

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE SEÇÕES ELEITORAIS E ALOCAÇÃO DE ELEITORES

Francisco Márcio de Oliveira, Dario José Aloise, Francisco Chagas de Lima Júnior

Departamento de Informática
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Av. Prof. Antônio Campos, s/n – BR 110 – Km 48 - Costa e Silva - Mossoró-RN
fmarcioliveira@gmail.com, darioaloise@uern.br, limajunior@uern.br

Daniel Aloise

Departamento de Computação e Automação
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Av. Senador Salgado Filho, s/n – Lagoa Nova - Natal-RN
aloise@dca.ufrn.br

Hugo Alexandre Dantas do Nascimento

Instituto de Informática
Universidade Federal de Goiás
Campus II – Caixa Postal 131 – Goiânia-GO
hadnas@inf.ufg.br

RESUMO

Neste trabalho, o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores é apresentado e deriva da necessidade de disponibilizar locais para os eleitores votarem no dia da eleição. Por se tratar de um problema NP-difícil, ainda inédito em suas características, uma formulação matemática foi desenvolvida e uma metaheurística GRASP proposta. Instâncias de trabalho foram construídas com base em uma situação real (cidade de Mossoró/RN), tendo-se processado o modelo e as mesmas no CPLEX[®] Optimization Studio[®], 64 bits. Comparando-se os resultados obtidos pela metaheurística com aqueles obtidos pelo CPLEX[®], constata-se que os resultados computacionais da primeira são bastante promissores.

PALAVRAS CHAVE: localização de facilidades, alocação de eleitores, GRASP.

ABSTRACT

In this work, the electoral sections allocation and voters allocation problem is presented, coming from the necessity of allocating voting locations for voters on the election day. Being a NP-hard problem, not proposed yet in its characteristics, a mathematical formulation was developed and a GRASP metaheuristic proposed. Work instances were built based upon a real situation (city of Mossoró/RN) and were tested with the metaheuristic and the mathematical model using CPLEX[®] Optimization Studio[®], 64 bits. A comparison of both solution approaches show that the results of the metaheuristic are very promising.

KEYWORDS: facility location, voters allocation, GRASP.

1. Introdução

As eleições no Brasil são realizadas ordinariamente a cada dois anos, momento em que todos os cidadãos brasileiros deslocam-se até seções eleitorais com a finalidade de escolher os governantes que irão comandar as instituições políticas do País, em todas as esferas de governo, federal, estaduais, distrital e municipais.

Para se ter uma ideia do gasto desse processo, o Tribunal Superior Eleitoral – TSE divulgou que as Eleições Municipais de 2012 consumiram recursos da ordem de R\$ 395.270.694,00, o que dá um custo de R\$ 2,81 por eleitor.

Buscar a menor quantidade e melhor localização das seções eleitorais de modo a reduzir os custos de instalação e de mobilização da Justiça Eleitoral e a distância de deslocamento da população em um dia de eleição é um problema típico de otimização combinatória, o que permite a aplicação de métodos exatos, aproximativos e metaheurísticas que possam gerar bons resultados quanto à melhor configuração dos locais de votação, e, assim, contribuir com a redução do custo geral das eleições no Brasil.

No presente trabalho, é apresentado o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores, ainda não tratado na literatura, o qual envolve a problemática associada à busca pela menor e melhor localização das seções eleitorais, com vistas à redução de custos e a satisfação do eleitor.

Este trabalho é organizado como segue: inicialmente são apresentados alguns conceitos associados à pesquisa em localização de facilidades; em seguida, é descrito o problema, com destaque para as suas principais características e restrições no mundo real, com a apresentação dos aspectos legais e operacionais próprios, para que se tenha uma conceituação clara do mesmo, além da modelagem matemática adotada. Logo após, apresenta-se a metodologia do trabalho que engloba a descrição dos recursos utilizados, de software e de hardware, o modo como foram geradas as instâncias de teste e a metaheurística GRASP. Por fim, os resultados obtidos são mostrados, além da análise destes resultados.

2. Elementos fundamentais à Localização de Seções Eleitorais e Alocação de Eleitores

2.1 Divisão administrativa da Justiça Eleitoral para fins de votação

Para fins de realização das eleições e o efetivo exercício do voto, os eleitores precisam estar vinculados a uma unidade administrativa da Justiça Eleitoral, o que é caracterizado, em seu cadastro eleitoral, por quatro itens: o estado da federação, o município, a zona e a seção eleitoral.

A seção eleitoral é a menor unidade de divisão administrativa do eleitorado, sendo ela a indicação de onde o eleitor irá comparecer no dia da eleição para depositar ou registrar o seu voto. As seções eleitorais, por sua vez, são instaladas em prédios denominados de locais de votação, que podem conter mais de uma seção, a depender do número de salas disponíveis.

A figura 1 a seguir apresenta a divisão administrativa de um município ou zona para fins eleitorais.

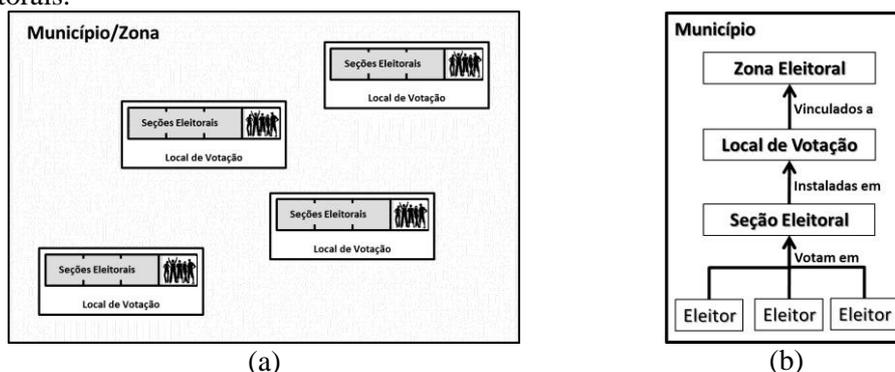


Figura 1. Divisão administrativa: município/zona, locais de votação e seções eleitorais

Algumas regras previstas na legislação eleitoral em relação aos pontos possíveis de instalação de seções nos locais de votação são: a) as seções eleitorais devem ser instaladas preferencialmente em prédios públicos, com a instalação em prédios particulares se houver necessidade; b) na zona rural, as seções eleitorais não podem ser instaladas em propriedade privada; c) uma vez instalado um local de votação em determinado prédio, é possível que funcionem no mesmo local tantas seções eleitorais quanto o número de salas adequadas disponíveis no edifício, com a alocação máxima de 400 eleitores em cada seção nas cidades do interior e 500 eleitores nas capitais de estado. O número mínimo para a instalação de uma seção eleitoral é de 50 eleitores.

Em síntese, cada eleitor estará vinculado a uma seção eleitoral e esta, por sua vez, estará alocada a um determinado local, que comportará tantas seções quantas salas disponíveis existirem. A capacidade de atendimento de cada local é definida pela quantidade de salas multiplicada pela quantidade máxima de eleitores permitido (400 eleitores nas cidades do interior e 500 nas capitais).

2.2 Logística associada

O funcionamento da eleição é baseado, principalmente, na divisão administrativa apresentada anteriormente, com a disponibilização, no dia do pleito, de toda uma estrutura para a captação do voto dos eleitores, com a correspondente estrutura de distribuição e coleta do material utilizado, nomeação, treinamento e retribuição financeira de pessoal necessário para os trabalhos, segurança pública e fiscalização da eleição.

A estrutura necessária ao funcionamento das seções eleitorais assim como os aspectos associados aos custos são: a) em cada seção instalada trabalham no dia da eleição um total de 04 mesários, sendo que metade deles recebe capacitação por parte da Eleitoral; b) as pessoas nomeadas para trabalharem como mesários recebem um valor a título de auxílio-alimentação; c) os mesários que efetivamente comparecerem ao treinamento e trabalharem no dia da eleição adquirem o direito a folga pelo dobro dos dias trabalhados à disposição da Justiça Eleitoral (treinamento e dia da eleição), o que se caracteriza como custo absolvido por terceiros; d) para cada local de votação instalado são nomeados supervisores de prédio, os quais participam de capacitação, recebem auxílio-alimentação e folgas; e) em cada local de votação são realizadas vistorias antes do dia da eleição; f) para cada seção eleitoral em funcionamento é preparada uma urna eletrônica e além disso um quantitativo geral de urnas eletrônicas de contingência para casos de falhas nas urnas preparadas de início; g) na véspera ou no dia da eleição as urnas eletrônicas são entregues em cada local de votação de acordo com a quantidade de seções; h) na véspera da eleição uma equipe de técnicos visita todos os locais e instala as urnas eletrônicas; i) para cada local de votação é disponibilizada força policial que permanecem no local desde a véspera da eleição até o encerramento dos trabalhos e o recolhimento das urnas e mídias com os resultados da votação (*pendrive*, CDRom, disquete etc.); j) as urnas eletrônicas e mídias são recolhidas a um determinado ponto base que, na maioria dos casos, é o próprio Cartório Eleitoral; k) há o custo do próprio funcionamento do local de votação durante um dia inteiro com intensa movimentação de eleitores (limpeza, energia elétrica, banheiros, água); l) para cada seção é encaminhado um kit de material de consumo, além de cadernos de votação, que são impressos com a listagem de todos os eleitores.

Algumas outras características relevantes à compreensão do problema de instalação de locais de votação e alocação de eleitores são: a) os eleitores de uma determinada localidade devem ser alocados em seções que sejam o mais próximo possível de sua moradia e, preferencialmente em um único local de votação; b) dentro da zona urbana não é necessário o custeio do transporte de eleitores por parte do Poder Público; c) não é permitido o fornecimento de transporte por particulares; d) na zona rural quando o local de votação distar mais de dois quilômetros da comunidade, deve-se fornecer transporte público gratuito aos eleitores; e) em função da quantidade de locais de votação e seções eleitorais são formadas equipes técnicas de suporte, além dos mesários e dos supervisores; f) há medidas de eficiência do processo que se baseiam, dentre outros aspectos, no tempo de chegada da mídia até o ponto base, onde será

totalizada pela Junta Eleitoral, as quais são quantificadas em tempo; g) há medidas (não quantificadas diretamente) de satisfação da sociedade com o processo eleitoral que são relacionadas ao controle e complexidade da logística de fiscalização da regularidade dos serviços pela Justiça Eleitoral e força policial, entrega e recolhimento de urnas e mídias de resultados.

Das informações apresentadas anteriormente, constata-se que a localização e quantidade mínima das seções eleitorais, com a conseqüente alocação de eleitores, é um dos fatores principais que afetam o custo final de uma eleição, além de estar diretamente ligada à satisfação dos usuários do sistema eleitoral, incluindo os eleitores, a força policial, os trabalhadores da Justiça Eleitoral e a própria sociedade, a qual irá receber os resultados e avaliar a lisura e eficiência do processo eleitoral.

Não há dúvidas, por tudo o que foi apresentado, que o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores possui características que o torna apto a ser estudado com técnicas da pesquisa operacional, mais especificamente como um problema de otimização combinatória. Este é o objetivo do presente trabalho que introduz tal problema à comunidade acadêmica, com uma descrição detalhada e a propositura de modelo matemático e um método heurístico para a solução do mesmo.

2.3 Descrição do problema

O problema tratado consiste em determinar os locais de votação, e, conseqüentemente, as seções eleitorais, que minimize o custo de instalação, de modo que sejam consideradas as seguintes restrições: a distância dos locais (facilidades) às localidades (eleitores); a quantidade de possíveis seções em cada local de votação e o número de eleitores que podem ser atendidos (ou seja, a capacidade de atendimento associado ao local de votação) e a quantidade de eleitores em cada localidade (ou seja, a demanda a ser atendida).

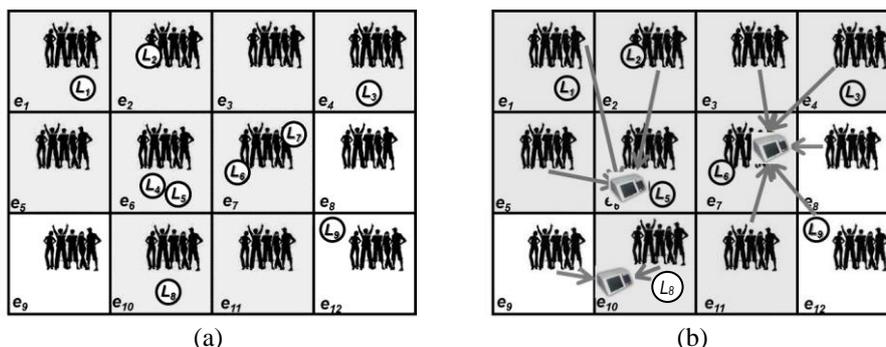


Figura 2. (a) Exemplo dos componentes do problema; (b) Exemplo de seleção de locais e alocação

Um exemplo para o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores é apresentado na figura 2(a) acima. O perímetro de toda a figura representa um município. A parte destacada em cinza representa a zona urbana da cidade. Cada quadrado corresponde a um setor de divisão geográfica, que pode ser uma localidade, um bairro, uma vila ou outro tipo de divisão, contendo, cada um deles, uma quantidade específica de eleitores (demanda), os quais são representados na figura pelas pessoas.

Os círculos com a identificação $L_1 \sim L_9$ são prédios elegíveis para a instalação de locais de votação (facilidades). Não há vinculação inicial entre setor geográfico e local de votação. Para cada ponto elegível são coletadas as suas coordenadas geográficas. No entanto, é calculada a distância entre cada par de setor geográfico e local de votação (tomando como referência a coordenada geográfica central do setor) e esse dado é utilizado como parâmetro de entrada nos modelos utilizados.

O que se busca é, justamente, selecionar que locais de votação, dentre aqueles disponíveis, devem ser utilizados e por quais setores, de modo que as restrições impostas sejam obedecidas, e tenha-se uma função objetivo otimizada, conforme critérios adotados na abordagem. O número de locais pode ser definido como um parâmetro ou pode-se deixar a cargo

do modelo dimensionar esse quantitativo.

Na figura 2(b) acima, tem-se um exemplo de resolução do problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores.

A quantidade de eleitores (demanda) de cada setor é representada pela letra e , e os locais selecionados pela letra L . No caso, foram selecionados três locais de votação (L_4 , L_7 e L_8), onde serão instaladas as seções eleitorais, com a alocação dos eleitores dos setores para estes três locais, o que é representado pelas setas.

Essa solução pode assim ser descrita da forma:

$$L_4 = \{e_1, e_2, e_5, e_6\}, L_7 = \{e_3, e_4, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}\} \text{ e } L_8 = \{e_9, e_{10}\}$$

Note que o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores pode ser modelado como um grafo bipartido, com os locais de votação de um lado e os setores com seus respectivos eleitores do outro.

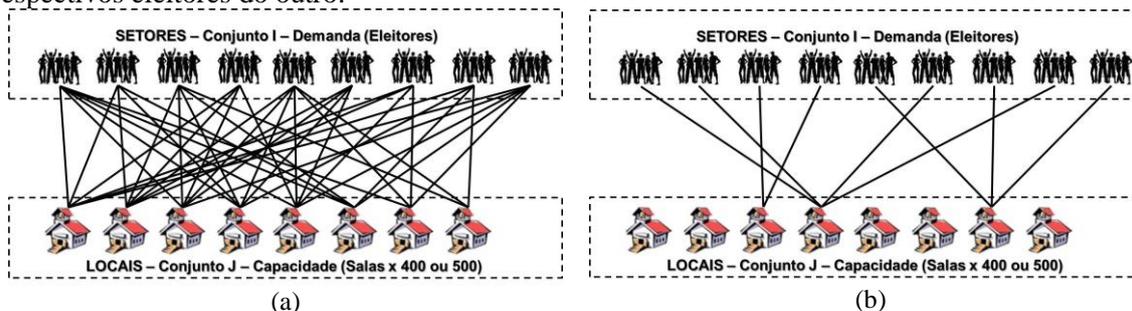


Figura 3. (a) Representação como um grafo bipartido; (b) Solução com três locais de votação

Observe ainda que para a formulação do modelo matemático que representará o problema, o correto seria incluir todas as características e restrições listadas no tópico anterior. Entretanto, em face da sua complexidade, constatou-se que não é viável desenvolver um modelo que englobe todos esses aspectos no âmbito desta pesquisa, o que levou a algumas simplificações. Com essa perspectiva foram adotadas, para a formulação dos modelos, as seguintes características e simplificações:

C1) todos os eleitores de um determinado setor precisam votar e, portanto, precisam estar alocados a algum local de votação;

C2) um local de votação não pode atender mais eleitores que a sua capacidade, que é calculada pela multiplicação da quantidade de salas disponíveis (número de seções possíveis) pelo limite máximo de eleitores (500 nas capitais ou 400 em cidades do interior);

C3) não há limite mínimo de locais de votação fixados de antemão, entretanto, quanto menor o número de locais de votação instalados menor será o custo total da eleição;

C4) quanto menor a distância percorrida pelos eleitores menor será o custo total da eleição;

O problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores possui características que permite seu tratamento por diversos modelos de localização discretos, à exceção dos modelos de p -Dispersão, a depender da forma como tratado e do objetivo que se busca, sendo esta uma das qualidades que o apontam como um problema teórico importante a ser estudado pela comunidade acadêmica, em face das possibilidades de pesquisa que podem ser desenvolvidas a partir dele.

3. Localização de facilidades (*facility location*)

A pesquisa em localização de facilidades (*facility location*) surge com a necessidade de se encontrar o melhor local para se instalar uma determinada facilidade, como uma planta industrial ou nuclear, um prédio público, um hospital, uma escola ou um posto policial, de modo que sejam atendidas determinadas restrições e que o benefício potencial da facilidade a ser instalada possa ser maximizado ou minimizado, a partir do objetivo a que se propõe.

A questão básica em um problema de localização de facilidades consiste em escolher, dentre locações possíveis conhecidas, ou de um número de locações finitas em uma área, uma locação, ou coordenadas para uma locação, em que será colocada uma facilidade, e como atribuir consumidores/usuários para esta facilidade (SULE, 2001). O problema de localização de facilidades refere-se à modelagem, formulação e solução de uma classe de problemas que pode ser melhor descrito como localizar facilidades em um dado espaço (REVELLE, 2004).

Brandeau (1989) apresenta um conjunto de áreas de aplicação de modelos de instalação de facilidades, dentre eles: localização de centros de produção e armazéns, localização de plantas industriais, projeto de redes de comunicação, estações de distribuição de energia elétrica, oficinas de serviços em veículos, centros de transportes e facilidades indesejáveis, tais como usinas nucleares, indústrias e centrais de coleta e tratamento de esgotos. No setor público a autora lista ainda: localização de serviços de emergência em estradas, centros de atendimento ao público, projeto de redes - como redes de água e esgotos - e instalações de defesa e segurança.

Para Daskin (2008), os problemas de localização de facilidades podem ser classificados em quatro grandes grupos, conforme a possibilidade de distribuição das facilidades no espaço geográfico (figura 4(a)).

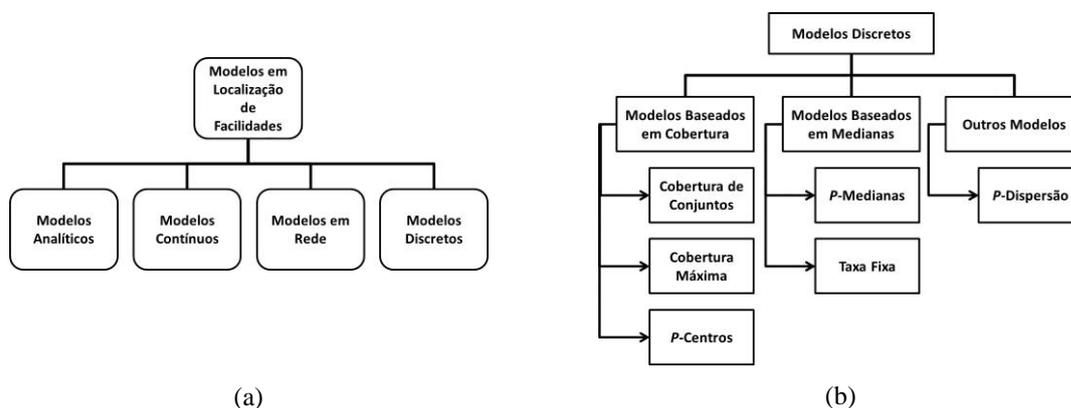


Figura 4. (a) Taxonomia de Modelos de Localização; (b) Classificação dos Modelos Discretos Fonte: Traduzido de Daskin (2008)

Segundo a classificação, os modelos analíticos são os mais simples, admitindo-se que as demandas sejam distribuídas uniformemente e que as facilidades possam ser instaladas em qualquer lugar. Modelos planares, ou modelos contínuos, são aqueles em que uma facilidade pode ser localizada em qualquer lugar do espaço geográfico (plano). Os modelos em rede são caracterizados pelo fato de que as demandas e os pontos de atendimento (facilidades) correm em uma rede de nós e links, somente podendo estar neles localizados. Nos problemas de localização discretos as facilidades somente podem ser instaladas em pontos definidos de antemão.

ReVelle, Eiselt e Daskin (2008) afirmam que os modelos discretos são, frequentemente, formulados como problema de programação inteira ou de programação inteira mista (*Mixed Integer Problem*), sendo, em sua maioria, NP-difíceis.

Ao detalhar os modelos discretos de localização de facilidades, Daskin (2008) classifica-os em três subgrupos (figura 4(b)); modelos baseados em cobertura, modelos baseados em medianas e outros modelos.

Os modelos baseados em cobertura trabalham com a ideia de proximidade aceitável, de modo que, após a fixação de uma distância ou tempo máximo de atendimento de uma determinada necessidade, esta é considerada coberta se puder ser atendida por uma facilidade dentro desse limite (MARIANOV e SERRA, 2001), caso contrário, é considerada “descoberta”. Este subgrupo abrange três modelos: o problema de localização com cobertura de conjuntos ou SCLP (*Set Covering Location Problem*), o problema de localização de cobertura máxima - MCLP (*Maximal Covering Location Problem*) e o problema dos p -Centros.

Os modelos baseados em medianas buscam minimizar a distância ponderada média ou máxima entre um nó demanda e a facilidade para a qual a demanda é alocada. Eles são tipicamente utilizados no planejamento da distribuição de bens e serviços e deslocamento de população, onde minimizar o custo total de transporte é essencial (DASKIN, 2008). São classificados neste subgrupo o problema das p -Medianas e o problema de localização com taxa fixada.

Por fim, os modelos classificados como p -Dispersão são aqueles em que se trabalha para que as facilidades estejam o mais distante possível dos pontos de demanda. É o caso das facilidades indesejáveis, tais como aterros sanitários, central de coleta de resíduos de esgotos e saneamento básico, usinas nucleares, dentre outros.

O problema aqui tratado possui características que o assemelha aos modelos supra-mencionados, à exceção dos modelos de p -Dispersão, a depender da forma como tratado e do objetivo que se busca.

4. Materiais e Métodos

4.1 Modelo matemático

Como já mencionado anteriormente, o problema de instalação de seções eleitorais e alocação de eleitores pode ser formulado como um problema de localização de facilidades, sendo que vários modelos dessa classe de problema específico podem ser utilizados para tratar o primeiro, a depender, em cada caso, das características consideradas e do objetivo que se deseja estudar.

Para o presente trabalho foi adotado um modelo matemático derivado do problema das p -medianas como o acréscimo de um item para reduzir o número de locais de votação, o qual pondera a instalação de cada nova facilidade por um custo determinado, ficando a cargo do próprio modelo identificar a quantidade de locais de votação a partir da função objetivo. Em síntese, o modelo visa a redução do número de locais a serem instalados, ao mesmo tempo em que busca reduzir a distância total de deslocamento dos eleitores. Segue abaixo a formulação matemática adotada para o problema:

MINIMIZE

$$\sum_{j \in J} MX_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} e_i d_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

SUJEITO A

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} e_i y_{ij} \leq K_j X_j \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$y_{ij} d_{ij} \leq S \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4)$$

VARIÁVEIS DE DECISÃO

$$X_j = \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$y_{ij} = \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6)$$

Onde:

$J \leftarrow$ conjunto de locais elegíveis (indexados por j)

$I \leftarrow$ conjunto de setores geográficos (indexados por i)

$e_i \leftarrow$ demanda (eleitores) no setor i

$K_j \leftarrow$ capacidade de atendimento do local j

$d_{ij} \leftarrow$ menor distância entre o setor i e local j

$S \leftarrow$ distância máxima admitida

$M \leftarrow \{\max\} e_i * \{\max\} d_{ij} * n(J)$

Peso associado à instalação de novo local

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{se local } j \text{ for instalado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se demanda } i \text{ for atendida por local } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função objetivo (1) possui duas partes: a primeira busca reduzir o número de locais de votação a serem instalados, a partir da aplicação de uma taxa excessivamente grande (M)

associada a cada novo local instalado, enquanto que a segunda parte visa reduzir a distância total de deslocamento dos eleitores. O parâmetro M ($M = \{\max\} e_i * \{\max\} d_{ij} * n(J)$) é obtido pela multiplicação da maior demanda individual ($\max\{e_i\}$) pela maior distância entre um setor e um local ($\max\{d_{ij}\}$) e pelo número de locais ($n(J)$). Dessa forma, tem-se que o objetivo neste modelo é reduzir a distância total de deslocamento dos eleitores a partir da instalação de um número mínimo de locais de votação.

A restrição (2) impõe que a demanda de um determinado setor i seja atendida por um único local de votação J . A restrição (3) determina que a demanda (e_i) alocada a cada um dos locais selecionados para a solução (X_j) seja inferior à sua capacidade de alocação (K_j). Por fim, a restrição (4) impõe uma restrição de distância, de modo que os eleitores sejam atendidos dentro de uma determinada distância de atendimento, o que é lançada como um parâmetro de entrada do sistema.

O problema das p -medianas é NP-Difícil, o que já foi demonstrado por Kariv e Hakimi (1979). Como o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores é diretamente derivado desse, acrescido de uma parcela de somatório, o mesmo também é NP-difícil.

4.2 Escopo da pesquisa e recursos computacionais utilizados

Para a realização da pesquisa foi utilizado o município de Mossoró, localizado no interior do Estado do Rio Grande do Norte a cerca de 280 Km da capital. O município de Mossoró possui uma área territorial de 2.099,333 Km² e uma população de 259.815 habitantes (IBGE, 2010). O eleitorado do Município para as Eleições Municipais de 2012 foi de 164.975 eleitores.

Os dados dos setores geográficos com a respectiva população foram obtidos na página do IBGE na Internet e referem-se à divisão territorial utilizada para fins da contagem populacional realizada no ano de 2010. A partir desses dados foi calculado o eleitorado de cada setor geográfico e formada a base de demandas.

Os dados dos edifícios possíveis de tornarem-se locais de votação foram obtidos na página do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, a partir dos dados do IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (INEP, 2012).

A capacidade de atendimento de cada edifício foi calculada pela multiplicação da quantidade de salas disponíveis pela quantidade máxima de eleitores, no caso de Mossoró, que é cidade do interior, 400 eleitores por seção. Por esta metodologia foi gerado o vetor de demandas.

Para computar as distâncias entre os setores e locais foi utilizado inicialmente o conceito de centro geográfico, com a marcação, para cada setor, de um ponto que equivaleria ao seu centro, tomando como base os pontos mais extremos ao norte, sul, leste e oeste do mesmo. Em seguida, foram calculadas as distâncias entre cada setor e cada local para a formação da matriz de distâncias, que é o último conjunto de dados que compõe uma instância de trabalho para o problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores. A distância utilizada foi a euclidiana, a qual é a menor distância entre dois pontos no plano, sem considerar questões como vias de deslocamento e modo de tráfego.

A instância total gerada para o município de Mossoró é formada por 287 setores urbanos e rurais, e 198 locais de votação, o que implica em uma matriz de distância contendo 56826 elementos. Pela divisão dessa instância, correspondente a todo o Município de Mossoró, foi gerada uma sub-instância, que engloba somente a zona urbana, com 242 setores e 166 locais de votação. Para fins de denominação essas instâncias serão chamadas adiante somente de $M_{287 \times 198}$ e $M_{242 \times 166}$.

Para cada uma das instâncias foram realizados testes pela modificação do parâmetro distância máxima de cobertura, que corresponde à restrição (4) do modelo adotado

Para a obtenção da solução do modelo matemático desenvolvido foi utilizado o software IBM® ILOG® CPLEX® Optimization Studio®, 64 bits, plataforma Windows® obtido com licença acadêmica para estudos e pesquisa. Os códigos do sistema de teste foram desenvolvidos em C++. Um computador notebook Samsung® com 4 processadores Intel®

Core™ i5-2450 250GHz cada, 64 bits, 4Gb de memória RAM utilizado para a realização dos testes, desenvolvimento e compilação dos códigos, processamento das instâncias de trabalho e praticamente todas as demais tarefas da pesquisa.

4.2.3 Metaheurística

Foi projetada uma metaheurística GRASP para o problema, cujos passos estão descritos abaixo:

Procedimento GRASP	
1: Procedimento GRASP ($e[S]$, $c[L]$, $d[S][L]$, iTG , iTL , α)	Onde:
2: $S^* \leftarrow -\infty$ e $f(S^*) \leftarrow +\infty$	$e[S]$ = conjunto de demandas dos setores (eleitores)
3: $i \leftarrow 0$	$c[L]$ = conjunto de capacidades dos locais (seções)
4: enquanto $i \leq iTG$ faça	$d[S][L]$ = conjunto de distâncias entre setores e locais
5: $S \leftarrow -\infty$ e $f(S) \leftarrow +\infty$	iTG = número de iterações global de todo o algoritmo
6: $S \leftarrow FaseConstrutiva(e[S], c[L], d[S][L], iTL, \alpha)$	iTL = número de iterações da fase construtiva
7: $S' \leftarrow PrimeiraBuscaLocal(e[S], c[L], d[S][L], S)$	α = parâmetro alfa do GRASP
8: se $f(S') < f(S)$ então $S \leftarrow S'$	S^* e $f(S^*)$ = Melhor solução e função objetivo
9: enquanto houver melhoria na busca local	Se $f(S)$ = Melhor solução da iteração e função objetivo
10: $S' \leftarrow SegundaBuscaLocal(e[S], c[L], d[S][L], S)$	S' e $f(S')$ = Melhor solução e função objetivo
11: se $f(S') < f(S)$ então $S \leftarrow S'$	
12: $S' \leftarrow TerceiraBuscaLocal(e[S], c[L], d[S][L], S)$	
13: se $f(S') < f(S)$ então $S \leftarrow S'$	
14: fim enquanto	
15: se $f(S) < f(S^*)$ então $S^* \leftarrow S$	
16: $i \leftarrow i+1$	
17: fim enquanto	
18: fim Procedimento GRASP	

A fase construtiva do algoritmo GRASP desenvolvido realiza um balanceamento entre viabilidade e aleatoriedade, pois se verificou ser essa estratégia extremamente necessária. Inicialmente, são identificados os setores que possuem somente um local para atendê-lo dentro da distância máxima de cobertura, sendo estes locais selecionados desde logo e a demanda dos setores próximos alocados a eles. Em seguida, na fase construtiva, é gerado um número determinado de soluções, o que é definido pelo parâmetro iTL , passando a melhor delas para a fase de busca local.

A primeira busca local parte da melhor solução da fase construtiva e tem como função principal reduzir o número de locais de votação a partir da realocação dos setores aos locais com maior capacidade de atendimento ociosa. Segue tentando incluir locais de votação não selecionados na solução, sempre na intenção de reduzir o número de locais.

De forma integrada, as duas últimas buscas locais trabalham para reduzir o valor da função objetivo da solução resultante da primeira busca local. Enquanto há melhoria na função objetivo, a segunda busca local tenta realocar os setores aos locais que compõem a solução corrente, de modo que a função objetivo seja melhorada, por realocação direta de um setor a um local com capacidade compatível ou por troca de alocação com outro setor. A terceira e última busca local tenta inserir um local que não compõe a solução, a partir da retirada de um já inserido, objetivando melhorar a função objetivo pela realocação dos setores ao novo local.

5. Testes realizados e resultados computacionais

Para cada uma das duas instâncias de teste, $M_{287 \times 198}$ e $M_{242 \times 166}$, foram determinadas duas faixas de distância de cobertura, um valor que foi identificado pelo CPLEX como a mínima distância possível de gerar soluções viáveis e um valor extremamente grande (maior que a máxima distância entre setor e local), o que caracteriza a ausência de distância padrão de cobertura ou a eliminação da restrição (4) do modelo matemático adotado.

Inicialmente utilizou-se o CPLEX para tentar identificar uma solução ótima para o problema em cada instância, não sendo possível, em nenhum dos casos, chegar-se até essa solução, mesmo quando o software processou por dois ou três dias.

Verificou-se, entretanto, que em curto espaço de tempo, o otimizador do CPLEX chega a valores já bem próximos do ótimo, não progredindo em relação à melhor solução encontrada a

partir de um certo ponto, em face da grande quantidade de recursos necessários para todo o processamento, o que gerava, quase sempre, interrupção do trabalho por estouro de memória da máquina (erro: “*out of memory*”). Foi fixado, então, como padrão, o tempo de três horas sem que o CPLEX produzisse melhorias, obtendo-se o valor da função objetivo naquele momento e o valor de *gap* disponibilizado pelo otimizador.

No hardware indicado, o CPLEX não conseguiu concluir os trabalhos em nenhuma das instâncias mesmo após várias horas de processamento, nem mesmo na opção mais restritiva de distância, quando o processamento é mais reduzido.

Em relação à metaheurística GRASP foram realizados experimentos com 50 e 500 iterações, com um total de 10 execuções para cada caso, registrando-se os resultados médios do valor da função objetivo e do tempo.

Os resultados dos experimentos são apresentados em seguida.

(a) Instância $M_{242 \times 166}$

O quadro 1 apresenta os resultados obtidos pela utilização da instância $M_{242 \times 166}$, a qual corresponde à zona urbana da cidade de Mossoró. A distância mínima de cobertura possível identificada pelo CPLEX foi 1980m, tendo-se trabalhado com uma distância de cobertura de 2000m. Observa-se que o otimizador obteve a melhor solução com um *gap* de 2,32% (o asterisco na coluna referente ao tempo indica que a solução não foi completa), com interrupção após 3 horas de permanência do otimizador em processamento sem apresentar melhorias. A coluna T2(s) apresenta o tempo mínimo em que o CPLEX atingiu o *gap* indicado.

Quadro 1. Resultados para a instância $M_{242 \times 166}$

Dados		CPLEX				Metaheurística				
Instância	Distância	Objetivo	T1 (s)	Gap	T2 (s)	It	Obj_Médio	Tempo(s)	Diferença	CV
242x166	2000	93513714205	*	2,32%	125,12	50	98718710000	231,00	5,566%	0,010
242x166	2000	93513714205	*	2,32%	125,12	500	98718470000	1407,20	5,566%	0,001
242x166	SD*	90931858222	*	3,56%	624,33	50	91153230000	460,75	0,243%	0,001
242x166	SD*	90931858222	*	3,56%	624,33	500	91146910000	2212,60	0,236%	0,001

T1 - Tempo de processamento (* Processamento não concluído); T2 - Tempo para o CPLEX atingir o *Gap*

A segunda parte do quadro 1 (colunas 7 a 11) apresenta os resultados obtidos pela metaheurística após 50 e 500 iterações, para cada valor de distância máxima trabalhado. O tempo de processamento é considerado bom, uma vez que, em nenhum dos casos, ultrapassou-se o tempo de 3600 segundos (uma hora de processamento). Quanto ao valor da função objetivo gerada pela metaheurística, constata-se que foram obtidos resultados muito bons na configuração em que a restrição de distância máxima de cobertura foi desconsiderada (linhas 3 e 4), e resultados mais modestos quando a restrição de distância foi aplicada em seu valor mínimo (linhas 1 e 2 com indicação de distância 2000). A coluna *diferença* (coluna 10) apresenta o percentual entre o valor obtido pela metaheurística e o valor da função objetivo do modelo obtido pelo CPLEX.

Como dito anteriormente, cada instância foi executada dez vezes, sendo medida a média do valor da função objetivo e do tempo de processamento, além do cálculo do Coeficiente de Variação (CV) que é a proporção entre o desvio padrão e a média obtida. O CV identificado em cada caso demonstra que a metaheurística produz resultados muito próximos entre si em cada etapa, sem serem observadas grandes variações.

(b) Instância $M_{287 \times 198}$

No quadro 2 são apresentados os resultados encontrados com a segunda instância ($M_{287 \times 198}$), a qual corresponde a toda a área territorial da cidade de Mossoró.

A distância mínima de cobertura possível identificada pelo CPLEX para essa instância foi 10800m, de modo que foi fixada a menor distância trabalhada em 11000m. Observa-se que o otimizador obteve a melhor solução com um *gap* de 2,92%, sendo indicado na coluna T2(s) o tempo mínimo em que o CPLEX atingiu esse *gap*.

Quadro 2. Resultados para a instância $M_{287 \times 198}$

Dados		CPLEX				Metaheurística				
Instância	Distância	Objetivo	T1 (s)	Gap	T2 (s)	It	Obj_Médio	Tempo(s)	Diferença	CV
287x198	11000	547013184100	*	2,90%	25,90	50	547832082200	262,30	0,150%	0,001
287x198	11000	547013184100	*	2,90%	25,90	500	547322432300	431,20	0,057%	0,001
287x198	SD*	489528601548	*	1,81%	593,74	50	498489700000	582,29	1,831%	0,001
287x198	SD*	489528601548	*	1,81%	593,74	500	489694727857	4525,50	0,034%	0,001

T1 - Tempo de processamento (* Processamento não concluído); T2 - Tempo para o CPLEX atingir o *Gap*

Com esta instância, a metaheurística obteve resultados melhores quanto à função objetivo, com o registro de tempos de processamento maiores do que na instância anterior, o que, entretanto, não pode ser considerado excessivo.

Observa-se que a metaheurística obteve resultados bem próximos do melhor valor encontrado pelo CPLEX (coluna *diferença*), além de não ter praticamente variação entre os resultados em cada etapa do cálculo (coluna CV).

5.3. Análise dos resultados

O problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores exige grande quantidade de processamento por parte do otimizador do CPLEX, de modo que, em nenhuma das instâncias trabalhadas foi possível, com o hardware utilizado, encontrar um valor ótimo, mesmo quando pré-processada a distância máxima de cobertura e rodando sob condições mínimas de carregamento do sistema operacional, o que serve para comprovar a grande complexidade do problema.

Essa constatação demonstra ainda a perspectiva de evolução do problema ora tratado como um problema teórico de grande aplicação, em especial, pelo fato de existirem inúmeras instâncias para trabalho, já que todos os municípios do País podem ser instanciados.

Quanto ao desempenho da metaheurística GRASP em relação à função objetivo, constata-se que a mesma obteve resultados muito bons nas hipóteses em que a restrição de distância fica elevada (segundo caso da primeira instância e os dois casos da segunda instância) e obteve resultado fraco quando utilizada uma restrição de distância bem menor, devendo, para esta última situação, buscar-se uma melhoria do algoritmo.

Quanto ao tempo de processamento, a metaheurística apresenta resultados satisfatórios para as instâncias utilizadas. Observa-se que o aumento no número de iterações do GRASP eleva significativamente o tempo, porém, a qualidade dos resultados também é consideravelmente melhor. Em geral, seria adequado buscar aperfeiçoamento em alguns pontos do algoritmo para que se tenham resultados melhores quanto ao tempo de processamento.

6. Conclusões

O problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores é um problema até então inédito, não havendo notícias de trabalhos anteriores que versem sobre o tema. Observa-se que o mesmo possui potencial de estabelecer-se como um problema teórico-prático de relevância, em face da grande possibilidade de desenvolvimento de instâncias de tamanhos e complexidade diferentes, o que permitirá aos pesquisadores desenvolver métodos exatos e mesmo algoritmos aproximativos que possam tratá-lo, além de possibilitar o confronto dos resultados com a situação que existe no mundo real.

Por outro lado, o prosseguimento dos estudos nesta área permitirá o desenvolvimento de ferramentas que auxiliarão a Justiça Eleitoral a melhorar os serviços prestados e o custo total das eleições.

No contexto dos testes realizados, observou-se que o IBM CPLEX não obteve solução ótima nas instâncias trabalhadas com o hardware utilizado, em face da grande quantidade de recursos computacionais necessários, tendo, na maioria das vezes, sido abortada a operação por “estouro de memória”.

A metaheurística GRASP desenvolvida apresentou resultados satisfatórios em tempo computacional aceitável para as instâncias trabalhadas.

Como já observado, o problema aqui tratado apresenta características próprias que indicam a possibilidade de sua aplicação como um problema teórico básico, permitindo diversas aplicações derivadas, tais como: (a) estudo e aplicação de diversos modelos matemáticos a depender do objetivo, das características e das restrições que sejam utilizadas; (b) desenvolvimento de métodos exatos e novas metaheurísticas; (c) desenvolvimento de aplicativos que venham a apresentar os resultados obtidos em software de georreferenciamento de modo a permitir a sua utilização por parte do Poder Público, em especial, a Justiça Eleitoral; e (d) desenvolvimento de plataformas que possam ser utilizadas para a agregação de vários métodos e modelos de otimização, além de geração e disponibilização de instâncias de diversos tamanhos, dentre outros.

7. Referências

Brandeau, M.L.; Chiu, S.S. (1989), An overview of representative problems in facility location. *Management Science*. The Institute of Management Science, 35, n.6, p.645-674.

Daskin, Mark S. (2008), What You Should Know About Location Modeling. *Naval Research Logistics*. 55. New York: Wiley Interscience, 2008. p.283-294.

IBGE (2010). Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *IBGE Cidades@: Rio Grande do Norte – Mossoró*. Censo 2010. Disponível em: <http://ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>. Acesso em: 28/12/2012.

INEP (2012). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Estatísticas do IDEB*. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb/planilhas-para-download>. Acesso em: 25/01/2012.

Kariv, O., Hakimi, S.L. (1979). An algorithmic Approach to network location problems, Part II: The p-median. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 37, p.539–560.

Marianov, V.; Serra, D. Location problems in the public sector. In: Drezner, Z.; Hamacher, H.W. (Orgs.). *Facility location: applications and theory*. New York: Springer, 2001. 457p. p.119-150.

Revelle, C. e Eiselt, H.A. (2004), Location analysis: a synthesis and survey, *European Journal of Operational Research*, 165. p.1-19.

Revelle, C.; Eiselt, H.A. Daskin, M.S (2008). A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science: a synthesis and survey. *European Journal of Operational Research*, 184, p.817-848.

Sule, Deep R. (2001), *Logistics of facility location and allocation*. New York: Marcel Dekker, 2001.