

Programação Linear aplicada a Equalização Cega de Sinais em Sistemas Comunicação Digital

Marcelo Augusto Costa Fernandes

Departamento de Engenharia da Computação e Automação – DCA
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN
Natal – RN – Brasil

mfernandes@dca.ufrn.br

RESUMO

Este artigo tem por finalidade apresentar uma proposta de otimização convexa, baseada em programação linear, para equalizadores cegos aplicados a sistemas de comunicação digital. Diferentemente das soluções apresentadas na literatura, o modelo proposto leva em consideração canais com interferência intersimbólica e ruído aditivo de estatística Gaussiana. O trabalho também apresenta uma comparação de desempenho entre a utilização dos métodos de pontos interiores, de conjunto ativo e do simplex aplicados ao processo de otimização associado ao equalizador cego. Resultados de simulação para vários sistemas de comunicação digital são apresentados através de curvas de desempenho de taxa de erro de bit.

PALAVRAS CHAVE. Equalização cega, Programação linear, Função convexa, Área de classificação principal (PO em Telecomunicações e Sistemas de Informações).

ABSTRACT

This article aims to propose a convex optimization based on linear programming to blind equalizers applied to digital communication systems. Unlike earlier techniques, the proposed model takes into account channels with intersymbol interference and additive noise Gaussian statistics. The paper also presents a performance comparison between the interior point method, the active set method and simplex applied to the optimization process associated with the blind equalizer. Simulation results for various digital communication systems are presented by the bit error rate performance curves.

KEYWORDS. Blind equalization, Linear programming, Convex function, Main area (OR in Telecommunications and Information Systems).

1. Introdução

Em sistemas de comunicação digital sem fio os sinais são corrompidos por diversos fatores, entre os quais pode-se destacar o ruído térmico e fenômenos de multi-percurso que provocam desvanecimento seletivo ou também chamado de *frequency-selective fading*. O ruído térmico, que é modelado por variáveis aleatórias com uma dada distribuição de probabilidade, pode ser minimizado de forma eficiente com o uso de codificadores de canal, que utilizam símbolos de redundância para a reconstrução do sinal transmitido. Porém vale ressaltar que os fenômenos de multi-percurso, causados pelas diversas reflexões do sinal durante a transmissão, não são tratados de forma eficiente por codificadores de canal (Simon Haykin, 2001; John Proakis, 2000).

Os fenômenos de multi-percurso são os principais responsáveis pelo aparecimento da Interferência Intersimbólica (ISI - *Intersymbol Interference*), efeito caracterizado pela sobreposição de símbolos de uma mesma fonte no domínio do tempo. A ISI limita a capacidade de transmissão do canal e é um dos principais problemas dos atuais sistemas de comunicações digitais. Visando minimizar os efeitos da ISI, vários dispositivos podem ser empregados no processo de recepção, entre eles os equalizadores lineares. Os equalizadores são filtros que visam a compensação da resposta não-ideal do canal, de forma a recuperar o sinal transmitido. A ISI é bastante dinâmica e muda de acordo com o ambiente, sendo necessária a utilização de algoritmos adaptativos eficientes aplicados aos equalizadores. Estes algoritmos adaptativos, por sua vez, manipulam convenientemente os coeficientes dos equalizadores (parâmetros a serem otimizados) objetivando a atenuação da ISI (Simon Haykin, 2001; John Proakis, 2000; Simon Haykin, 2001).

Entre os vários tipos de equalizadores adaptativos existem uma classe chamada de equalizadores cegos (*blind equalizers*) (Sato, 1975; Godard, 1980; Shalvi and Weinstein, 1990), que não precisam transmitir um sinal de referência, ao receptor, para o cálculo de seus coeficientes. Os equalizadores cegos minimizam o problema da ISI a partir da observação do sinal de saída do canal de comunicação e alguma informação a priori das propriedades estatísticas do sinal transmitido. O fato de não utilizar o sinal de referência na transmissão, aumenta a capacidade de envio de dados dos sistemas que utilizam equalização cega.

Existem várias técnicas para adaptação (ou otimização) dos coeficientes do equalizador cego (Sato, 1975; Godard, 1980; Shalvi and Weinstein, 1990; Benveniste and Goursat, 1984) e entre elas uma das mais utilizadas é a técnica de otimização baseada no Gradiente Descendente que é conhecida como Algoritmo de Módulo Constante (CMA - *Constant Modulus Algorithm*) (Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984). Todavia, a função de otimização do CMA não converge globalmente, apresentando pontos indesejáveis de mínimos locais que podem levar a uma redução ineficiente da ISI (Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984).

Para melhorar o desempenho dos equalizadores cegos frente aos problemas de mínimos locais, o trabalho apresentado em (Kennedy and Ding, 1992) propõe uma técnica de equalização cega globalmente convergente baseada em uma função custo convexa. Seguindo as orientações em relação a função custo convexa apresentada em (Kennedy and Ding, 1992) o trabalho apresentado em (Ding and Luo, 2000) elabora uma metodologia de Programação Linear (PL) aplicada a equalizadores cegos como alternativa ao algoritmo do CMA. Entre outros trabalhos relacionados a utilização de programação linear associada

a equalização cega estão os apresentado em (Luo et al., 2002) e (Muhammad and Ding, 2010).

Porém, os trabalhos de (Kennedy and Ding, 1992; Ding and Luo, 2000; Luo et al., 2002) deixam alguns pontos importantes em aberto em relação proposta de equalização cega baseada em programação linear. Entre estes pontos estão a falta da análise de desempenho da técnica em canais com ISI e ruído Aditivo Gaussiano Branco (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), falta de análise de desempenho frente ao algoritmo CMA e finalmente, a falta de testes e simulações com outras algoritmos de otimização em PL. Assim, baseado nestes pontos este artigo contribui no aperfeiçoamento da técnica proposta por (Ding and Luo, 2000) fazendo novas análises e propondo uma nova função de restrição e outros algoritmos de otimização de PL para serem aplicados ao equalizador adaptativo cego chamado neste trabalho ELC-PL (Equalizador Linear Cego baseado em Programação Linear).

2. Caracterização do Canal de Comunicação

A Figura 1 ilustra de forma simplificada, o fenômeno do multi-percurso entre um transmissor e um receptor no qual, cada percurso pode ser caracterizado por

$$\rho_i \delta(t - \tau_i), \tag{1}$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função impulso, ρ_i é o ganho complexo (atenuação sofrida pelo sinal) e τ_i é atraso do i -ésimo percurso respectivamente.

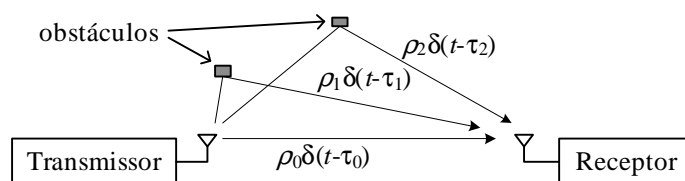


Figura 1. Ilustração do fenômeno de multi-percurso entre transmissor e receptor.

A Figura 2 apresenta uma estrutura simplificada de um sistema discreto de comunicação digital em banda base com ISI, ruído térmico e fonte de informação transmitindo símbolos complexos $a(k)$, pertencentes a um conjunto, $A = \{a_0, \dots, a_{M-1}\}$, de M símbolos possíveis. Os símbolos são transmitidos a um período de T_s segundos, sendo cada símbolo representado por palavras de b bits. T_s é o período de amostragem dos símbolos ou intervalo de símbolo. Por exemplo, no caso do sistema 4-QAM tem-se $M = 4$ e $A = \{1 + j, 1 - j, -1 + j, -1 - j\}$ onde, $a(k)$ pode ser qualquer um dos pontos do conjunto A.

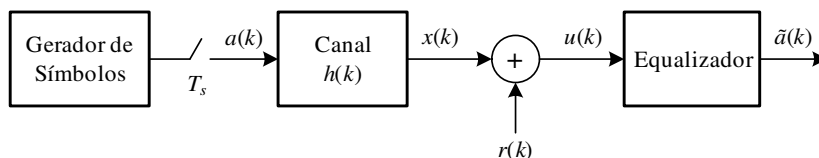


Figura 2. Sistema de comunicação discreto em banda base com ISI e AWGN.

Os símbolos complexos, $a(k)$, são expressos por

$$a(k) = a^I(k) + ja^Q(k), \tag{2}$$

onde $a^I(k)$ e $a^Q(k)$ são, respectivamente, as componentes unidimensionais de fase e quadratura que compõem o sinal bidimensional transmitido. Os símbolos $a(k)$ são transmitidos por meio de um canal com resposta ao impulso $h(k)$, sujeitos a ação da ISI e de um ruído AWGN complexo, $r(k) = r^I(k) + jr^Q(k)$, como ilustrado na Figura 2. Os sinais $r^I(k)$ e $r^Q(k)$ são variáveis aleatórias circulares com distribuição Gaussiana de média zero e variância σ_r^2 (John Proakis, 2000).

A resposta ao impulso do canal com ISI, representada por $h(k)$, é descrita como

$$h(k) = \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i(k) \delta(k - \tau_i(k)), \quad (3)$$

onde L é o número de percursos do canal, ρ_i é o ganho complexo do i -ésimo percurso e $\tau_i(k)$ é um valor inteiro que representa o atraso do i -ésimo percurso no instante k . O equalizador linear, como apresentado na Figura 2, processa o sinal, $u(k)$, resultante da soma da saída do canal com o ruído AWGN, expresso como

$$u(k) = x(k) + r(k), \quad (4)$$

$$x(k) = \rho_0(k)a(k - \tau_0(n)) + \sum_{i=1}^{L-1} \rho_i(k)a(k - \tau_i(k)), \quad (5)$$

onde o segundo termo da Equação 5 é a Interferência Intersimbólica (ISI).

3. Equalização Cega Adaptativa

Um equalizador linear (John Proakis, 2000; Simon Haykin, 2001) tem por objetivo reduzir a componente de ISI no sinal $u(k)$ recebido. A Figura 3 representa sua estrutura, sendo o sinal de saída expresso por

$$\begin{aligned} \tilde{a}(k - d_{eq}) &= \sum_{l=0}^{N-1} w_l(k) u(k - l) \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} w_l(k) x(k - l) + \sum_{l=0}^{N-1} w_l(k) r(k - l) \end{aligned} \quad (6)$$

onde w_l é o l -ésimo ganho complexo do equalizador e d_{eq} é o atraso de equalização.

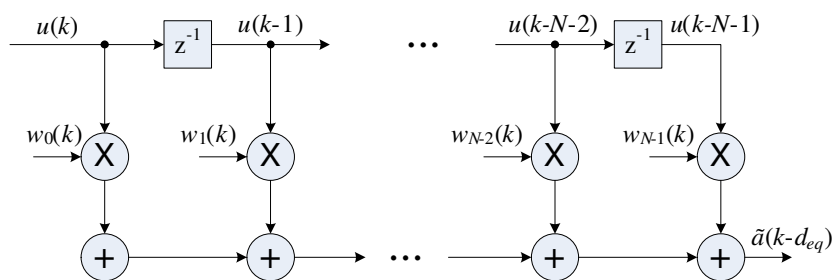


Figura 3. Estrutura de um equalizador linear de comprimento N .

3.1. Estrutura Adaptativa Linear

O equalizador adaptativo linear, ilustrado na Figura 4, é um filtro digital linear, igual ao apresentado na Figura 3, que trabalha em conjunto com um algoritmo objetivando a adaptação de seus parâmetros, $\mathbf{w}(n)$, de acordo com a variação aleatória da resposta ao impulso do canal de comunicação. A adaptação se dá otimizando uma função custo $J(\mathbf{w}(k))$, no qual

$$\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} w_0(k) \\ \vdots \\ w_{N-1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0^I(k) \\ \vdots \\ w_{N-1}^I(k) \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} w_0^Q(k) \\ \vdots \\ w_{N-1}^Q(k) \end{bmatrix} = \mathbf{w}^I(k) + j\mathbf{w}^Q(k) \quad (7)$$

onde $\mathbf{w}^I(k)$ e $\mathbf{w}^Q(k)$ são parâmetros reais e imaginários do equalizador, respectivamente.

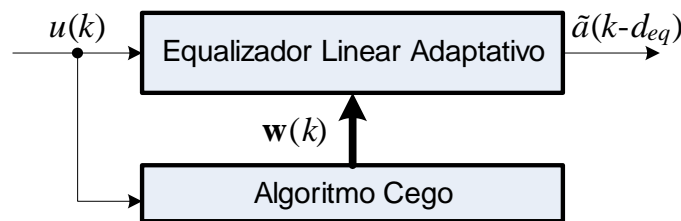


Figura 4. Estrutura de um equalizador linear adaptativo cego.

Existem duas famílias de equalizadores adaptativos, os equalizadores supervisionados e os equalizadores cegos, que diferem na forma de trabalho do algoritmo de adaptação (Simon Haykin, 2001). Nos supervisionados, o algoritmo precisa de uma referência, também chamada de seqüência de treinamento, para o ajuste correto dos parâmetros do equalizador. As técnicas de equalização supervisionada perdem um pouco de eficiência de transmissão, dado que parte da banda deve ser utilizada para a transmissão dessa seqüência. Os algoritmos de equalização cega não precisam da seqüência de treinamento e utilizam métricas estatísticas do próprio sinal transmitido para ajuste dos parâmetros (Sato, 1975; Godard, 1980; Shalvi and Weinstein, 1990; Benveniste and Goursat, 1984). Dentre os algoritmos de equalização cega, um dos mais conhecidos na literatura é o CMA (*Constant Modulus Algorithm*) (Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984).

O algoritmo CMA tenta ajustar uma potência p inteira da informação de saída do filtro adaptativo a uma constante real positiva r_p . Esta constante é escolhida de forma a projetar sobre um círculo todos os pontos da constelação de saída do filtro adaptativo (Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984). A função custo J_{CMA} a ser otimizada é expressa por

$$J_{CMA}(\mathbf{w}(k)) = E[e(k)^2] \quad (8)$$

onde $E[\cdot]$ é o operador média e

$$e(k) = \gamma - |\tilde{a}(k)|^2, \quad (9)$$

no qual γ é a constante de dispersão dada por

$$\gamma = \frac{E\{|a_k|^4\}}{E\{|a_k|^2\}} \quad (10)$$

onde a_k pertence ao conjunto A de símbolos possíveis da modulação utilizada. A função custo, J_{CMA} , é otimizada pelo método do gradiente descendente com a clássica aproximação estocástica (substitui a esperança matemática por uma estimativa instantânea) (Simon Haykin, 2001). Os parâmetros são ajustados a cada instante k de acordo com a seguinte expressão

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mu e(k) \mathbf{u}(k), \quad (11)$$

onde μ é o passo de adaptação e

$$\mathbf{u}(k) = [u(k) \ \cdots \ u(k-l) \ \cdots \ u(k-N+1)]^T. \quad (12)$$

Todavia, como apresentado em (Neves et al., 2006; John R. Treichler, 1998; Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984) o critério de Godard, utilizado no algoritmo do CMA, possui pontos de mínimo local dificultando o processo de equalização.

4. Equalizador Linear Cego baseado em Programação Linear

4.1. Função Custo

De acordo com os trabalhos de (Kennedy and Ding, 1992) e (Ding and Luo, 2000) a função custo convexa para o equalizador linear cego pode ser expressa por

$$J_{PL}(\mathbf{w}) = J_{PL}(\mathbf{w}^I, \mathbf{w}^Q) \equiv \max |\tilde{a}^I(k)| + \max |\tilde{a}^Q(k)|. \quad (13)$$

Expandido o termo $\tilde{a}^I(k)$, através da Equação 6, tem-se que

$$\begin{aligned} \max |\tilde{a}^I(k)| &= \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{L-1} \rho_i^I(k-l) a^I(k-\tau_i(k)-l) w_l^I(k) \right| \\ &+ \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{L-1} -\rho_i^Q(k-l) a^Q(k-\tau_i(k)-l) w_l^I(k) \right| \\ &+ \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{L-1} -\rho_i^I(k-l) a^I(k-\tau_i(k)-l) w_l^Q(k) \right| \\ &+ \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i^Q(k-l) a^Q(k-\tau_i(k)-l) w_l^Q(k) \right| \\ &+ \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} r^I(k-l) w_l^I(k) \right| + \max \left| \sum_{l=0}^{N-1} -r^Q(k-l) w_l^Q(k) \right|. \quad (14) \end{aligned}$$

Assumindo que o sinal transmitido $a(k)$ é modulado no esquema M-QAM onde

$$M \equiv \max |a^I(k)| = \max |a^Q(k)| \text{ para qualquer } k, \quad (15)$$

e que

$$\max |r^I(k-l)| = \max |r^Q(k-l)| = \sigma_r \text{ para qualquer } l \text{ e } k \quad (16)$$

onde σ_r é raio associado ao ruído AWGN circular $r(k)$. A Equação 14 pode então, ser simplificada e expressa por

$$\begin{aligned} \max |\tilde{a}^I(k)| &= M \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{L-1} \left(|\rho_i^I(k-l)w_l^I(k)| + |\rho_i^Q(k-l)w_l^I(k)| \right) \\ &\quad + \left| \rho_i^I(k-l)w_l^Q(k) \right| + \left| \rho_i^Q(k-l)w_l^Q(k) \right| \\ &\quad + \sigma_r \sum_{l=0}^{N-1} |w_l^I(k)| + |w_l^Q(k)|. \end{aligned} \quad (17)$$

Semelhante as Equações 14 e 17 o termo $\tilde{a}^Q(k)$ pode ser expresso por

$$\begin{aligned} \max |\tilde{a}^Q(k)| &= M \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{L-1} \left(|\rho_i^I(k-l)w_l^I(k)| + |\rho_i^Q(k-l)w_l^I(k)| \right) \\ &\quad + \left| \rho_i^I(k-l)w_l^Q(k) \right| + \left| \rho_i^Q(k-l)w_l^Q(k) \right| \\ &\quad + \sigma_r \sum_{l=0}^{N-1} |w_l^I(k)| + |w_l^Q(k)| \end{aligned} \quad (18)$$

As funções $\rho_i^I(k-l)w_l^I(k)$, $\rho_i^I(k-l)w_l^Q(k)$, $\rho_i^Q(k-l)w_l^I(k)$ e $\rho_i^Q(k-l)w_l^Q(k)$ são lineares em \mathbf{w}^I e \mathbf{w}^Q e seus módulos $|\rho_i^I(k-l)w_l^I(k)|$, $|\rho_i^I(k-l)w_l^Q(k)|$, $|\rho_i^Q(k-l)w_l^I(k)|$ e $|\rho_i^Q(k-l)w_l^Q(k)|$ são funções convexas em \mathbf{w}^I e \mathbf{w}^Q . Assim, como $J_{PL}(\mathbf{w}^I, \mathbf{w}^Q)$ é uma soma destas funções pode-se dizer que $J_{PL}(\mathbf{w}^I, \mathbf{w}^Q)$ também é convexa. Sem qualquer restrição $J_{PL}(\mathbf{w}^I, \mathbf{w}^Q)$ possui um mínimo global trivial em $\mathbf{w}^I = \mathbf{w}^Q = 0$ gerando como saída $\tilde{a}(k) = 0$. Para que $J_{PL}(\mathbf{w}^I, \mathbf{w}^Q)$ seja praticável é proposta a seguinte restrição

$$w_{d_{eq}}^I(k) = 1, \quad (19)$$

onde d_{eq} é um inteiro limitado por $0 \leq d_{eq} \leq N-1$ que representa o atraso de equalização. Esta restrição foi baseada na condição inicial do algoritmo do CMA apresentada em (Godard, 1980; Benveniste and Goursat, 1984) e nas propostas de (Kennedy and Ding, 1992; Ding and Luo, 2000) e com ela pode-se evitar a solução com saídas nulas e ao mesmo tempo garantir a equalização do canal. Devido à linearidade da restrição, a convexidade da função de custo é mantida e com isto a convergência global da função.

Comparando as Equações 17 e 18 com as apresentadas em (Kennedy and Ding, 1992; Ding and Luo, 2000; Luo et al., 2002), observa-se que o ruído AWGN não altera a convexidade da função custo, apenas altera o valor do mínimo global que é proporcional ao valor de σ_r .

4.2. Programação Linear

Com base nas Equações 13, 17 e 18 os ganhos do equalizador são ajustados seguindo a seguinte estratégia de programação linear

$$\begin{aligned} \min &\begin{cases} \max |\tilde{a}^I(k - d_{eq})| + \max |\tilde{a}^Q(k - d_{eq})| \\ \vdots \\ \max |\tilde{a}^I(k - K + 1 - d_{eq})| + \max |\tilde{a}^Q(k - K + 1 - d_{eq})| \end{cases} \\ \text{sa} &\begin{cases} w_{d_{eq}}^I(k) = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

Substituindo os valores de $\tilde{a}^I(k - d_{eq})$ e $\tilde{a}^Q(k - d_{eq})$ pela Equação 6 e utilizando a mesma estratégia apresentada em (Kennedy and Ding, 1992; Ding and Luo, 2000; Luo et al., 2002) de introduzir duas variáveis auxiliares τ_1 e τ_2 , a estratégia de programação linear apresentada na Equação 20 pode ser expressa como

$$\begin{aligned} \min \quad & M\tau_1 + M\tau_2 \\ \text{sa} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{l=0}^{N-1} w_l^I(k)u^I(k-l) - w_l^Q(k)u^Q(k-l) \leq M\tau_1 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^I(k)u^I(k-l-K+1) - w_l^Q(k)u^Q(k-l-K+1) \leq M\tau_1 \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^I(k)u^I(k-l) - w_l^Q(k)u^Q(k-l) \geq -M\tau_1 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^I(k)u^I(k-l-K+1) - w_l^Q(k)u^Q(k-l-K+1) \geq -M\tau_1 \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^Q(k)u^I(k-l) - w_l^I(k)u^Q(k-l) \leq M\tau_2 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^Q(k)u^I(k-l-K+1) - w_l^I(k)u^Q(k-l-K+1) \leq M\tau_2 \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^Q(k)u^I(k-l) - w_l^I(k)u^Q(k-l) \geq -M\tau_2 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{N-1} w_l^Q(k)u^I(k-l-K+1) - w_l^I(k)u^Q(k-l-K+1) \geq -M\tau_2 \\ w_{d_{eq}}^I(k) = 1. \end{array} \right. \quad (21) \end{aligned}$$

Na condição ótima $M\tau_1 = \max |\tilde{a}^I(k - d_{eq})|$ e $M\tau_2 = \max |\tilde{a}^Q(k - d_{eq})|$. A estratégia de programação linear é formada por $2N + 2$ variáveis com $4K + 1$ restrições lineares. Na prática a variável N é associada ao tamanho do equalizador (ver Seção 3) e deve ser maior que o comprimento do canal L ($N > L$). Já a variável K representa o número de realizações do sinal que deverão ser armazenadas para compor a curva de otimização.

4.3. Arquitetura do ELC-PL

O ELC-PL (estrutura é apresentada na Figura 5) trabalha em blocos armazenando através de um buffer K vetores $\mathbf{u}(k)$ e construindo a matrizes

$$\mathbf{U}^I(k) = [\mathbf{u}^I(k) \quad \cdots \quad \mathbf{u}^I(k - K + 1)] \quad (22)$$

e

$$\mathbf{U}^Q(k) = [\mathbf{u}^Q(k) \quad \cdots \quad \mathbf{u}^Q(k - K + 1)]. \quad (23)$$

Diferentemente do CMA que atualiza os parâmetros a cada instante k o ELC-PL atualiza os parâmetros a cada bloco K símbolos. Para canais estáticos isto não é problema porém para canais móveis o valor de K deve ser menor que o tempo de coerência do canal (Simon Haykin, 2001; John Proakis, 2000).

5. Resultados Obtidos

Objetivando validar a utilização do ELC-PL e avaliar sua confiabilidade e desempenho, foram realizadas simulações para os sistemas de comunicação digital 4-QAM e 16-QAM, sem codificação de canal, operando na taxa de 10 Mbps. O sistema foi modelado e simulado na plataforma Matlab 2012b (MATLAB, 2012) de acordo com o esquema exibido na Figura 2 e os resultados foram levantados para os métodos de pontos interiores, conjunto ativo e simplex implementados todos no *toolbox* de otimização da plataforma

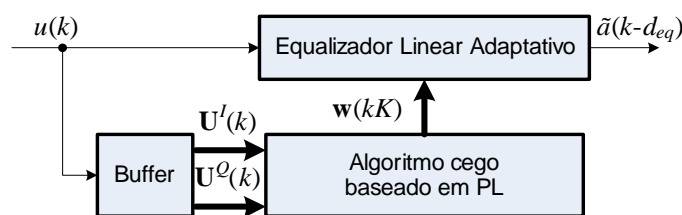


Figura 5. Estrutura de um equalizador linear adaptativo cego baseado em PL.

Matlab (Mathworks). Além das técnicas de PL foram também levantados resultados para o algoritmo do CMA visando uma comparação de desempenho com um dos métodos mais utilizados de equalização cega. O método de conjunto ativo implementado no toolbox de otimização do Matlab é uma variante do método de Programação Quadrática Sequencial no qual o termo quadrático é reduzido à zero (Mathworks).

A partir das simulações foram traçadas curvas de BER (*Bit Error Rate*) em função de E_b/N_0 . E_b/N_0 é uma medida muito importante na validação de sistemas de comunicação digital e representa a relação entre energia de bit,

$$E_b = \frac{E[a_k^2]}{\log_2(M)}, \quad (24)$$

e a densidade espectral de potência do ruído, $N_0 = \sigma_r^2$. Os resultados foram levantados para dois cenários de canais com ISI e ruído AWGN, o primeiro chamado de canal-A, é expresso por

$$h_A(k) = \delta(k) + 0,5\delta(k-3) + 0,3\delta(k-6) \quad (25)$$

e o segundo, chamado de canal-B, é expresso por

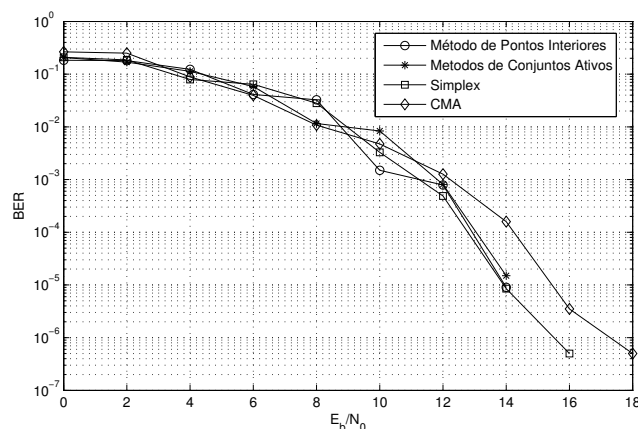
$$h_B(k) = \delta(k) + 0,6\delta(k-1) + 0,4\delta(k-2). \quad (26)$$

A Tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados nas estruturas dos equalizadores simulados. É importante enfatizar que esses parâmetros foram escolhidos após exaustivas simulações na busca pelos melhores valores para cada estrutura de equalizador.

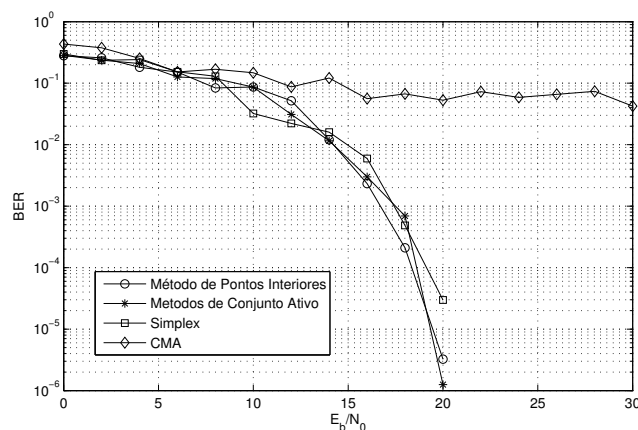
Tabela 1. Parâmetros utilizados nas estruturas dos equalizadores simulados.

Comprimento do equalizador (N)	16
Atraso de equalização (d_{eq})	6
Tamanho do bloco (K)	400
Passo de adaptação (μ)	0.01
Número de símbolos simulados	1×10^7

As Figuras 6(a) e 6(b) apresentam os resultados para o sistema 4-QAM e 16-QAM relativas ao canal A, $h_A(k)$, respectivamente. Para o sistema 4-QAM, ilustrado na Figura 6(a), observa-se um ganho de aproximadamente 2 dB quando se compara os resultados dos métodos de programação linear com método tradicional do CMA. No caso do sistema 16-QAM, Figura 6(b), os resultados mostram que o CMA não conseguiu convergir para um mínimo global, diferentemente dos métodos baseados em programação linear. Em outras palavras pode-se dizer que o CMA não equalizou o canal A em 1×10^7 símbolos.



(a) Sistema 4-QAM



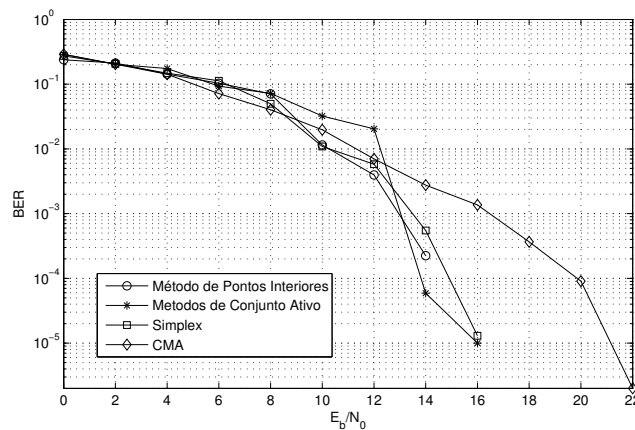
(b) Sistema 16-QAM

Figura 6. Curva de desempenho de BER em função de E_b/N_0 relativas ao canal A, $h_A(k)$ (ver Equação 25).

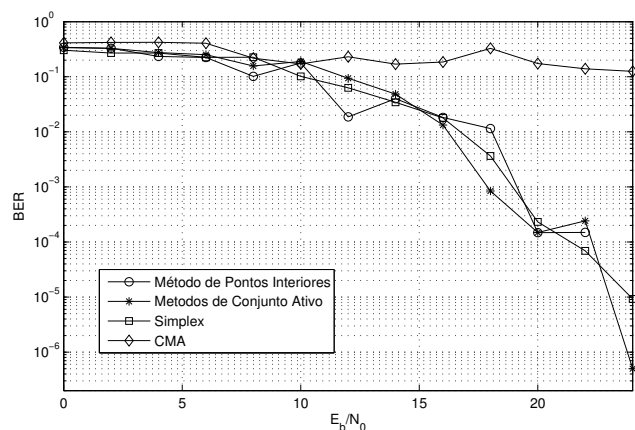
Para as simulações realizadas para o segundo cenário com o canal B, $h_B(k)$, as curvas de E_b/N_0 são apresentadas nas Figuras 7(a) e 7(b) para sistemas 4-QAM e 16-QAM respectivamente. Para o sistema 4-QAM (Figura 7(a)) o ganho de desempenho dos métodos de programação linear em relação ao CMA foi de aproximadamente 6 dB. No caso do sistema 16-QAM (Figura 7(b)) os resultados seguem a mesma tendência apresentada pelo canal A, ou seja, o CMA converge para um mínimo local enquanto os métodos baseados em programação linear convergem globalmente.

6. Conclusões

Este trabalho analisou e aperfeiçoou uma proposta de otimização convexa, baseada em programação linear, para equalizadores cegos aplicados a sistemas de comunicação digital. Diferentemente das propostas apresentadas na literatura foi elaborado um modelo levando em consideração canais com ruído AWGN e ISI. O trabalho também apresentou uma análise comparativa de várias técnicas de otimização para programação linear, aplicadas ao modelo proposto. A estrutura proposta foi submetida a simulações e comparada com o sistema convencional para verificar seu desempenho frente a situações de modelos



(a) Sistema 4-QAM



(b) Sistema 16-QAM

Figura 7. Curva de desempenho de BER em função de E_b/N_0 relativas ao canal \mathbf{B} , $h_B(k)$ (ver Equação 26).

de canais transmissão. Os resultados obtidos são bastante significativos e apontam para a possibilidade da utilização deste esquema em sistemas de comunicações reais.

Referências

- Benveniste, A. and Goursat, M.** (1984). Blind equalizers. *Communications, IEEE Transactions on*, 32(8):871–883.
- Ding, Z. and Luo, Z.-Q.** (2000). A fast linear programming algorithm for blind equalization. *Communications, IEEE Transactions on*, 48(9):1432–1436.
- Godard, D.** (1980). Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 28(11):1867–1875.
- John Proakis** (2000). *Digital Communications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math.
- John R. Treichler** (1998). Practical blind demodulators for high-order QAM signals. *Signal Process*, 67(3):331–344.
- Kennedy, R. A. and Ding, Z.** (1992). Blind adaptive equalizers for quadrature amplitude modulated communication systems based on convex cost functions. *Optical Engineering*, 31(6):1189–1199.

- Luo, Z.-Q., Meng, M., Wong, K. M., and Zhang, J.-K.** (2002). A fractionally spaced blind equalizer based on linear programming. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 50(7):1650–1660.
- Mathworks, T.** Matlab Optimization Toolbox User’s Guide - R2012b.
- MATLAB** (2012). *version 8.0 (R2012b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts.
- Muhammad, M. and Ding, Z.** (2010). A linear programming receiver for blind detection of full rate space-time block codes. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 58(11):5819–5834.
- Neves, A. d. O., Attux, R. R. d. F., Suyama, R., Miranda, M. D., and Romano, J. M. T.** (2006). Sobre critérios para equalização não-supervisionada. *Sba: Controle & Automática da Sociedade Brasileira de Automatica*, 17:278 – 299.
- Sato, Y.** (1975). A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 23(6):679–682.
- Shalvi, O. and Weinstein, E.** (1990). New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 36(2):312–321.
- Simon Haykin** (2001a). *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, fourth edition.
- Simon Haykin** (2001b). *Communication Systems*. fourth edition.