UM MODELO MATEMÁTICO PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE SALAS NO INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Rafael Bernardo Zanetti Cirino
Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil
e-mail: rafaelbzc@grad.icmc.usp.br

Alysson M. Costa
Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil
e-mail: alysson@icmc.usp.br

Maristela Oliveira Santos
Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil
e-mail: mari@icmc.usp.br

RESUMO

Este trabalho considera o problema de alocação de salas através de um estudo de caso no Instituto de Ciências Matemáticas e de Computacão da Universidade de São Paulo (ICMC-USP). É proposto um modelo inteiro que incorpora todos os requisitos de qualidade exigidos pelo ICMC-USP. A solução do modelo, obtida por meio do pacote IBM CPLEX 12.4, é comparada com a solução em vigor atualmente no Instituto. Uma análise da solução obtida, em comparação com a solução atual, é efetuada e indica diversos aspectos positivos da configuração obtida através da metodologia proposta.

PALAVARAS CHAVE: Alocação de Salas,PAS, Modelagem Matemática;

Área principal: Otimização Combinatória;

ABSTRACT

This work addresses the classroom assignment problem and studies the specific case of the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (ICMC-USP) [Institute of Mathematical and Computational Science of University of São Paulo]. An integer model is proposed, incorporating all quality requirements of ICMC-USP. The model's solution, obtained by IBM CPLEX 12.4 software, is compared with the current solution implemented at the Institute. An analysis of the obtained solution, in comparison with the current one, is made and indicates various positive aspects of the configuration obtained through the proposed methodology.

KEYWORDS: Classroom Assignment, CAP, Mathematical Modeling;

Main area: Combinatorial optimization;

1. Introdução

O Problema de Alocação de Salas (PAS) no Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (ICMC-USP) é atualmente resolvido de forma manual. Isto consome horas de trabalho dos recursos humanos dos serviços de graduação e pós-graduação, levando bastante tempo e gerando soluções sub-ótimas. Deste modo, procura-se com este trabalho obter soluções com alocação de salas eficientes, dentro dos critérios estabelecidos pelo ICMC e em um tempo computacional razoável.

O PAS é um problema bem difundido e estudado na literatura, é parte constituinte da gama de problemas de Programação de Horários Escolares (*School Timetabling*), Nascimento et al. [2006]. Segundo da Silva e da Silva [2010] o PAS é um problema altamente combinatório da classe NP-Díficil, o que pode fazer com que soluções exatas em tempo hábil sejam impossíveis de serem encontradas para instâncias de grande porte, o que leva ao uso de diversas técnicas para resolução.

Dentre as distintas técnicas para resolução aproximada pode-se destacar o uso da meta-heurística *Simulated Annealing* (Kripka et al. [2010] e Marcone et al. [2002]), além de uma série de outros trabalhos em que se propõe estratégias distintas. Lopes e Schoeffel [2002] desenvolvem uma heurística construtiva para resolução de tal problema e Constantino et al. [2010] desenvolveram técnica baseada em geração de colunas para a aproximação da solução do modelo inteiro. O PAS acomete diversas instituições de ensino superior ao redor do mundo. Mooney et al. [1996] trabalham com uma instância do PAS que abrange todo o Campus da universidade de Purdue, enquanto Al-Yakoob e Sherali [2006] trabalham com o problema de *School Timetabling* para a Kuwait University.

De acordo com Subramanian e Medeiros [2006] no PAS considera-se que a grade horária das diversas disciplinas - com o começo e o término de cada uma de suas aulas - e a alocação de professores são predefinidos. Portanto o problema restringe-se apenas a alocar salas de aulas para estas disciplinas. Há algumas restrições a serem levadas em consideração:

1. Duas disciplinas não podem ter aula simultaneamente na mesma sala;
2. Uma aula de uma disciplina não pode ser alocada em mais de uma sala;
3. Uma disciplina não pode ser alocada em uma sala que não a comporte - seja por sua capacidade ou falta de recursos necessários para a realização da aula.

Os problemas de *School Timetabling* são abordados a algum tempo na literatura. Dyer e Mulvey [1976] propõem um modelo linear para a alocação de professores a turmas para a *School of Management at UCLA*, o que veio a ser expandido mais tarde por Mulvey [1981] para o que viria a ser o primeiro trabalho exclusivo no Problema de Alocação de Salas (*Classroom Assignment*). No trabalho de Mulvey [1981] são contempladas todas as restrições que infactibilizam uma possível solução, mas ainda não são consideradas medidas de qualidade da solução, que viriam a ser tratadas no trabalho de Nascimento et al. [2005], onde se associa medidas de pesos e formas explicitas de cálculo das medidas de qualidade.

Quanto à análise das soluções, Subramanian e Medeiros [2006] utilizam-se de um ferramental comparativo para analisar a qualidade das soluções que eram encontradas manualmente, por uma heurística construtiva e pela metaheurística proposta. Kahar e Kendell [2010] fazem uma analíse similar, mas comparando a solução obtida por um *software* existente no mercado. Sendo esses dois artigos os motivadores principais da metodologia de análise empregada neste trabalho.

O caso de estudo deste trabalho foi o PAS do ICMC-USP, em São Carlos, incluindo as disciplinas da graduação e pós-graduação do primeiro semestre letivo do ano de 2013. Para análise consideramos as medidas de qualidade que são utilizadas no Instituto:

1. Visa-se a máxima ocupação relativa das salas, ou seja, as aulas devem acontecer em salas o mais próximas o possível do tamanho da turma;
2. Duas ou mais aulas de uma mesma disciplina devem ser ministradas preferencialmente na mesma sala de aula.

O Instituto é responsável por seis cursos de graduação, mais dois em que é co-responsável, juntamente com a Escola de Engenharia de São Carlos; além de oferecer também quatro programas de pós-graduação. São considerados para este trabalho somente os cursos que tem suas aulas ministradas nas dependências do ICMC. As diversas turmas destes cursos, tanto de graduação quanto de pós-graduação, concorrem pelo uso das suas vinte salas de aula e quatro laboratórios no decorrer da semana, aonde as aulas ocorrem em *slots* de tempo entre segunda-feira às 07h30 e sexta-feira às 23h40. Sendo tomado como base de estudo o primeiro semestre de 2013, o Instituto oferta 149 disciplinas de graduação e 55 disciplinas de pós-graduação. Cada uma destas disciplinas possui certas necessidades de recursos, que as salas às quais eles serão alocados possuirão. Esses recursos são:

1. Quadros Grandes;
2. Sistema Multimidia;
3. Laboratório de Computação;
4. Laboratório de Matemática.

Os cursos de graduação são majoritáriamente diurnos, com somente dois cursos inteiramente noturnos, o que leva a picos de utilização das salas nos períodos da tarde, e mais intenso à terças-feiras. Os cursos de pós-graduação são divididos entre os dois programas de pós-graduação do Instituto. Suas disciplinas são, em média, focadas em um só encontro semanal de tempo mais prolongado e caracteristicamente possui menos alunos que as disciplinas da graduação. Além disso, ainda existem certas disciplinas que são ministradas em somente uma das metades do semestre, as chamas disciplinas bimestrais.

Atualmente no Instituto a alocação de salas para as disciplinas da pós-graduação é feita somente após da alocação para as disciplinas da graduação. Neste trabalho propomos uma estratégia diferente para lidar com o problema. Os resultados serão melhores demonstrados nas seções de formulação matemática e resultados.

2. Formulação Matemática

A ideia principal para a modelagem proposta utiliza a definição dos *slots* de horários tal como é tratado em Mulvey [1981] , que indicam o começo e o término das atividades, como por exemplo das aulas. A motivação para acreditarmos que a disassociação seria possível é que os horários das turmas são dados de entrada do modelo.

Consideramos então um preprocessamento dos dados obtidos. Essa simplificação visa reduzir o tamanho do problema. Assim poderíamos eliminar a necessidade de considerar os *slots* de tempo em que as aulas se passam, simplesmente considerando como esses *slots* interagem entre si. Com isso, sabemos que se duas disciplinas dividem ao menos um horário da semana, elas não poderiam ser alocadas na mesma sala.

Partimos então para um modelo mais simples, consideramos as distintas disciplinas e suas alocações nas diferentes salas; já neste ponto tratando do conflito de horários; mas não havia flexibilidade para alocar duas aulas, ou mais, de uma mesma disciplina em salas distintas. E isso que foi o maior mobilizador para que chegássemos a modelagem final. Neste ponto definimos então o conjunto de blocos de aula, assim cada uma das aulas de uma mesma disciplina estariam relacionadas, portanto, a modelagem para disciplinas poderia ser mantida, bastando agora distribuir os blocos pelas diversas salas de aula.

2.1. Modelo Proposto

2.1.1. Conjuntos considerados:

- I: Conjunto dos horários
- J: Conjunto das disciplinas
- S: Conjunto das salas
- Z: Conjunto dos recursos

2.1.2. Dados de entrada:

- $M_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se disciplina } j \text{ é ministrada no horário } i \\ 0, & c.c. \end{cases}$

- $R_{jz} = \begin{cases} 1, & \text{se disciplina } j \text{ requer o recurso } z \\ 0, & c.c. \end{cases}$
- $T_{sz} = \begin{cases} 1, \text{se sala } s \text{ possui o recurso } z \\ 0, c.c. \end{cases}$
- $W_s = \text{Capacidade da sala } s$
- $Q_j = \text{Quantidade de alunos na disciplina } j$

2.1.3. *Dados de preprocessamento:*

- $H_j = \text{Quantidade de encontros semanais da disciplina } j$
- $K = \{(j,\gamma); j \in J \; e \; \gamma = 1, \dots, H_j\}$
- $\tau_{sk} = \begin{cases} 1, \text{se bloco } k \text{ pode ser alocado na sala } s \\ 0, c.c. \end{cases}$
- $\eta_{hk} = \begin{cases} 1, \text{se bloco } h \text{ e bloco } k \text{ tem ao menos 1 horário coincidente} \\ 0, c.c. \end{cases}$
- $\phi_j = \{k \in K | k = (j,\gamma)\}$
- $C_{sk} = Custo\ de\ alocar\ sala\ s\ para\ o\ bloco\ k.$

2.1.4. *Variaveis de Decisão:*

- $Y_{sk} = \begin{cases} 1, se\ sala\ s\ é\ alocada\ para\ o\ bloco\ k \\ 0, c.c. \end{cases}$
- $X_j = 0,1, \dots, H_j; que\ mede\ quantas\ trocas\ de\ sala\ tem\ a\ disciplina\ j$

2.1.5 *Modelo:*

Minimize $\sum_{s \in S} \sum_{k \in K} Y_{sk} \cdot C_{sk} + \sum_{j \in J} X_j \cdot M$ [1]

Sujeito a:

$\sum_{s \in S} Y_{sk} = 1, \; k \in K$ [2]

$Y_{sk} \leq \tau_{sk}, \; s \in S; k \in K$ [3]

$Y_{sk} + Y_{sh} \leq 1, \; s \in S; k, h \in K \mid \eta_{hk} = 1$ [4]

$\sum_{n=1}^{H_j} Y_{s_n k_n} = 1 + X_j, \; j \in J; \; k_n \in \phi_j; \{s_1, \dots, s_n\} \subset S$ [5]

$Y_{sk} \in \{0,1\}, s \in S; k \in K$ [6]

$X_j \in \mathbb{Z}, \; j \in J$ [7]

A função objetivo [1], mede ambas as medidas de qualidade. O primeiro termo penaliza alocação de turmas à salas maiores que as necessárias e o segundo (dado M um parâmetro de normalização) penaliza as trocas de sala para uma mesma disciplina.

As restrições [2] garantem que uma e somente uma sala será alocada para cada bloco de aula. Em [3], garante-se que um bloco só poderá ser alocado em uma sala que o atenda, ou seja, tenha capacidade acima do tamanho da turma e possua todos os requisitos que a turma requer. As restrições [4] garantem que dois blocos que possuem conflito de horário não serão alocados na mesma sala. [5] faz com que a variável X_j seja diferente de zero somente quando dois blocos de aula de uma mesma turma estejam alocados em salas distintas. [6] e [7] são as restrições do domínio das varíaveis.

2.2. Abordagem de Aplicação do Modelo...

A aplicação do modelo ao estudo de caso se deu considerando as disciplinas da pós-graduação juntamente com as da graduação, em uma abordagem distinta da que é utilizada para resolver o problema no ICMC-USP. Primeiro consideramos o conjunto de todas as disciplinas que iniciarão o ano letivo em aula (as disciplinas da graduação, todas semestrais, mais as disciplinas semestrais e as de primeiro bimestre da pós-graduação) e então resolvemos este subproblema.Com a solução do subproblema anterior fixamos as alocações das disciplinas semestrais, liberando as salas em que haviam sido alocadas as disciplinas do primeiro bimestre. Agora considerando o conjunto de disciplinas somente de segundo bimestre; após atualizar a restrição [3] para um $\tilde{\tau}_{sk}$ tal que considere os conflitos de horário entre as disciplinas que estão fixadas e as que serão resolvidas neste novo subproblema. Por fim basta concatenar as duas soluções encontradas para obtermos a resolução para o problema de alocação de salas do ICMC.

3. Resultados Obtidos

Primeiramente, consideramos o custo C_{sk} calculado da seguinte maneira:

$$C_{sk} = \begin{cases} 100 \cdot \left(1 - {Q_{j_k}}/{W_s}\right), & se\ Q_{j_k} \leq W_s \\ N \quad , & c.c. \end{cases}$$

Aonde Q_{j_k} representa o número de alunos na turma j do bloco k. Para um N arbitrariamente grande, temos então uma medida de ocupação percentual da sala pela turma. Assim temos uma maneira para calcular a primeira medida de qualidade que o Instituto valoriza. A segunda medida de qualidade é controlada pela segunda parte da função objetivo [1].

Todos os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i5 com velocidade de 2.3 GHz, memória de 6 GB e 500GB de HDD com sistema operacional Windows 7. O modelo foi implementado no Microsoft Visual Studio 2008 com interface do IBM CPLEX, e uma solução exata foi encontrada, como segue na Figura 1.

A Figura 2 descreve a solução atual do ICMC-USP. As linhas representam as salas, e as colunas os diferentes *slots* de horários e cada entrada é a disciplina alocada aquele *slot* naquela sala; considerando ainda que os blocos hachurados representam as turmas que fazem troca de sala; e os espaços em branco são os períodos em que as salas estão desocupadas. Em primeira análise é observável a melhora na qualidade da solução apresentada em relação à que está atualmente em vigor, considerando que atualmente no ICMC-USP existem quatro disciplinas, três da graduação e uma da pós-graduação, que passam por troca de sala; enquanto a solução encontrada não faz nenhuma troca.

Consideramos ainda o mesmo custo estipulado para o modelo proposto extraímos a solução do instituto em termos das variáveis de decisão do modelo e por fim calculamos o custo total, referente à utilização das salas. O custo total; referente à utilização; da solução atual do ICMC é de 16.348, enquanto a solução do modelo apresentou um custo total de 11.765. Isso representa uma utilização 30% mais eficiente das salas de aula, pois em média, teríamos menos espaços vazios em cada sala.

A Figura 3 mostra exatamente as diferenças entre os modelos, tentando analisar justamente o porquê de a solução proposta ter um aumento tão grande em qualidade em relação à que está atualmente em vigor.

I \ S	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0																								
1									123		52	53	177	51	24	21			80					
2	158								123		52	53	177	51	24	21		77	80					
3	158		169	79					61		115	104	122	22	73	74		77	110					
4	158		169	79					61		115	104	122	22	73	74		77	110					
5									9						14	8		13						
6	57	176	196	190					9	178	3	0	4	42	14	8		13	188					
7	57	176	196	190					9	178	3	0	4	42	14	8		13	188					
8			196	190					43		19	84		164	18				188			116		
9									43		19	84		164	18				188			116		
10												103												
11				173					141		68	35	166	97	91	139		102	34					
12				173					141		68	35	166	97	91	139		102	34					
13									36		37	70	137	138		94		102						
14									36		37	70	137	138		94		102						
15																								156
16		180		181					127		50	49	60	48	59	128		81	56					156
17	131	180	189	181		162			127	150	50	49	60	48	59	128		81	56			153		156
18	131	40	189	46		162			76	150	111	105	112	75	168	82		5	2			153		
19	131	40	189	46		162			76	150	111	105	112	75	168	82		5	2			153		
20				17								125			16		47	15			148	154	147	
21		172		17					129	170	133	125	58	45	16	126	47	15	41		148	154	147	
22	187	172	155	17					129	170	133	125	58	45	16	126	47	15	41		148	154	147	
23	187	175	155						54		7	6	177		24	44	62		80			114		
24	187	175	155	165					54		7	6	177		24	44	62		80			114		
25				165																				
26									36		37	70	137	96	95			39			30			
27									36		37	70	137	96	95			39			30			
28									67		27	134	142	90	99	140		39	93					
29									67		27	134	142	90	99	140		39	93					
30																								
31		64		181					10	163	52	53		51	55	11						119		
32		64		181					10	163	52	53		51	55	11			183			119		
33			169	79					61		1	104	4	159	73	74		149	183			117		
34			169	79					61		1	104	4	159	73	74		149	183			117		
35																								
36		176							167		185	0		42			62							
37		176							167		185	0		42			62							
38									43		78	84	171	164	63							12		
39									43		78	84	171	164	63							12		
40											78											12		
41				173					92		89	143	166	100	144	94			38		33		32	
42				173					92		89	143	166	100	144	94			38		33		32	
43									29		68	66		97	91	98			38		33		32	
44									29		68	66		97	91	98			38		33		32	
45																								
46	20	180							123		50	49	60	48	59	21		81	56					
47	20	180	152	195					123		50	49	60	48	59	21		81	56					
48	20	40	152	195							111	105	122	22	168	82		5	2			113		
49	20	40	152	195							111	105	122	22	168	82		5	2			113		
50											23										184			
51	86	172	179	46					127		23	0	174	45	63	128			41		184	109	108	
52	86	172	179	46		192			127	170	23	0	194	45	63	128		197	41		184	109	108	
53	57	175	179			192			54	170	19	132	194	25	18	44		197	110		184		118	151
54	57	175	179	165		192			54	170	19	132	194	25	18	44		197	110		184		118	151
55				165										25										151
56									67		28	65		90	99	31			93					
57									67		28	65		90	99	31			93					
58									69		68	35			95	139					136		135	
59									69		68	35			95	139					136		135	
60																								
61		64							129	163	52	53	171	51	55	126						120		
62	124	64	191	26		182			129	163	52	53	171	51	55	126		193	157			120		
63	124		191	26		182			76	178	1	186		75		88		193	157	121	106	83	107	
64	124		191	26		182			76	178	1	186		75		88		193	157	121	106	83	107	
65															72	71			85					
66	86			160					167		7	6	58	87	72	71		161	85					
67	86			160					167		7	6	58	87	72	71		161	85					
68				160							78	130						161						
69											78	130												
70											78	130												
71				101					69		27	134	142	96	144	98								
72				101					69		27	134	142	96	144	98								
73				101					92		28	65		100		31					146		145	
74				101					92		28	65		100		31					146		145	

Figura 1: Solução exata encontrada

I \ S	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0																								
1		177		80					51		52	53			24	21		123						
2		177	158	80					51		52	53			24	21		123	77					
3		169	158	79					61		104	115	110	73	74	122		22	77					
4		169	158	79					61		104	115	110	73	74	122		22	77					
5													13	14	9	8								
6		176	190	188		196		57	0		3	178	13	14	9	8		4	42					
7		176	190	188		196		57	0		3	178	13	14	9	8		4	42					
8		164	190	188		196			84							18		19	43				116	
9		164		188					84							18		19	43				116	
10											103													
11	166	173							34		68	141	91	35		97		102						
12	166	173							34		68	141	91	35		97		102						
13											70	138	37	137	36	94		102						
14											70	138	37	137	36	94		102						
15								156																
16		180	181	81				156	48		49	50	59	60		128		127	56					
17		180	181	81		162	150	156	48	189	49	50	59	60	131	128		127	56		153			
18				5		162	150	2	82	189	112	105	46	111	131	75		76	40		153			
19				5		162	150	2	82	189	112	105	46	111	131	75		76	40		153			
20												125	15	16	17		47				147	154	148	
21	172	170	41						58		133	125	15	16	17	126	47	129	45		147	154	148	
22	172	170	41						58	187	133	125	15	16	17	126	47	129	45		147	154	148	
23		177	175	80					54	187			6	7	24		62		44				114	
24	165	177	175	80					54	187			6	7	24		62		44				114	
25	165																							
26								39			70		37	137	36	96		95					30	
27								39			70		37	137	36	96		95					30	
28								39			67	134	90	27		93		99	140					
29								39			67	134	90	27		93		99	140					
30																								
31	163		181					64	51		52	53		10	11				55				119	
32	163		181					64	51		52	53		10	11	183			55				119	
33		169	159	79					61		104	149	4	73	74	183			1				117	
34		169	159	79					61		104	149	4	73	74	183			1				117	
35																								
36	167	176							0		185						62		42					
37	167	176							0		185						62		42					
38	171	164		78				63	84										43		12			
39	171	164		78				63	84										43		12			
40				78																	12			
41	166	173						38			144	143	92	89		94		100		33	32			
42	166	173						38			144	143	92	89		94		100		33	32			
43								38			68	66	91	29		97		98		33	32			
44								38			68	66	91	29		97		98		33	32			
45																								
46		180		81					48		49	50	59	60	20	21		123	56					
47		180	195	81		152			48		49	50	59	60	20	21		123	56					
48			195	5		152		2	82			105		111	20	122		22	40				113	
49			195	5		152		2	82			105		111	20	122		22	40				113	
50															23						184			
51	172		41		179			63	0		174		86	46	23	128		127	45		184	109	108	
52	172	170	41		179		192	63	0			197	86	46	23	128		127	45		184	109	108	
53		170	175		179	151	192	57	54		132	197	110		25	18		19	44		184		118	
54	165	170	175		179	151	192	57	54		132	197	110		25	18		19	44		184		118	
55	165					151									25									
56											67	65	90	28	31	93		99						
57											67	65	90	28	31	93		99						
58											68		69	35				95			135	136		
59											68		69	35				95			135	136		
60																								
61	163			171				64	51		52	53				126		129	55				120	
62	163	157	182	171		191	193	64	51		52	53	124	26		126		129	55				120	
63		157	182	88		191	193	186				178	124	26		75		76	1	106	83	107	121	
64		157	182	88		191	193	186				178	124	26		75		76	1	106	83	107	121	
65																71			85					
66	167	160		86				87	58		161		6	7		71		0	85					
67	167	160		86				87	58		161		6	7		71		0	85					
68		160		78							161				130									
69				78											130									
70				78											130									
71								101			144	134	69	27		96		98						
72								101			144	134	69	27		96		98						
73								101				65	92	28	31			100			145	146		
74								101				65	92	28	31			100			145	146		

Figura 2: Solução atual do ICMC

I \ S	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0																								
1		2		2					3		0	0	1	1	0	0		2	1					
2	1	2	2	2					3		0	0	1	1	0	0		3	3					
3	1	2	3	0					0		3	3	3	3	3	3		3	3					
4	1	2	3	0					0		3	3	3	3	3	3		3	3					
5									1				2	2	3	0		1						
6	1	0	3	3		2		2	3	1	0	3	3	3	3	0		3	3					
7	1	0	3	3		2		2	3	1	0	3	3	3	3	0		3	3					
8		2	3	3		2			3		1	1		1	1	2		2	3			1	2	
9		2		2					3		1	1		1	1	2		2	3			1	2	
10											2	1												
11	2	2		1					3		0	3	3	3	1	3		0	1					
12	2	2		1					3		0	3	3	3	1	3		0	1					
13									1		3	3	3	3	2	0		0						
14									1		3	3	3	3	2	0		0						
15								2																
16		0	2	3				2	3		3	3	3	3	1	0		3	0					
17	1	0	3	3		0	2	2	3	3	3	3	3	3	3	0		3	0		2	1		
18	1	1	1	3		0	2	2	3	3	3	0	3	3	3	3		3	3		2	1		
19	1	1	1	3		0	2	2	3	3	3	0	3	3	3	3		3	3		2	1		
20				1								0	2	2	3		0	1			3	0	3	
21	2	3	2	1					3	1	0	0	3	3	3	0	0	3	3		3	0	3	
22	3	3	3	1					3	3	0	0	3	3	3	0	0	3	3		3	0	3	
23	1	3	3	2					0	2	1	1	3	2	0	1	0		3			1	2	
24	3	3	3	3					0	2	1	1	3	2	0	1	0		3			1	2	
25	2			1																				
26								2	1		3	1	3	3	3	2		3			1		2	
27								2	1		3	1	3	3	3	2		3			1		2	
28								2	1		3	0	3	3	1	3		3	3					
29								2	1		3	0	3	3	1	3		3	3					
30																								
31	2	1	2	1				2	3	1	0	0		3	3	1			2			1	2	
32	2	1	2	1				2	3	1	0	0		3	3	3			3			1	2	
33		2	3	0					0		3	3	0	3	3	3		1	3			1	2	
34		2	3	0					0		3	3	0	3	3	3		1	3			1	2	
35																								
36	2	0							3		0	1		1			0		2					
37	2	0							3		0	1		1			0		2					
38	2	2		2				2	3		1	1	1	1	1				2		2	1		
39	2	2		2				2	3		1	1	1	1	1				2		2	1		
40				2							1										2	1		
41	2	2		1				2	1		3	0	3	3	1	0		2	1	2	3		1	
42	2	2		1				2	1		3	0	3	3	1	0		2	1	2	3		1	
43								2	1		0	0	2	3	1	3		2	1	2	3		1	
44								2	1		0	0	2	3	1	3		2	1	2	3		1	
45																								
46	1	0		2					3		3	3	3	3	3	0		3	0					
47	1	0	3	3		2			3		3	3	3	3	3	0		3	0					
48	1	1	3	3		2		2	2		1	0	1	3	3	3		3	3			1	2	
49	1	1	3	3		2		2	2		1	0	1	3	3	3		3	3			1	2	
50											1				2						0			
51	3	1	3	1	2			2	3		3	1	3	3	3	0		2	3		0	0	0	
52	3	3	3	1	2	1	2	2	3	1	1	3	3	3	3	0		3	3		0	0	0	
53	1	3	3		2	3	2	2	0	1	3	3	3	1	3	3		3	3		0		0	
54	3	3	3	1	2	3	2	2	0	1	3	3	3	1	3	3		3	3		0		0	
55	2			1		2								1	2									
56									1		3	0	2	3	3	3		2	1					
57									1		3	0	2	3	3	3		2	1					
58									1		0	1	2	2	1	1		2			3	2	1	
59									1		0	1	2	2	1	1		2			3	2	1	
60																								
61	2	1		2				2	3	1	0	0	1	1	1	0		2	2			1	2	
62	3	3	3	3		3	2	2	3	1	0	0	3	3	1	0		3	3			1	2	
63	1	2	3	3		3	2	2	1	1	1	3	2	3		3		3	3	3	3	3	3	
64	1	2	3	3		3	2	2	1	1	1	3	2	3		3		3	3	3	3	3	3	
65															1	0			0					
66	3	2		3				2	3		3	1	3	3	1	0		3	0					
67	3	2		3				2	3		3	1	3	3	1	0		3	0					
68		2		3							3	1			2			1						
69				2							1	1			2									
70				2							1	1			2									
71				1				2	1		3	0	3	3	1	3		2						
72				1				2	1		3	0	3	3	1	3		2						
73				1				2	1		1	0	2	3	2	1		2			3	2	1	
74				1				2	1		1	0	2	3	2	1		2			3	2	1	

0	Mesma alocação em ambas soluções;
1	Solução atual não aloca esta sala neste slot, mas a solução proposta aloca;
2	Solução proposta não aloca sala neste slot, mas a solução atual o faz;
3	Ambos os modelos alocam sala para este slot, mas com disciplinas distintas;

Figura 3: Análise das diferenças entre as soluções.

O tipo predominante de diferença que aparece é o tipo 3, aonde ambos alocam aquela sala naquele *slot* de tempo, mas para disciplinas diferentes. Esse erro corresponde a 39,49% do mapa da Figura 3; enquanto a segunda diferença que mais ocorreu foi o tipo 1 com 23,69% de ocorrência, aonde o ICMC aloca uma sala para um determinado *slot* e a solução proposta não aloca a mesma para aquele *slot*.

Considerando que somente 14,63% das alocações foram correspondências direta - além de considerar uma certa simetria na instância, como por exemplo conjuntos de salas de aula que possuem exatamente os mesmos recursos e capacidades, o que doravante denominaremos de salas equivalentes - vimos a necessidade de refinar estes dados de diferenças; então consideramos que alocações em salas equivalentes tem a mesma qualidade e portanto o mapa das diferenças ficaria tal como indica a Figura 4.

A Figura 4 indica as diferenças pontuais entre as alocações que estão em vigor e as obtidas no modelo. Estas diferenças se dão, muitas vezes, por questões intuitivas das pessoas que resolvem manualmente o problema e principalmente por este ser um problema extremamente combinatório. Pequenas alterações em relação à soluções anteriores não é trivialmente conseguida, pois trocar uma aula de sala muitas vezes produz um efeito cascata, dificultando a exploração de soluções distintas manualmente.

4. Conclusão e Perspectivas

Neste trabalho apresentamos um modelo de programação inteira para o problema de alocação de salas de aula em universidade, dado que os horários e alocações de professores são conhecidos. O modelo inteiro foi utilizado para resolver o PAS do ICMC-USP seguindo as métricas desejadas por este instituto.

A alocação das salas é realizada de forma manual. A solução manual obtida no Instituto toma como base uma solução de um ano anterior e caso não tenha ocorrido muitas mudanças na grade horária e nas disciplinas ofertadas, a alocação permanece quase a mesma, pois seria muito difícil explorar este espaço de busca manualmente. A ampla exploração do espaço de busca, além da facilidade de se utilizar um *software* em detrimento de um árduo trabalho manual fazem da solução por meio de modelagem bem mais robusta.

Portanto, concluí-se que a solução encontrada pelo modelo é mais apropriada (segundo os critérios do instituto) que a atualmente empregada. Considerando ainda que a alocação manual demora, algumas vezes, semanas para ficar pronta e a solução exata para esta instância foi encontrada em menos de 20 segundos, pode-se dizer que a ferramenta desenvolvida pode efetivamente auxiliar no problema de alocação de salas do ICMC-USP.

Os próximos passos deste trabalho incluem testes em outras instâncias além do desenvolvimento de uma interface humano-computador que possa ser usada iterativamente pelos funcionários do instituto.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem aos funcionários dos serviços de graduação e pós-graduação do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação -Universidade de São Paulo, pela cooperação durante a realização deste trabalho.

I \ S	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0																								
1		o		o																				
2	o			o																				
3	o																							
4	o																							
5																								
6	o		o	o		o		o		o		o												
7	o		o	o		o		o		o		o												
8				o		o																		
9		o		o																				
10																								
11	o	o		o								o							o					
12	o	o		o								o							o					
13																								
14																								
15								o																o
16			o	o				o																o
17	o		o	o			o	o		o														o
18	o			o			o	o		o														
19	o			o			o	o		o														
20				o														o						
21	o			o						o														
22	o			o						o														o
23	o			o						o									o					o
24	o			o						o									o					o
25	o			o																				
26								o										o						
27								o										o						
28								o																
29								o																
30																								
31	o			o				o		o									o					
32	o			o				o		o									o					
33																								
34																								
35																								
36	o											o							o					
37	o											o							o					
38	o	o		o				o											o					
39	o	o		o				o											o					
40				o							o													
41	o	o		o				o												o				
42	o	o		o				o												o				
43								o												o				
44								o												o				
45																								
46	o			o																				
47	o		o	o		o																		
48	o			o		o		o																
49	o			o		o		o																
50											o				o									
51	o			o	o			o			o	o												
52	o			o	o	o	o	o		o														o
53	o				o	o	o	o		o														o
54	o			o	o	o	o	o		o														o
55	o			o		o																		o
56																								
57																								
58												o						o						
59												o						o						
60																								
61	o	o		o				o		o														
62	o			o		o	o	o		o														
63	o			o		o	o	o		o										o				
64	o			o		o	o	o		o										o				
65																								
66	o	o		o				o																
67	o	o		o				o																
68		o		o											o			o						
69				o											o									
70				o											o									
71				o				o										o						
72				o				o										o						
73				o				o										o						
74				o				o										o						

Figura 4: Diferença real

Referências

Al-Yakoob, S. M. e Sherali, H. D. (2006). Mathematical programming models and algorithms for a class-faculty assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 173, 488-507.

Constantino, A. A., Marcondes Filho, W. e Landa-Silva, D. (2010). Iterated heuristic algorithms for the classroom assigment problem. *Proceedings of the 8th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT*, Belfast, 152-166.

Dyer, J. S. e Mulvey, J. M. (1976). The implementation of an integrated optimization/information system for academic departmental planning. *Management Sci. 22 0976*, 1332-1341.

Kahar, M. N. M., Kendall, G. (2011). The examination timetabling problem at Universiti Malaysia Pahang: Comparison of a constructive heuristic with an existing sofware solution. *European Journal of Operational Research,* 207(2), 557-565, doi:10.1016/j.ejor.2010.04.01.

Kripka, R. M. L., Kripka, M. e da Silva, M. C. (2011). Formulação para o problema de alocação de salas de aula com mininização de deslocamentos. *Anais do XLIII SBPO*, Ubatuba, 1941-1951.

Lopes, M. C., Schoeffel, P. (2002). Um método de alocação para o problema de reservas de salas de aula. *II Congresso Brasileiro de Computação*, Blumenau.

Mooney, E. L., Rardin, R. L. e Parmenter, W. J. (1996). Large Scale classroom scheduling. *IIE transactions* 28.5, 369-378.

Mulvey, J. M. (1982). A classroom/time assignment model. *European Journal of Operational Research,* (5), 64-70.

Nascimento, A. S., Sampaio, R. M. e Alvarenga, G. B. (2005). Uma aplicação de simulated annealing para o problema de alocação de salas. *INFOCOMP Journal,* 59-66.

da Silva, D. J. e da Silva, G. C. (2010). Heurísticas baseadas no algoritmo de coloração de grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. *Anais do XLII SBPO,* Bento Gonçalves, 2839-2849.

Souza, M. J. F., Martins, A. X. e Araújo, C. R. (2002). Experiências com simulated annealing e busca tabu na resolução do problema de alocação de salas. *Anais do XXXIV SBPO,* Rio de Janeiro.

Subramanian, A., Medeiros, J. (2006). Aplicação da metaheurística busca tabu na resolução do problema de alocação de salas do centro de tecnologia da UFPB. *Anais do XXVI ENEGEP.*