

## Algoritmo Genético Multiobjetivo Aplicado ao Controle da Dengue<sup>1</sup>

Helenice O. FLORENTINO<sup>2\*</sup>, Daniela R. CANTANE<sup>2</sup>, Fernando L. P. SANTOS<sup>2</sup>, Luiz G. Lyra<sup>2</sup>

<sup>2</sup>UNESP - Univ Estadual Paulista, IBB - Instituto de Biociências, Departamento de Bioestatística, Distrito de Rubião Júnior, s/n, Botucatu, SP, Brasil.

\*helenice@ibb.unesp.br

### RESUMO

A dengue é uma doença infecciosa causada por um vírus da família *Flaviridae* e transmitida ao homem por mosquitos do gênero *Aedes aegypti*. Esta doença tem sido um problema de saúde pública global, porque um único mosquito pode contaminar até 300 pessoas e, anualmente, de 50 a 100 milhões de pessoas são infectadas em todos os continentes. Assim, a dengue é atualmente um tema de intensa pesquisa, seja na busca por vacinas e tratamentos da doença, ou para controle do mosquito de forma eficiente e econômica. Este trabalho tem como objetivo estudar técnicas de otimização multiobjetivo para auxiliar na resolução de problemas que envolvam o controle de mosquito que transmite a dengue. Nosso objetivo principal é estudar a dinâmica da dengue a fim de entender o fenômeno da epidemia e sugerir estratégias de programação multiobjetivo para o controle da doença. São discutidos resultados computacionais obtidos com a aplicação das técnicas propostas.

**PALAVRAS CHAVE.** Dengue, Otimização multiobjetivo, Controle ótimo.

**Área principal (Controle ótimo, Otimização multiobjetivo)**

### ABSTRACT

Dengue is an infectious disease caused by a virus of the *Flaviridae* family and transmitted to the man by the mosquito of the genus *Aedes Aegypti*. This disease has been a problem global public health, because a single mosquito can infect up to 300 people and annually from 50 to 100 million people are infected from all continents. Thus, dengue is currently a subject of research, whether in the search for vaccines and treatments for the disease or efficient and economical forms of mosquito control. This work aims to study techniques of the multiobjective optimization for solving problems involving control of mosquito that transmits dengue. Our main purpose is to study the dynamics of dengue in order to understand the epidemic phenomenon and to suggest strategies of the multiobjective programming for the control of the disease. We discuss the computational results obtained from the application of the proposed techniques.

**Key words:** Dengue, multiobjective optimization, Optimal control.

**Main area (Optimal control, Multiobjective Optimization)**

<sup>1</sup> Agradecimentos à FUNDUNESP, FAPESP (Temático 2009/15098-0), CNPq e CAPES pelo apoio financeiro

## 1. Introdução

As regiões tropicais são as mais afetadas pela dengue, pois as condições do meio ambiente favorecem o desenvolvimento e a proliferação do *Aedes aegypti*, o principal mosquito transmissor, tecnicamente chamado de vetor. Nos períodos quentes e chuvosos ocorrem um aumento da densidade dos mosquitos, ocasionando maior incidência de dengue.

Casos nas Américas, Sudeste Asiático e Pacífico Ocidental ultrapassaram 2,2 milhões em 2010 e 1,6 milhões de casos de dengue foram notificados só nas Américas, onde 49 mil eram casos de dengue hemorrágica. Estima-se que 500 mil pessoas com dengue hemorrágica necessitem de hospitalização a cada ano, uma grande proporção das quais são crianças. Cerca de 2,5% das pessoas atingidas morrem, Thomé(2010).

A ameaça de um possível surto de dengue já existe na Europa e a transmissão local da dengue foi relatada pela primeira vez na França e na Croácia em 2010 e casos importados foram detectados em três outros países europeus.

A dengue é uma infecção causada por um vírus e a detecção precoce e o acesso aos cuidados médicos podem reduzir os casos fatais para menos de 1%. A prevenção e o controle da doença dependem de medidas que controlem efetivamente o mosquito *Aedes aegypti*, Thomé(2010). A dengue é causada por quatro sorotipos distintos conhecidos como DEN1, DEN2, DEN3 e DEN4, pertencentes à família Flavivirus. Uma pessoa infectada por um desses quatro sorotipos não será infectada novamente pelo mesmo sorotipo, mas sua imunidade torna-se baixa em relação aos outros três sorotipos por aproximadamente 12 semanas e então ela torna-se suscetível ao desenvolvimento da dengue hemorrágica, Thomé(2010).

A doença é transmitida pela picada da fêmea adulta do mosquito, que acasala uma única vez em sua vida e após o acasalamento ela evita outros machos. Adicionalmente, a fêmea do mosquito não deposita seus ovos de uma vez, a liberação é feita aos poucos e em lugares distintos, para aumentar a probabilidade de nascimento dos mosquitos. Após 8 ou 10 dias de ter sugado o sangue de uma pessoa contaminada, a fêmea infectada está apta a transmitir o vírus. Um único vetor pode contaminar até 300 pessoas em 45 dias de vida. O período de incubação do vírus no ser humano varia de 3 a 15 dias após a picada do vetor, sendo, em média, de 5 a 6 dias Favaro(2008).

O mosquito apresenta os seguintes ciclos de desenvolvimento: ovo, larva, pupa (fase aquática) e adulto (fase alada). Os controles utilizados pela SUCEN (Superintendência de Controle de Endemias) são: controle físico, feito pelos agentes de saúde pública e pelos moradores removendo os criadouros e controle químico, aplicando inseticidas. Com o passar do tempo, os vetores adquirem resistência aos inseticidas, sendo necessário um aumento de produtos químicos, elevando os custos do controle e afetando a saúde pública.

Uma forma alternativa é utilizar o controle genético/biológico, alterando o processo de reprodução. Neste caso, mosquitos machos são produzidos em laboratório, em larga escala, incapazes de gerar novos indivíduos, pois são bombardeados com radiação gama para torná-los

estéreis. Essa técnica é conhecida como *Sterile Insect Technique* (SIT) e tem-se mostrado eficiente no controle de pragas agrícolas, como por exemplo, no programa de erradicação da mosca varejeira.

O objetivo deste trabalho é aplicar técnicas de otimização multiobjetivo para resolução do modelo de controle ótimo do mosquito transmissor da Dengue, o qual minimiza os custos com inseticida, produção de mosquitos machos estéreis e quantidade de mosquitos fêmeas fertilizadas. Foi proposto um algoritmo genético multiobjetivo para resolução do problema de controle ótimo.

## 2. Modelo Matemático

Esteva & Yang (2005) propuseram um modelo matemático para analisar o efeito da introdução de insetos machos estéreis no meio ambiente. Nesta proposta é considerado o ciclo de vida do mosquito transmissor da dengue dividido em duas fases: fase aquática: ovo, larva, pupa e fase alada: adulto. O tamanho da população de mosquitos na fase aquática no tempo  $t$  é denotado por  $A(t)$ . Os mosquitos da fase Aquática passam para a fase alada a uma taxa per capita  $\gamma$ , com uma proporção de  $r$  fêmeas e  $(1-r)$  machos. As fêmeas imaturas  $I$  (antes do acasalamento) quando copulam com machos naturais  $M$  formam o grupo das fêmeas fertilizadas  $F$  e o outro grupo das fêmeas  $I$ , que copulam com machos estéreis  $S$  (irradiados) formam o grupo das fêmeas removidas  $U$ . A mudança de grupo das fêmeas imaturas  $I$  para as fertilizadas  $F$  ou removidas (não-fertilizadas)  $U$  depende principalmente da probabilidade de encontros com os machos naturais  $M$  e com os machos estéreis  $S$ . É assumido que a probabilidade de encontro entre uma fêmea  $I$  com um macho natural  $M$  é igual a  $(M / (M + S))$ . A taxa per capita com que as fêmeas são fertilizadas é dada por  $(\beta M / (M + S))$ , onde  $\beta$  é a taxa de acasalamento dos mosquitos naturais. A probabilidade de encontro de um macho estéril  $S$  com uma fêmea  $I$  não depende apenas do número de mosquitos machos irradiados e é dada por  $(pS / (M + S))$ , onde  $0 \leq p \leq 1$  é a proporção com que os mosquitos estéreis são colocados nos locais adequados. A taxa de acasalamento efetiva dos mosquitos estéreis é dada por  $q\beta$ , com  $0 \leq q \leq 1$ . A taxa per capita com que as fêmeas  $I$  são fertilizadas pelos mosquitos estéreis  $S$  é dada por  $(\beta_S S / (M + S))$ , onde  $\beta_S = pq\beta$ . Finalmente,  $\alpha$  é a taxa em que a população de mosquitos estéreis  $S$  são colocadas no meio ambiente. As fêmeas fertilizadas  $F$  possuem uma taxa de oviposição dependente da sua densidade, do número de criadouros e da capacidade do meio. Neste modelo esta taxa é dada por  $\phi (1-A/C)$ , onde  $\phi$  é a taxa de oviposição intrínseca e  $C$  é a capacidade do meio relacionada com o número de nutrientes, espaço, etc. As taxas de mortalidade per capita dos mosquitos em cada fase é denotada por  $\mu$ . Esta dinâmica está ilustrada na figura a seguir.

A figura a seguir ilustra a dinâmica das populações do mosquito nas fases descritas acima, em que  $A(t)$ ,  $S(t)$ ,  $I(t)$ ,  $M(t)$ ,  $U(t)$  e  $F(t)$  descrevem número de indivíduos da população de

mosquitos na fase referida no tempo  $t$  e  $\mu_A, \mu_I, \mu_F, \mu_U, \mu_M$  e  $\mu_S$  denotam as taxas de mortalidade per capita dos mosquitos em cada segmento da população.

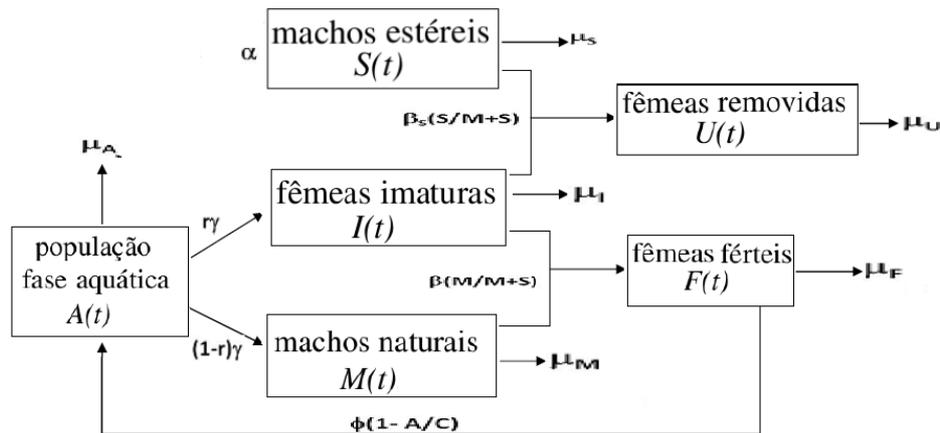


Figura 1: Dinâmica Populacional do mosquito

Alem do controle biológico com mosquitos estéreis, consideramos também o controle químico com inseticida, o qual tem tido um importante papel no controle do mosquito da dengue. O inseticida só atua na fase adulta do mosquito e não na fase aquática.

Considerando as variáveis  $u_1=u_1(t)$  e  $u_2=u_2(t)$  associadas respectivamente ao controle químico e controle biológico, apresentamos o modelo matemático para a dinâmica da população de mosquito utilizando controle com inseticida e controle com mosquitos estéreis.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi \left( 1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \left[ \frac{\beta M}{M+S} + \frac{\beta_S S}{M+S} + (\mu_I + u_1) \right] I \\ \frac{dF}{dt} = \frac{\beta M I}{M+S} - (\mu_F + u_1) F \\ \frac{dM}{dt} = (1-r)\gamma A - (\mu_M + u_1) M \\ \frac{dS}{dt} = u_2 - (\mu_S + u_1) S \end{array} \right. \quad (1)$$

A variável de estado  $U$ , relacionada aos mosquitos fêmeas removidas, é desacoplada do sistema dinâmico e descrita por

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\beta_S S I}{M+S} - \mu_U U.$$

Para estudo do controle deste sistema, Thomé(2010) utilizou as condições iniciais no equilíbrio (2) para o sistema de estado (1), nestas condições foi considerado a pior situação possível do ponto de vista da dengue, veja Esteva & Yang (2006) e Thomé(2010).

$$\left\{ \begin{array}{l} A(0) = A_0 = \frac{C(R-1)}{R} \\ I(0) = I_0 = \frac{r\gamma A_0}{\mu_I + \beta} \\ F(0) = F_0 = \frac{(\gamma + \mu_A)CA_0}{\phi(C - A_0)} \\ M(0) = M_0 = \frac{(1-r)\gamma A_0}{\mu_M} \\ S(0) = S_0 = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Em que  $R = \frac{\phi r \gamma \beta}{(\gamma + \mu_A)(\beta + \mu_I)\mu_F}$

### 3. O problema de controle ótimo multiobjetivo

Em Esteva & Yang (2005) é discutido o elevado custo do controle com mosquitos estéreis quando comparado com o custo de inseticida. Por outro lado, o inseticida produz efeitos indesejáveis, como exemplo o dano a saúde animal e humana e a resistência que o mosquito pode adquirir. Assim, as variáveis de controle  $u_1$  e  $u_2$  podem estar relacionadas a custos envolvidos no processo de controle do mosquito, como exemplo um custo econômico na aquisição do inseticida e mosquitos estéreis ou um custo associado a quantidade de inseticida e de mosquitos estéreis utilizados. De qualquer forma, o que desejamos é determinar um controle otimizado que minimize o custo com inseticida e o custo despendido com mosquitos estéreis, minimizando também a quantidade de fêmeas fertilizadas no sistema (custo social) e de forma que preserve o máximo possível o número de mosquitos estéreis introduzidos. Thomé(2010) sugeriu o seguinte índice de performance:

$$J = J[u_1, u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 S^2) dt, \quad (3)$$

Onde  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  e  $c_4$  representam respectivamente as importâncias relativas aos custos com inseticida, produção de mosquitos estéreis, número de fêmeas fertilizadas (custo social) e preservação de mosquitos estéreis.

Propomos aqui um modelo multiobjetivo, onde o funcional (3) seja dividido em duas ou mais partes, de forma a atender os objetivos propostos, que são:

1. Minimizar o custo com inseticida;
2. Minimizar o custo despendido com mosquitos estéreis;
3. Minimizar a quantidade de fêmeas fertilizadas no sistema (custo social);
4. Maximizar o número de mosquitos estéreis introduzidos.

Um exemplo é dividir o funcional em dois e obter o seguinte problema de controle ótimo multiobjetivo:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } J_1 = J_1[u_1, u_2] &= \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2) dt, \\ \text{Maximizar } J_2 = J_2[u_1, u_2] &= \frac{1}{2} \int_0^T (c_4 S^2) dt, \end{aligned} \tag{4}$$

Sujeito a

Sistema (1);

Condições iniciais (2);

Condições de não negatividade  $u_1 \geq 0$  e  $u_2 \geq 0$  em todo  $t$ .

As variáveis de controle consideradas no problema são  $u_1(t)$  que está associada ao investimento em inseticidas no instante  $t$  e  $u_2(t)$  relacionada ao investimento com a produção e liberação de mosquitos estéreis no instante  $t$ . Assim, as parcelas  $c_1 u_1^2$  mede o custo com inseticida,  $c_2 u_2^2$  mede o custo com a produção e liberação de mosquitos estéreis,  $c_3 F^2$  mede o custo social, peso dado ao número de fêmeas fertilizadas e a última parcela  $c_4 S^2$  está associada ao custo de manutenção de machos estéreis na população. Desta forma  $J_1$  atende aos objetivos listados 1, 2 e 3 e  $J_2$  atende ao objetivo 4. Os coeficientes  $c_i$ ,  $i=1, 2, 3$  e 4, funcionam como pesos de cada parcela e os quadrados nas variáveis ampliam os efeitos de grandes variações.

#### 4. Algoritmo Genético multiobjetivo na resolução do modelo de controle ótimo

Para resolução do modelo de controle ótimo (4), propomos um algoritmo genético multiobjetivo. Neste algoritmo é gerada uma população de soluções  $(u_1(t), u_2(t))$  para o problema, e esta evolui de acordo com operadores genéticos de seleção, cruzamento (crossover) e mutação, de forma que promova uma tendência dos indivíduos representarem soluções eficientes ou não dominadas cada vez melhores e mais variadas à medida que o processo evolutivo continua. Os indivíduos da população, também chamados de cromossomos ou soluções, são definidos por matrizes contendo duas linhas e  $(T+1)$  colunas. A primeira linha é referente aos valores da variável de decisão do problema de controle  $u_1$  e a segunda referente a  $u_2$ . Cada coluna representa um valor do tempo discretizado em  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_f$  ou seja, do tempo inicial  $t_0$  até o tempo final  $t_f$ . Assim, cada elemento (gene)  $(i,j)$ ,  $i=1,2$  e  $j=0,1, \dots, f$ , desta matriz (cromossomo) representa o valor da variável  $u_i$  no tempo  $t_j$ , como ilustra a figura a seguir:

|          | $t_0$    | $t_1$    | $t_2$    | ... | $t_f$    |
|----------|----------|----------|----------|-----|----------|
| $u_1(t)$ | $u_1(0)$ | $u_1(1)$ | $u_1(2)$ | ... | $u_1(f)$ |
| $u_2(t)$ | $u_2(0)$ | $u_2(1)$ | $u_2(2)$ | ... | $u_2(f)$ |

Figura 2: Estrutura dos cromossomos

A população inicial é gerada com  $n$  dos indivíduos definidos por método aleatório para dar diversidade na população.

A aptidão (ou *fitness*) de cada indivíduo é calculada a partir de um ranqueamento originado do nível de dominância de cada indivíduo. As melhores soluções (as pertencentes a aproximação da fronteira de Pareto) encontradas recebem o melhor valor do ranque e são guardadas a cada iteração (geração), formando um grupo de elite, Deb (2001). Ao final do processo de otimização, esta elite será a melhor aproximação da fronteira de Pareto encontrada. Veja figura a seguir. Nesta proposta, soluções ineficazes são penalizadas multiplicando o nível por um valor inteiro positivo  $Q$ .

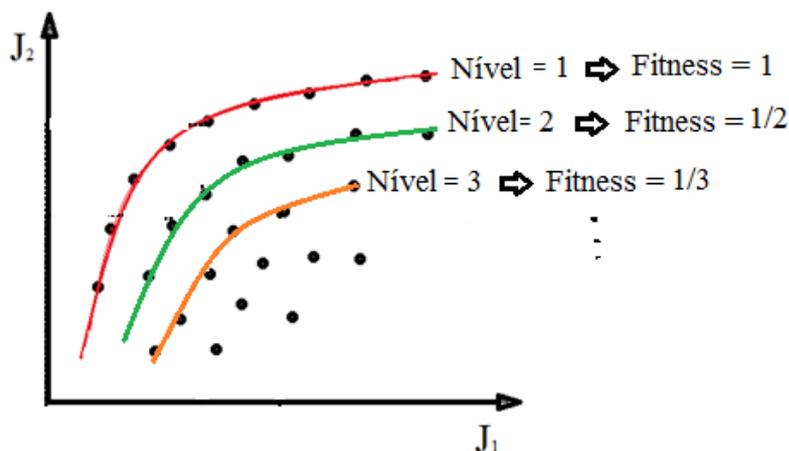


Figura 3: Nível de dominância dos indivíduos representados no espaço objetivo

Em todas as iterações, parte da população ( $pc\%$ ) é copiada em uma população intermediária para realizar crossover. A seleção dos indivíduos a serem copiados pode ser feita pelo método de roleta, Deb (2001).

O crossover é feito escolhendo aleatoriamente dois dos indivíduos copiados pela seleção (pai 1 e pai 2) e em seguida fazendo um sorteio aleatório de um ou mais locais de corte em cada linha das matrizes representantes desses indivíduos. Este processo auxilia a separação dos genes que formarão dois novos indivíduos (filho 1 e filho 2), conservando características dos pais. Dos quatro indivíduos, pai 1, pai 2, filho 1 e filho 2, escolhe-se o de melhor aptidão para retornar à população em substituição ao pior indivíduo desta. Este processo é realizado para todos os elementos da população intermediária.

Para ilustração, considere o caso de usar um local de corte. Neste caso sorteia-se dois números inteiros  $r_1$  e  $r_2$  entre 1 e  $f$  e faz o corte no local  $r_1$  na linha 1 e  $r_2$  na linha 2. Suponha

que foi obtido em um processo aleatório  $r1=2$  e  $r2=3$ . Assim haverá uma separação dos 2 primeiros genes da linha 1 e na linha 2, como  $r2=3$ , haverá a separação dos 3 primeiros genes nos dois cromossomo escolhidos. Os genes do pai 1 e pai 2 se recombinam gerando os filhos 1 e 2, como mostra a figura 2.

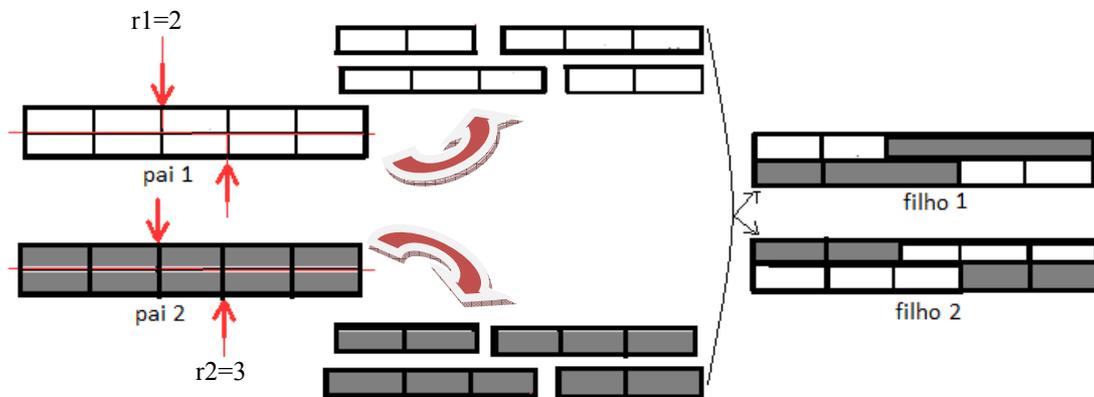


Figura4: Ilustração da ação do operador crossover sobre os indivíduos.

Depois de passar pelo crossover, são escolhidos aleatoriamente indivíduos da geração atual para a mutação, determina-se a percentagem de genes que poderão ser trocados em cada linha do cromossomo e procede-se um sorteio com probabilidade  $pm$  muito baixa ( $< 0,1$ ) de haver mudança no valor daquele gene. Se for favorável a mudança no valor do gene, se o número sorteado for inferior a  $pm$ , procede-se o sorteio (ou escolha, ou troca) do novo valor a ser inserido neste gene. Obtendo assim uma nova população, e nesta serão feitos o cálculo da aptidão de cada indivíduo, atualizado a elite e aplicados os operadores de seleção, crossover e mutação.

O processo é repetido um número  $G$  vezes e a fronteira de Pareto é determinada ao final do processo.

## 5. Resultados Numéricos

O Algoritmo Genético Multiobjetivo descrito na seção anterior foi implementado computacionalmente utilizando o software MATLAB 7.6.0.324 (R2008a) [8] em micro-computador Dual Core i5-650 com 4 GB de memória e 400 GB de disco rígido do Laboratório Científico de Informática (LCI) do Departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências da UNESP de Botucatu SP.

A tabela 1 apresenta os parâmetros medidos em  $d^{-1}$  (com exceção de  $r$ ) para implementação do sistema de otimalidade (1).

Tabela 1: Parâmetros utilizados no sistema de otimalidade (5)

| Parâmetros do modelo |                    |                    |     |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|----------------------|--------------------|--------------------|-----|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\phi$               | C                  | $\gamma$           | r   | $\beta$            | $\beta_s$          | $\mu_A$            | $\mu_I$            | $\mu_F$            | $\mu_M$            | $\mu_S$            |
| (d <sup>-1</sup> )   | (d <sup>-1</sup> ) | (d <sup>-1</sup> ) |     | (d <sup>-1</sup> ) |
| 0,5                  | 13                 | <sup>0,07</sup>    | 0,5 | 1                  | 0,7                | 0,05               | 0,05               | 0,05               | 0,1                | 0,1                |

Fonte: Esteva ( 2005)

A tabela 2 apresenta os parâmetros utilizados na implementação do algoritmo genético.

Tabela 2: Parâmetros utilizados no Algoritmo Genético

| Parâmetros utilizados no Algoritmo Genético |      |     |                 |    |     |      |
|---|------|-----|-----------------|----|-----|------|
| T   | G    | n   | P               | K  | pc  | pm   |
| 120   | 1000 | 300 | 10 <sup>9</sup> | 50 | 70% | 0,05 |

Em que:

T é o período de uso do controle;

G é o número de gerações;

n é o número de indivíduos da população;

P é a penalização imposta aos indivíduos inactíveis;

K é o número de elementos da elite;

pc é a porcentagem de indivíduos selecionados para o crossover;

pm é a probabilidade de um indivíduo sofrer mutação;

A população inicial foi construída em duas partes. Na primeira parte foi utilizada uma heurística aleatória, onde criou-se 2/3 dos indivíduos da população por sorteios aleatórios com  $u_1(t) \in [0, 3,5]$  e  $u_2(t) \in [0, 0,08]$  para todo  $t \in [0, T]$ . Na segunda parte foi utilizada uma heurística construtiva, onde 1/3 dos indivíduos restantes foram construídos com sorteios aleatórios com valores de  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$  dentro de pequenos e convenientes intervalos em cada tempo t.

O cálculo da integral em foi feito implementando a regra *1/3 de Simpson* Generalizada com tempo discretizado de 1 em 1 dia, de 0 a 120 dias, Franco (2001).

Para resolução do sistema de equações ordinárias não linear foi implementado o método de *Runge Kutta* de quarta ordem, Franco (2001).

O processo de Seleção para cruzamento de indivíduos foi realizado pelo método da roleta, dando aos indivíduos mais aptos, maior probabilidade de serem escolhidos para o crossover. A mutação foi realizada com baixa probabilidade, 0,05.

Utilizando estes parâmetros, o AG multiobjetivo foi implementado e os resultados preliminares estão discutidos a seguir.

O problema multiobjetivo foi implementado e a curva de Pareto está apresentada na figura 5. Os resultados apresentados nesta figura estão comparados com resultados apresentados por Barsante (2011) e Thomé (2007).

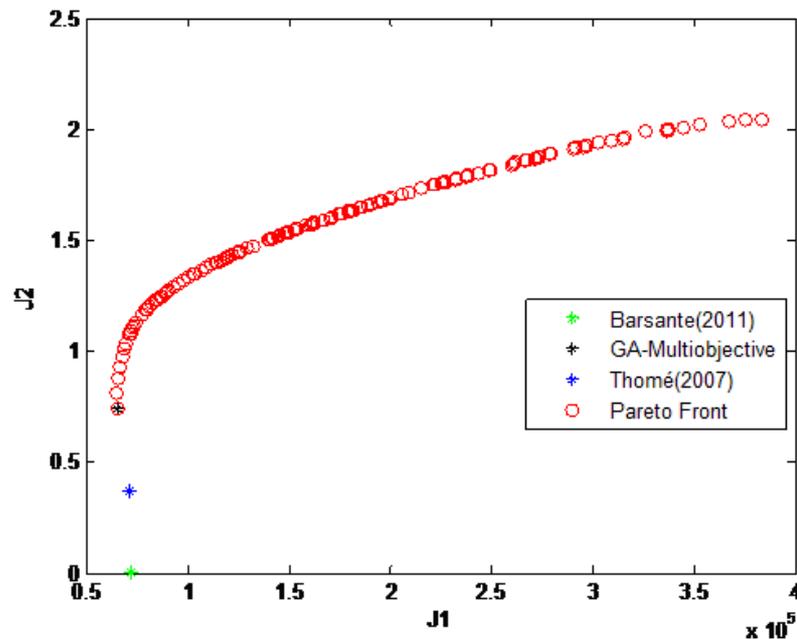


Figura 5: Curva de Pareto para o sistema de otimalidade multiobjetivo obtida pelo AG Multiobjetivo proposto e comparação com outros autores.

A Figura 5 ilustra as soluções não-dominadas obtidas na otimização multiobjetivo pelo AG proposto na seção anterior, apresentadas no espaço objetivo, bem como a solução encontrada por Thomé (2007) e Barsante (2011). Foi encontrado um conjunto de pontos não dominados em que os resultados apontam que as soluções do AG dominam as soluções apresentadas pelos dois autores. A figura 6 mostra que o controle proposto pelo AG com pequenos investimentos em  $J_1$  e  $J_2$  (solução “\*” na figura 5), em todos os seguimentos da população de mosquitos é um pouco mais efetivo que os propostos pelos outros autores. Mas, se aumentar este investimento, tomando soluções como a solução “\*” marcada na figura 7, pode-se observar que em todos os seguimentos da população de mosquitos, o controle é bem mais efetivo que os propostos pelos outros autores, como pode ser visto na figura 8. A proposta multiobjetivo é uma ferramenta que oferece diversidade de soluções, dando ao tomador de decisões uma explanação de todos os possíveis investimentos otimizados que podem ser feitos.

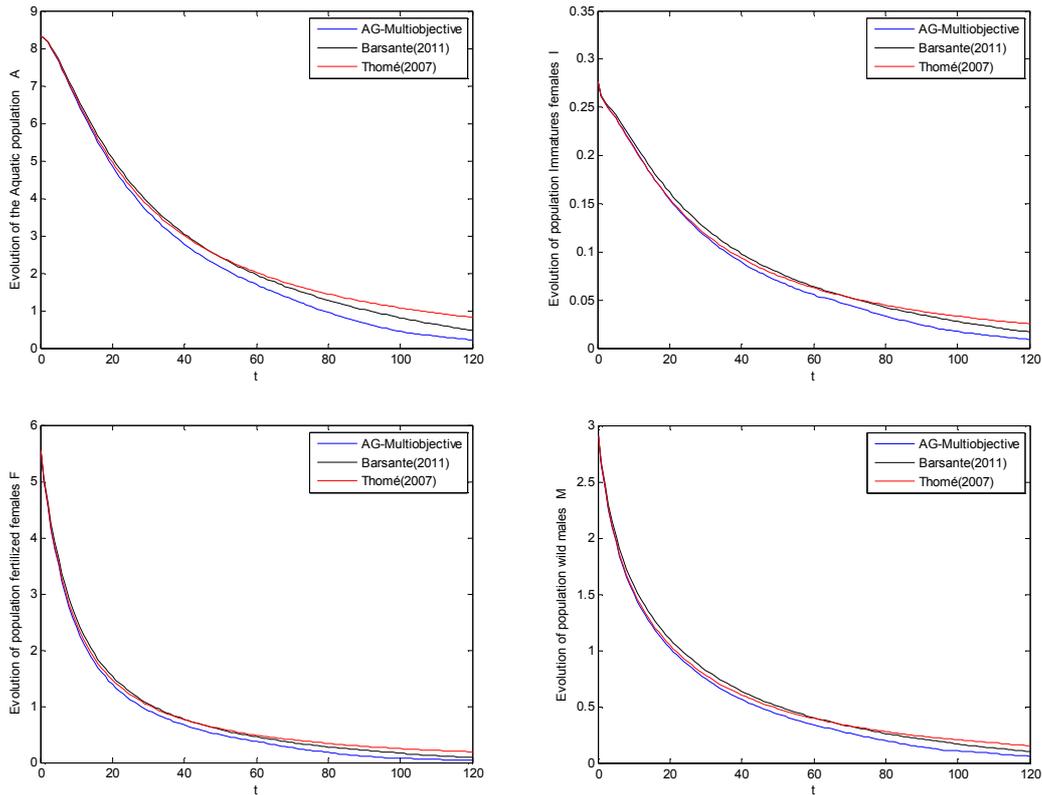


Figura 6: Evolução das populações de mosquitos (a) na fase aquática, (b) fêmeas imaturas, (c) fêmea fertilizada, (d) machos naturais, utilizando os controladores nas soluções marcadas na figura 5, segundo o AG e os outros autores citados.

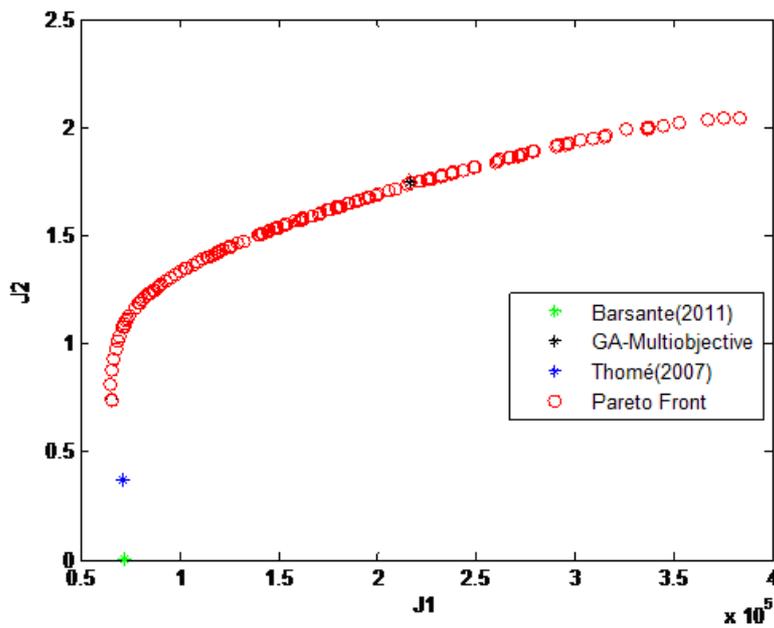


Figura 7: Curva de Pareto para o sistema de otimalidade multiobjetivo obtida pelo AG Multiobjetivo proposto e comparação com outros autores.

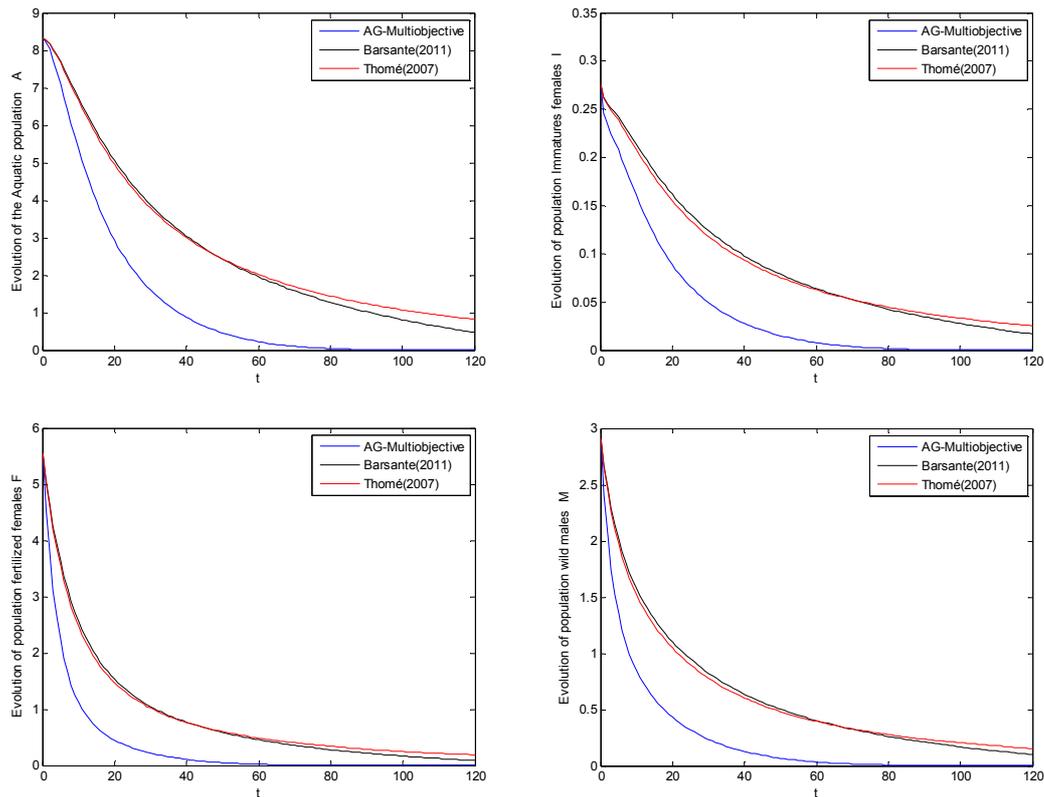


Figura 8: Evolução das populações de mosquitos (a) na fase aquática, (b) fêmeas imaturas, (c) fêmea fertilizada, (d) machos naturais, utilizando os controladores nas soluções marcadas na figura 7, segundo o AG e os outros autores citados.

## Referências

**Barsante, L. S.; Cardoso, R. T. N. e Acebal, J. L.**, Otimização multiobjetivo no controle de gastos com inseticidas e machos estéreis no combate da dengue. Anais do XLIII Simpósio Brasileiro de PESQUISA OPERACIONAL. URL <http://www.xliiisbpo.iltc.br/pdf/87927.pdf>. 2011.

**Barsante, L. S.; Cardoso, R. T. N. e Acebal, J. L.**, Dependência entre pluvio-sidade e população de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não linear, Dissertação de Mestrado, CEFET/MG, 2012.

**Deb, K.**, Multi-objective optimization using evolution-ary algorithms. Chichester, UK: Wiley, 2001

**Esteva, L. & Yang, H.M.**, Mathematical Model to Assess the Control of *Aedes aegypti* Mosquitoes by the Sterile Insect Technique, *Mathematical Biosciences*, 198 : 132-147 (2005).

**Esteva, L e Yan, H.M.** Control of Dengue vector by sterile insect technique considering logistic recruitment. *TEMA Tend. Mat. Apl. Comp.* 259-268, 2006.

**Franco, N. B.**, Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson, 2006.

**MATLAB** version 7.6.0.324 (R2008a). High performance numeric computation and visualization software: Reference Guide. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.; 2008.

**Thome, R.C.A, Yang, H.M.**, Controle ótimo aplicado na estratégia de combate ao *Aedes aegypti* utilizando inseticida e mosquitos estéreis, Tese de Doutorado, IMECC/UNICAMP, 2007.

**Thome, R.C.A, Yang, H.M., Esteva, L.** Optimal control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide. *Mathematical Biosciences*. 223, 12-23, 2010.