high density of sensor nodes. These networks have high traffic of data and waste energy with an unnecessary number of active sensor nodes. In this paper we address the Density Control, Coverage and Connectivity Problem (DCCCP) in WSNs, that consists in activating a subset of sensor nodes, which assure the area coverage and the nodes connectivity, and minimize the energy consumption. We propose a Periodic Approach and Lagrangian Relaxation. The Periodic Approach is modeled through Integer Linear Programming (ILP). We compare the optimal solutions with Lagrangian Relaxation.

KEYWORDS: Density Control Problem. ILP. WSNs.
Main area: Combinatorial Optimization.

1. Introdução

As Redes de Sensores sem Fios (RSSFs) são um tipo especial de rede móvel *ad hoc* que têm como objetivo monitorar ambientes e transmitir dados coletados a um observador. São compostas por nós sensores que devido ao tamanho reduzido possuem restrições de energia, processamento e comunicação. Estas redes possuem diversas áreas de aplicação como no ambiente, fazendo rastreamento de animais; no tráfego, monitorando os veículos; na medicina, monitorando o funcionamento de órgãos; e na área militar, detectando presença de inimigos [Loureiro et al. (2002)].

A alta concentração de nós sensores por área é utilizada para garantir o atendimento dos requisitos da aplicação, como, por exemplo, cobertura da área e conectividade dos nós sensores. No entanto, a alta concentração de nós sensores pode levar a problemas como o consumo desnecessário de energia, interferências, e colisão de pacotes. O Problema de Controle de Densidade, Cobertura e Conectividade (PCDCC) proposto neste trabalho, consiste em determinar um subconjunto de nós sensores para ficarem ativos enquanto os demais serão desativados ou agendados para dormir. Este subconjunto deve garantir a cobertura da área, conectividade dos nós sensores e minimizar o consumo de energia [Shang & Shi (2005); Nguyen et al. (2010); Cheng & Yen (2006)].

A Abordagem Periódica encontra a solução para o PCDCC em um determinado período de tempo e repete esse procedimento periodicamente. Antes de cada rodada, a lista de nós sensores disponíveis é atualizada. A Abordagem é modelada com Programação Linear Inteira (PLI). A função objetivo minimiza a energia gasta com ativação, transmissão e manutenção do nó sensor, que é a soma da energia consumida pela placa, pelo processador e pelo rádio. A Abordagem Periódica se aproxima mais das característica dinâmicas de uma RSSF.

A Relação Lagrangeana é um método exato cujo objetivo é relaxar restrições "difíceis" e adicioná-las a função objetivo tornando o problema mais "fácil" de ser resolvido. Utilizando como entrada a solução do problema relaxado é possível gera limites superiores para o PCDCC através da Heurística Lagrangeana. A solução da Heurística Lagrangeana proposta é comparada com a solução ótima gerada com a Abordagem Periódica.

O trabalho está organizado da seguinte forma. Seção 2 lista os trabalhos relacionados. Seção 3 define formalmente o PCDCC e apresenta a abordagem propostas. A seção 4 apresenta a Relaxação Lagrangeana e a Heurística Lagrangeana propostas. Seção 5 mostra e analisa os resultados computacionais e a Seção 6 apresenta as considerações finais.

2. Trabalhos Relacionados

Em Nakamura et al. (2004,2010) e em Menezes (2004) são propostos modelos dinâmicos de Programação Linear Inteira para o controle de densidade. A ideia é definir a topologia da rede e otimizar o consumo de energia ao mesmo tempo em que atende os requisitos da aplicação. A principal diferença entre estes trabalhos é que o primeiro considera na modelagem o gasto com a operação de recepção de pacotes. Ambos resolvem os modelos com *software* de otimização CPLEX e com métodos exatos. Os resultados confirmam que com o escalonamento de nós sensores é possível estender o tempo de vida da rede.

Em Zang e Hou (2005) é proposto o *Optimal Geographical Density Control Algorithm* (OGDC), m algoritmo descentralizado e localizado Zang & Hou (2005), baseado em um conjunto de condições ótimas sobre as quais um conjunto de nós sensores ativos é encontrado. Siqueira et al. (2006) propõem duas abordagens que integram roteamento e controle de densidade. Ambas utilizam o algoritmo de controle de densidade OGDC e roteamento pró-ativo em árvore. A principal diferença entre as abordagens é a forma como cada problema é integrado no algoritmo.

Em termos de soluções distribuídas, pode-se encontrar na literatura protocolos que lidam com o escalonamento de nós sensores. Em Ye et al. (2002) é apresentado o *Probing Environment* *and Adaptive Sleeping* (PEAS) que é um protocolo distribuído cujo objetivo é construir e manter o funcionamento da rede Ye et al. (2002). O PEAS utiliza dois algoritmos: *Probing Environment*, que define quais nós sensores serão ativados; e *Adaptive Sleeping*, que determina o tempo que o nó sensor permanecerá no modo *Sleep*.

O *Geographical Adaptive Fidelity* (GAF) identifica os nós sensores que são equivalentes do ponto de vista de roteamento e desliga os nós sensores desnecessários Xu et al. (2001). Assim o algoritmo mantém um nível constante, que os autores chamam, de fidelidade de roteamento. O algoritmo divide a área em grades e um nó sensor pertence somente a uma grade virtual e cada grade deve ter um nó sensor ativo, por isso o número de grades virtuais define o número de nós sensores ativos em cada rodada.

O GAF pode ativar um número desnecessário de nós sensores devido a grande quantidade de grades Inagaki & Ishihara (2009). Partindo desta observação Inagaki and Ishihara (2009) propõem uma variação do GAF, chamada *Hierarchical Geographical Adaptive Fidelity* (HGAF). A idéia é reduzir o número de grades, assim, reduzindo o número de nós sensores ativos. Para isto, o HGAF aumenta o tamanho da grade e divide, cada grade, em N^2 subgrades.

3. Abordagem Periódica

Neste trabalho a área de monitoramento é discretizada em pontos de demanda, pois este conceito permite avaliar a cobertura em um espaço discreto, é útil para fins de modelagem, e permite quantificar a cobertura. Formalmente, podemos definir o Problema de Controle de Densidade, Cobertura e Conectividade Estático da seguinte forma:

Dada uma área de monitoramento A, um conjunto de nós sensores S, um conjunto de sorvedouros M e um conjunto de pontos de demanda D, o problema de controle de densidade consiste em garantir para cada ponto de demanda $d \in D$ na área A que pelo menos q nós sensores o cubram e que exista uma rota entre cada nó sensor ativo $s \in S$ e um sorvedouro $m \in M$.

A Abordagem Periódica consiste em resolver o problema estático periodicamente. A abordagem encontra a melhor solução para um dado instante de tempo, independentemente da topologia de períodos anteriores. No início de cada período o conjunto de nós de sensores é atualizado, e os nós sensores sem energia são retirados da lista de nós disponíveis. A abordagem periódica não tem uma visão geral dos períodos e escolhe a melhor solução para o período atual, sem levar em consideração que no futuro pode haver grandes regiões descobertas ou desconectadas.

O PCDCC é modelado como um Problema de Programação Linear Inteira. Para tanto a área de cobertura do nó sensor é modelada como um círculo de raio R, onde R é o raio de sensoriamento do nó sensor. Se a distância entre um ponto de demanda e um nó sensor for menor que o valor R então o nó sensor cobre este ponto. O modelo assume que os nós sensores sabem a sua localização e têm identificação única. Para quantificar o consumo de energia dos nós sensores é definido que a aplicação requer sensoriamento contínuo e disseminação periódica, e o tráfego refere-se apenas a transmissão de dados. .

O modelo apresentado é baseado no modelo proposto por Menezes [Menezes (2004)]. Os parâmetros utilizados na formulação são:

S conjunto de nós sensores
D conjunto de pontos de demanda

M conjunto de nós sensores que são sorvedouros
A^s conjunto de arcos que conectam sensores com outros sensores
A^m conjunto de arcos que conectam sensores com sorvedouros
I^j conjunto de arcos (i, j) que entram em um nó sensor $j \in S$
O^i conjunto de arcos (i, j) que saem de um nó sensor $i \in S$
C_{lj} Matriz de conectividade que possui valor 1 se o nó sensor l alcança o ponto de demanda j e 0 caso contrário
EA_i energia de ativação do nó sensor $i \in S$
EM_i energia de manutenção do nó sensor $i \in S$
ET_{ij} energia de transmissão ente os nós sensores i e j, $\{i, j\} \in \{A^s \cup A^m\}$
EH Penalidade de não cobertura

Fazendo $d(l, j)$ a distância entre o nó sensor l e o ponto de demanda j. A matriz de conectividade C_{lj} é composta pelos arcos (l, j) onde $d(l, j)$ é menor ou igual ao raio de sensoriamento do nó sensor l. Fazendo $d(i, j)$ a distância entre os nós sensores i e j. Os conjuntos A^s e A^m são compostos pelos arcos cujo $d(i, j)$ é menor ou igual ao raio de comunicação do nó sensor i. Para quantificar a energia de transmissão é utilizada a distância euclidiana entre dois nós sensores, se a distância for maior que o raio de comunicação esses dois nós sensores não se alcançam.

As variáveis do modelos são:

x_{ij} variáveis que possuem valor 1 se o nó sensor i está cobrindo o ponto de demanda j e 0 caso contrário.
z_{lij} variáveis que possuem valor 1 se o arco (i, j) está no caminho entre o nó sensor l e um nó sorvedouro e 0 caso contrário.
y_i variável binária que recebe 1 se o nó i está ativo e 0 caso contrário.
h_j variáveis que possuem valor 1 se o ponto de demanda j não está coberto e 0 caso contrário.

A formulação é apresentada abaixo. A função objetivo (1) minimiza o consumo de energia da rede. A solução ótima para a formulação matemática indica o conjunto de nós sensores que garantem a melhor cobertura possível e a conectividade do nós sensores, a um menor custo de energia. O segundo termo da função objetivo penaliza pontos de demanda não cobertos.

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{l \in S} (EA_l y_l + EM_l y_l + \sum_{(i,j) \in A^s \cup A^m} ET_{ij} z_{lij}) \\ + \quad & \sum_{j \in D} EH h_j \end{aligned} \tag{1}$$

As restrições (2), (3), e (4) tratam o problema de cobertura. As restrições (2) garantem que pelo menos um nó sensor deve cobrir cada ponto de demanda, a variável h_j é incluída na restrição possibilitando a não cobertura de um ponto de demanda. As restrições (3) garantem que um nó sensor inativo para sensoriamento não deve atender um ponto de demanda. As restrições (4) indicam os limites para as variáveis x e h.

$$\sum_{l \in S} (x_{lj} C_{lj}) + h_j \geq 1, \forall j \in D \tag{2}$$

$$x_{lj} C_{lj} \leq y_l, \forall l \in S, \forall j \in D \tag{3}$$

$$0 \leq x, h \leq 1 \tag{4}$$

As restrições (5), (6), (7) e (8) estão relacionadas ao problema de conectividade. As restrições (5) e (6) garantem a conservação de fluxo entre cada sensor $l \in S$ ativo e o nó sorvedouro m e as restrições (7) e (8) garantem que o fluxo só é possível entre os nós sensores ativos.

$$\sum_{(i,j)\in I^j(A^s)} z_{lij} - \sum_{(j,k)\in O^j(A^s\cup A^m)} z_{ljk} = 0, \quad \forall j \in (S - \{l\}), \forall l \in S \tag{5}$$

$$\sum_{(i,j)\in I^j(A^s)} z_{lij} - \sum_{(j,k)\in O^j(A^s\cup A^m)} z_{ljk} = -y_l, \quad \forall j = l, \forall l \in S \tag{6}$$

$$\sum_{j\in S\cup M} z_{lij} \leq |S|y_i, \forall l \in S, \forall i \in S \tag{7}$$

$$\sum_{i\in S} z_{lij} \leq |S|y_j, \forall l \in S, \forall j \in S \tag{8}$$

As restrições (9) garantem a quantidade mínima de nós sensores que devem ficar ativos.

$$\sum_{l\in S} y_l \geq A/\pi r^2 \tag{9}$$

As restrições (10) definem as varáveis y e z como booleanas.

$$y, z \in \{0, 1\} \tag{10}$$

4. Relaxação Lagrangeana

O método de Relaxação Lagrangeana é utilizado para resolver problemas de otimização combinatória Maculan & Fampa (2006). A ideia do método é escolher um conjunto de restrições para serem relaxadas e adicioná-las à função objetivo. Neste trabalho a Relaxação Lagrangeana é proposta para gerar Limites Inferiores e a Heurística Lagrangeana para gerar Limites Superiores para o modelo matemático proposto na seção anterior.

Após vários testes, as restrições relaxadas foram 3, 7 e 8. Desta forma a função objetivo do modelo relaxado, chamado de Problema Lagrangeano, é representado como:

$$\begin{aligned} Z_{RL} = Min \quad & \sum_{l\in S}(EA_l y_l + EM_l y_l + \sum_{(i,j)\in A^s\cup A^m} ET_{ij} z_{lij}) \\ + \quad & \sum_{l\in S}\sum_{j\in D}(x_{lj}C_{lj}\alpha_{lj} - y_l\alpha_{lj}) \\ + \quad & \sum_{l\in S}\sum_{i\in S}\sum_{j\in S\cup M}(z_{lij}\beta_{li} - |S|y_i\beta_{li}) \\ + \quad & \sum_{l\in S}\sum_{j\in S}\sum_{i\in S}(z_{lij}\gamma_{lj} - |S|y_j\gamma_{lj}) \\ + \quad & \sum_{j\in D} EHh_j \end{aligned} \tag{11}$$

Sujeito às restrições (2), (4), (5), (6), (9) e (10).

4.1. Limite Inferior

O Problema Lagrangeano pode ser dividido em duas partes. Uma referente ao custo das variáveis y (Cy) que engloba as variáveis z, e outro referente ao custo das variáveis x (Cx). Assim, a função objetivo pode ser reescrita como:

$$Z_{RL} = Min \sum_{l \in S} [Cy(l) + Cx(l)]$$

Cx é o custo referente a cobertura dos pontos de demanda alcançados por cada nó sensor e a penalidade de não cobertura de pontos de demanda.

$$Cx(l) = Min\{\sum_{j \in D} x_{lj} C_{lj} \alpha_{lj} + \sum_{j \in D} EH h_j\}$$

Sujeito a (2) e (4).

O algoritmo utilizado para resolver este subproblema é similar ao proposto em Nakamura (2010). O algoritmo escolhe para cada ponto de demanda j o nó sensor de menor custo. Isto significa escolher o nó sensor com menor valor de α_{lj} desde que o nó sensor l alcance o ponto de demanda j. É interessante notar que um nó sensor com α_{lj} maior que a penalidade de cobertura (EH) não traz benefícios ao ser ativado e nesse caso é melhor deixar o ponto de demanda descoberto. Para cada ponto de demanda descoberto é aplicada a penalidade (EH).

Cy é o custo para ativar um nó sensor y_l e é utilizado para a escolha de quais nós sensores devem ficar ativos. Refere-se ao custo gasto com energia de ativação, energia de manutenção e energia de transmissão.

$$\begin{aligned} Cy(l) = Min\{EA_l y_l + EM_l y_l + & \sum_{(i,j) \in A^s \cup A^m} ET_{ij} z_{lij} \\ & + \sum_{i \in S} \sum_{j \in S \cup M} z_{lij} \beta_{li} + \sum_{j \in S} \sum_{i \in S} z_{lij} \gamma_{lj} \\ & - |S| \sum_{i \in S} (\beta_{li} + \gamma_{li}) y_i - y_l \sum_{j \in D} \alpha_{lj}\} \end{aligned}$$

Sujeito a (5), (6), (9) e (10).

O subproblema Cy pode ser separado em três problemas. Um é resolvido obtendo o caminho mínimo de cada nó sensor (Cam) e os outros dois são resolvidos por inspeção (BGy e Ay).

O subproblema Cam é representado pela seguinte formulação:

$$Cam(l) = Min\{\sum_{(i,j) \in A^s \cup A^m} ET_{ij} z_{lij} + \sum_{i \in S} \sum_{j \in S \cup M} z_{lij} \beta_{li} + \sum_{j \in S} \sum_{i \in S} z_{lij} \gamma_{lj}\}$$

Sujeito a (5), (6) e (10).

Para resolvê-lo é utilizado um algoritmo de caminho mínimo, onde para cada aresta (i, j) pertencente ao caminho de l até o sorvedouro é aplicado os valores correspondentes a energia de transmissão ET_{ij} e aos multiplicadores β_{li} e γ_{lj}.

O segundo subproblema BGy é representado pela seguinte formulação:

$$BGy(l) = Min\{|S| \sum_{i \in S} (\beta_{li} + \gamma_{li}) y_i\}$$

Sujeito a (10).

Esse subproblema é resolvido por inspeção e demonstrado pelo Algoritmo 1. O somatório é referente aos benefícios que os valores β_{li} e γ_{li} de um nó sensor i ativo trazem para o nó sensor l. Porém como se deseja saber qual o benefício que um nó sensor l irá trazer se for ativo, então é calculada a influência que o nó sensor l terá nos valores dos demais nós sensores i, se for ativado.

Algorithm 1: Resolve o subproblema BG_y.

Entrada: l
Saída: $Soma_l$

1 **para cada** $i \in S$ **faça**
2 $\quad Soma_l \Leftarrow Soma_l + [|S|(\beta_{il} + \gamma_{il})]$;
3 **fim para cada**
4 **retorna** $Soma_l$

O subproblema Ay também é resolvido por inspeção e é representado pela seguinte formulação:

$$Ay(l) = Min\{y_l \sum_{j \in D} \alpha_{lj}\}$$

Sujeito a (10).

O algoritmo consiste em somar todos α_{lj} de um nó sensor l. Vale ressaltar que como se deseja saber o benefício de se ativar o nó sensor l então é considerado que $y_l = 1$.

Com o valor de cada subproblema de C_l é possível calcular o custo de ativação de cada nó sensor l. Com o custo de todos os nós sensores é formada uma lista. Desta lista são ativados os nós sensores com menor custo até que a restrição (9) seja atendida. Após alcançar a quantidade mínima de nós sensores, são ativados os nós sensores que possuem custo negativo. Ao final tem-se um conjunto de nós sensores ativos.

4.2. Limite Superior

Para gerar o limite superior foi utilizada uma Heurística Lagrangeana que tem como entrada a solução gerada no limite inferior. Ao viabilizarmos as restrições relaxadas encontramos uma solução viável ou o limite superior para o problema.

A Heurística Lagrangeana proposta é dividida em três partes. A primeira verifica quais nós estão disponíveis para ativação, a segunda viabiliza as restrições de cobertura e a terceira viabiliza as restrições de conectividade.

A primeira função identifica os nós sensores disponíveis através da verificação de quais nós sensores possuem conectividade até o sorvedouro, incluindo os nós sensores ativos no limite inferior e os que não estão ativos e ainda podem ser usados. Este processo é explicado no Algoritmo 2.

Algorithm 2: Verifica nós sensores disponíveis para ativação.

Saída: S_{disp}

$S^a \Leftarrow$ Conjunto de nós ativos no LI;
$S \Leftarrow$ Conjunto de nós sensores;
$S_{disp} \Leftarrow \emptyset$;
para cada $l \in S^a$ **faça**
  $Caminho_l \Leftarrow VerificaConectividade(l)$;
  se $Caminho_l = \emptyset$ **então**
    $y_l \Leftarrow 0$;
  fim se
  senão
    $S_{disp} \Leftarrow S_{disp} + \{l\}$;
  fim se
fim para cada
$S_{dispAux} \Leftarrow S - S^a$;
para cada $l \in S_{dispAux}$ **faça**
  $Caminho_l \Leftarrow VerificaConectividade(l)$;
  se $Caminho_l <> \emptyset$ **então**
    $S_{disp} \Leftarrow S_{disp} + \{l\}$;
  fim se
fim para cada
retorna S_{disp}

A ideia do algoritmo é verificar para cada nó ativo no limite inferior se o mesmo possui um caminho até o sorvedouro. Este caminho pode conter nós sensores que não estão ativos, mas que ainda podem ser ativados. Caso um nó não tenha caminho até o sorvedouro, então este é desativado. Para os demais nós sensores, não ativados no limite inferior, é verificado se estes possuem um caminho até o sorvedouro e se ainda podem ser utilizados. Ao final teremos um conjunto de nós sensores disponíveis que podem ser escolhidos para garantir a cobertura.

A segunda etapa ajusta a cobertura. O algoritmo parte da solução gerada no limite inferior e o primeiro passo é verificar quais pontos de demanda ainda não foram cobertos. Em seguida, para os nós sensores desativados é verificado quantos pontos de demanda descobertos cada nó cobre. O nó que mais cobre pontos de demanda é o ativado e o conjunto de pontos de demanda descobertos é atualizado. Esse processo é repetido até que todos os pontos de demanda sejam cobertos ou não existam mais nós sensores disponíveis para serem ativados.

A terceira parte da Heurística Lagrangeana viabiliza a conectividade. O algoritmo consiste em dividir cada nó sensor i em dois nós sensores i e i' onde a aresta (i, i') é a energia de ativação e para os nós sensores já ativos a aresta (i, i') possui peso 0. Com o novo grafo formado é calculado o caminho mínimo e com a solução do caminho mínimo são ativados os nós sensores pertencentes ao caminho de cada nó sensor l até sorvedouro. O Algoritmo 3 mostra o processo de garantir conectividade.

Algorithm 3: Ativar Caminho

Entrada: S^a
Saída: S^a

para cada $l \in S^a$ **faça**
  Gera grafo com nós duplicados;
  $CalculaCaminhoMinimo(l)$;
  para cada $i \in Caminho_l$ **faça**
    $y_i \Leftarrow 1$;
    $S^a \Leftarrow S^a + \{i\}$;
  fim para cada
fim para cada
retorna S^a

5. Parâmetros e Resultados Computacionais

Considerando u.d. a unidade para quantificar distância, u.e. a unidade para quantificar o consumo de energia e u.t. a unidade para quantificar o tempo, tem-se como parâmetros de entrada:
Área de Monitoramento: 10u.d. x 10u.d.
Número de Pontos de Demanda: 100, que corresponde a 1 ponto de demanda por $(\text{u.d.})^2$
Duração do Período: 1 u.t.
Energia de Ativação: 10 u.e.
Energia de Manutenção: 1.2 u.e.
Penalidade de não Cobertura (EH): 1000

A porcentagem de cobertura é calculada somando-se a quantidade de pontos de demanda cobertos em cada período e dividindo pela quantidade total de pontos somando todos os períodos. O consumo de energia considera que os nós sensores gastam energia com ativação, manutenção e transmissão, como é modelado no primeiro termo da Equação 1.

Foi considerada uma rede homogênea, plana e com o nó sorvedouro localizado no canto superior esquerdo. Os períodos possuem a mesma duração de 1 u.t.. O posicionamento dos nós sensores na área de monitoramento foi gerado utilizando grade irregular que é quando os nós sensores são distribuídos em locais pré-definidos formando uma grade e após isso soma-se um desvio aleatório nas suas coordenadas (x, y).

A área de monitoramento é discretizada em pontos de demanda gerando uma grade regular com distância de 1 u.d. entre os pontos de demanda. As instâncias contém a quantidade de nós sensores, a quantidade de pontos de demanda, a matriz de energia de transmissão (ET_{ij}) e a matriz de conectividade (C_{lj}). A matriz de energia é formada com as distâncias euclidianas entre os nós sensores. A matriz de conectividade é formada com as distâncias euclidianas entre o nó sensor e o ponto de demanda, se a distância for menor ou igual ao raio de sensoriamento então o nó sensor alcança o ponto de demanda.

Os testes comparam a solução ótima do modelo matemático da Abordagem Periódica, resolvida pelo software de otimização CPLEX [**?**], com as solução geradas pela Relaxação e Heurísticas Lagrangeanas. As características das instâncias geradas são descritas na tabela 1. Os valores de n, a quantidade máxima de períodos de tempo que um nó sensor pode ficar ativo, são 1, 2 e 2 respectivamente.

Quantidade de nós sensores	Raio de Sensoriamento (m)	Raio de Comunicação (m)
36	3	7
144	3	6

Tabela 1. Descrição das instâncias da bateria 2.

Os resultados para 1 período são mostrados na tabela 2, para 2 períodos são mostrados na tabela 3, para 3 períodos na tabela 4 e para 6 períodos na tabela 5.

Instância	LI Relaxação Lagrangeana	LS Heurística Lagrangeana	Tempo Relaxação Lagrangeana (s)	Solução Ótima	Tempo Solução Ótima (s)	GAP (%)
F0_36_7	106,20	109,87	38,54	109,87	11,36	3,33%
F1_36_7	106,44	107,10	56,55	107,10	2,54	0,62%
F2_36_7	107,53	110,81	48,40	110,81	4,62	2,96%
F3_36_7	106,25	107,21	57,54	107,21	2,94	0,89%
F4_36_7	105,02	106,71	65,45	106,71	2,56	1,59%
F0_144_6	78,06	107,22	25,95	89,95	1534,33	27,20%
F1_144_6	76,42	104,38	30,08	89,88	1301,72	26,79%
F2_144_6	71,80	89,32	175,99	88,42	2158,55	19,62%
F3_144_6	77,08	106,46	161,15	89,23	1220,17	27,60%
F4_144_6	80,52	106,61	152,90	92,80	1609,41	24,48%

Tabela 2. Comparação entre os limites da relaxação lagrangeana com 36 e 144 nós sensores e 1 períodos.

Instância	LI Relaxação Lagrangeana	LS Heurística Lagrangeana	Tempo Relaxação Lagrangeana (s)	Solução Ótima	Tempo Solução Ótima (s)	GAP (%)
F0_36_7	233,24	233,24	85,07	233,24	13,06	0,00%
F1_36_7	233,75	233,75	104,67	233,75	4,84	0,00%
F2_36_7	236,03	236,03	90,68	236,03	6,93	0,00%
F3_36_7	238,60	238,60	111,08	238,60	5,89	0,00%
F4_36_7	217,94	217,94	139,29	217,94	4,24	0,00%
F0_144_6	159,14	201,17	43,90	183,90	12390,50	20,89%
F1_144_6	155,34	216,67	42,17	192,48	2999,90	28,31%
F2_144_6	141,21	195,82	341,97	177,51	3321,43	27,89%
F3_144_6	153,39	217,91	342,29	182,14	2848,16	29,61%
F4_144_6	162,43	217,97	345,79	197,40	2819,84	25,48%

Tabela 3. Comparação entre os limites da relaxação lagrangeana com 36 e 144 nós sensores e 2 períodos.

Percebe-se que para instâncias menores a Relaxação Lagrangeana em conjunto com Heurística Lagrangeana possuw, bom desempenho, alcançando a solução ótima em algumas instâncias. Isso pode ser notado na tabela 2, em que a Heurística Lagrangeana alcançou o ótimo embora o GAP não seja zero, e na tabela 3 em que o GAP é zero para as instâncias com 36 nós sensores.

Com maiores quantidade de nós sensores a Relaxação Lagrangeana com Heurística Lagrangeana possui GAP's maiores, porém ao comparar o limite superior da relaxação com a solução ótima, observa-se que os valores estão próximos com diferenças no consumo de energia variando

Instância	LI Relaxação Lagrangeana	LS Heurística Lagrangeana	Tempo Relaxação Lagrangeana (s)	Solução Ótima	Tempo Solução Ótima (s)	GAP (%)
F0_36_7	275,78	283,11	213,57	283,11	13,06	2,59%
F1_36_7	278,86	280,85	117,14	280,85	4,84	0,71%
F2_36_7	281,47	286,84	187,73	286,84	6,93	1,87%
F3_36_7	282,80	285,80	356,95	285,80	5,89	1,05%
F4_36_7	260,68	264,65	371,53	264,65	4,24	1,50%
F0_144_6	194,71	241,12	523,90	223,85	12390,50	19,25%
F1_144_6	191,01	256,55	522,72	232,36	2999,90	25,55%
F2_144_6	175,78	234,25	522,40	215,93	3321,43	24,96%
F3_144_6	188,61	257,14	522,28	221,37	2848,16	26,65%
F4_144_6	200,02	260,77	523,35	230,20	2819,84	23,30%

Tabela 4. Comparação entre os limites da relaxação lagrangeana com 36 e 144 nós sensores e 3 períodos.

Instância	LI Relaxação Lagrangeana	LS Heurística Lagrangeana	Tempo Relaxação Lagrangeana (s)	Solução Ótima	Tempo Solução Ótima (s)	GAP (%)
F0_36_7	6519,50	6528,76	451,86	6528,76	13,90	0,14%
F1_36_7	521,70	526,35	556,53	526,35	5,65	0,88%
F2_36_7	2526,80	2533,47	496,63	2533,47	7,46	0,26%
F3_36_7	4556,67	4562,46	652,46	4562,46	6,45	0,13%
F4_36_7	6496,97	6502,96	522,17	6502,96	4,96	0,09%
F0_144_6	350,96	435,54	1027,50	406,30	13743,56	19,42%
F1_144_6	353,89	447,89	1029,87	423,09	8157,49	20,99%
F2_144_6	323,81	401,68	1024,49	383,37	4018,05	19,39%
F3_144_6	348,88	454,52	1026,70	410,08	4170,26	23,24%
F4_144_6	371,54	463,43	1036,07	428,82	7421,15	19,83%

Tabela 5. Comparação entre os limites da relaxação lagrangeana com 36 e 144 nós sensores e 6 períodos.

entre 17,27 e 35,77 para dois e três períodos e entre 18,31 e 44,44 para seis períodos. Além disso, vale destacar que o tempo gasto na relaxação possui comportamento mais contido que a solução ótima, principalmente para quantidades maiores de nós sensores. Com maior número de períodos os GAP's não aumentam muito, assumindo comportamento quase constante e validando o uso da Relaxação Lagrangeana combinada com Heurística Lagrangeana para gerar soluções para o problema.

6. Considerações Finais

Este trabalho trata o Problema de Controle de Densidade, Cobertura e Conectividade em Rede de Sensores Sem Fio (PCDCC). O PCDCC é tratado com uma Abordagem Periódica modelada com uma formulação matemática de Progração Linear Inteira que é resolvida por um software de otimização e um par Relaxação / Heurística Lagrangeanas.

A Abordagem Periódica consiste em encontrar a melhor solução para o PCDCC em um dado período de tempo, e repetir o procedimento. A Relaxação Lagrangeana é proposta para obtenção de limites inferiores e a Heurística Lagrangeana que utiliza a solução da Relaxação Lagrangeana para gerar limites superiores.

Analisando os resultados é possível notar que a Relaxação Lagrangeana em conjunto com a

Heurística Lagrangeana obtém resultados próximos da solução ótima, tanto em consumo de energia quanto em garantia de cobertura. Além disso, a Heurística Lagrangeana gasta menos tempo na geração de solução, assim, validando sua utilização.

Como trabalhos futuros pretende-se executar experimentos com outros cenários, considerando redes homogêneas, áreas com obstáculos e implementar simulação avaliando outras métricas como atraso e perdas de pacotes.

Agradecimentos

Este trabalho é parcialmento financiado pelo CNPq e para Fapeam, através dos Projetos 2210.UNI175.3532.03022011 (Projeto Anura) e Projeto 01135/2011 (Núcleo de Excelência em Desenvolvimento de Sistemas Embarcados para Veículos Aéreos Não-tripulados e Robôs Táticos Móveis).

Referências

ILOG CPLEX (2012). http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimizer/.

Andrade, I., Januario, T., Pappa, G., e Mateus, G. (2010). An evolutionary algorithm to the density control, coverage and routing multi-period problem in wireless sensor networks. In *Congress on Evolutionary Computation (CEC)* (pp. 1 –8).

Cheng, Y. e Yen, L. (2006). Range-based density control for wireless sensor networks. *Communication Networks and Services Research Conference (CNSR)*, (pp. 17 – 180).

Inagaki, T. e Ishihara, S. (2009). Hgaf: A power saving scheme for wireless sensor networks. *JIP*, 17, 255–266.

Loureiro, A., Nogueira, J., Ruiz, L., Mini, R., Nakamura, E., e Figueiredo, C. (2002). Rede de sensores sem fio. *Simpósio Brasileiro de Computação - Jornada de Atualização da Informática*.

Maculan, N. e Fampa, M. (2006). *Otimização Linear*. Editora UNB.

Menezes, G. C. (2004). Modelo e Algoritmos para a Definição da Densidade, Cobertura e Conectividade em uma Rede de Sensores sem Fio (in Portuguese). Master's thesis, Instituto de Ciência da Computacão, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Nakamura, F. (2010). *Algoritmos para Controle de Densidade em Redes de Sensores sem Fio*. PhD thesis, Instituto de Ciência da Computacão, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

Nguyen, N., Zalyubovskiy, V., Ha, M., e Choo, H. (2010). Energy-efficient models for coverage problem using sensors with adjustable sensing ranges. In *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)* (pp. 1 –6).

Shang, Y. e Shi, H. (2005). Coverage and energy tradeoff in density control on sensor networks. *International Conference on Parallel and Distributed Systems (ICPADS)*, (pp. 564 – 570).

Xu, Y., Heidemann, J., e Estrin, D. (2001). Geography-informed energy conservation for ad hoc routing. In *International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM)* (pp. 70–84).

Ye, F., Zhong, G., Lu, S., e Zhang, L. (2002). Peas: A robust energy conserving protocol for long-lived sensor networks. *International Conference on Networks Protocols (ICNP)*, (pp. 200 – 201).

Zang, H. e Hou, J. (2005). Maintaining sensing coverage and connectivity in large sensor networks. *Ad Hoc & Sensor Wireless Networks*, (pp.Ĩ).