FORMULAÇÃO DE POLÍTICA DE DISTRIBUIÇÃO COM LOTE ECONÔMICO DE ENTREGA EM PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM ESTOQUE GERENCIADO PELO FORNECEDOR

Thiago André Guimarães
Centro Universitário Franciscano do Paraná (FAE)
thiandgui@gmail.com

Cassius Tadeu Scarpin
Programa de Pós Graduação e Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE)
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
cassiusts@gmail.com

Maria Teresinha Arns Steiner
Programa de Pós Graduação e Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE)
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS)
Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)
maria.steiner@pucpr.br

RESUMO

Em sistemas de gerenciamento de estoque pelo fornecedor (*Vendor Managed Inventory - VMI*), as decisões logísticas são centralizadas ao nível do vendedor, possibilitando uma redução simultânea dos custos de armazenagem e transporte. Sua operação requer a resolução de um complexo problema de otimização combinatória, denominado Problema de Roteirização e Estoques (PRE), que consiste no gerenciamento do estoque do cliente, no estabelecimento da frequência e quantidade de produto entregue, além do roteiro percorrido pelo veículo ao longo de um horizonte de planejamento. Este artigo propõe uma nova abordagem para a resolução do PRE considerando múltiplos veículos através de uma política de distribuição com lote econômico de entrega. Foi desenvolvida uma heurística de dois estágios que consiste, para cada período de planejamento, em agrupar os clientes conforme a programação das entregas para depois roteirizar os grupos formados. A política de lote econômico proposta foi comparada com outras duas diferentes políticas de distribuição: *order-up-to-level*, *maximum level*. Experimentos computacionais realizados sobre cenários gerados a partir de dados da literatura constatam a efetividade da heurística proposta ao endereçamento da escolha da melhor política de distribuição em função dos custos de estocagem e de transporte.

Palavras-chave: Lote Econômico, Roteirização e Estoque; Múltiplos Veículos; Heurísticas.

ABSTRACT

In vendor-managed inventory systems, the logistics making process is centralized at the suppliers level, while reducing the costs of storage and distribution. Its operation requires solving a complex combinatorial optimization problem, called and Inventory Routing Problem (IRP), which is to determine the frequency and quantity delivered to the customer in addition the vehicle routing over a planning horizon. This paper proposes a new approach to solve the problem base on Economic Quantity Order policy. A heuristic approach base in two stages was developed. First, for each planning period, the customers are clustered according to the quantity to be delivered and the second stage builds the routes. The EOQ policy was compared with two other distribution policies: Maximum Level and Order-up-to Level. Computational experiments performed with instances generated from literature data show the effectiveness of the proposed heuristic and allow to choose best distribution policy in relation to storage and delivery costs.

Keywords: Economic Quantity Order, Inventory Routing; Multi-vehicle; Heuristics.

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, a cadeia de suprimentos cumpre um papel determinante no desempenho empresarial e grande parte das organizações vem assimilando a noção de criação de valor ao cliente através da logística. Entre os esforços responsáveis no sentido de elevar os ganhos da cadeia, destaca-se o *Vendor Managed Inventory (VMI)* ou Estoque Gerenciado pelo Fornecedor (EGF). Conforme apontado por Campbell *et al.* (1998), o *VMI* cria valor tanto para o fornecedor quanto para o cliente, em uma situação de ganha-ganha, representado pela redução de custos de distribuição e melhor gerenciamento das entregas de um lado, e pela eliminação da necessidade de controle de estoques do outro. Todavia, operacionalização do sistema requer a resolução de um complexo problema de otimização combinatória denominado *Inventory Routing Problem (IRP)* ou Problema de Roteirização e Estoques (PRE), combinando o gerenciamento de estoque com programação de entregas e roteirização de veículos (Kleywegt *et al.* (2002).

Por sua relevância prática, o PRE vem recebendo ampla atenção da literatura acadêmica nos últimos anos, desde que foi proposto por Bell *et al.* (1983) para um caso de distribuição de gás industrial. Tal praticidade pormenoriza o problema conforme alguns critérios de classificação, envolvendo horizonte de tempo, política de reposição, composição e tamanho da frota, disponibilidade de informação sobre a demanda, roteiros, entre outros. Com destaque, a política de reposição define as regras principais sobre a quantidade entregue aos clientes, impactando diretamente no custo total. Mais comumente, reporta-se na literatura a política *ML – maximum level*, que flexibiliza a quantidade entregue ao cliente, estando limitada à sua disponibilidade de armazenamento no período e *OU – order-up-to level*, que determina ao fornecedor entregar a máxima quantidade possível, sempre que um cliente for visitado.

Para o caso do PRE com veículo único, Bertazzi *et al*. (2002) apresentam uma heurística construtiva com refinamentos e resolve o PRE para a política de distribuição *order-up-to level* testando diferentes funções objetivos acerca do custo de transporte e de estocagem. Archetti *et al.* (2011) propõem uma heurística que combina busca tabu com modelos de programação inteira e compara as políticas *OU e ML*. Já Coelho *et al.* (2012) empregam a metaheurística *ALNS (Adaptative Large Neighborhood Search)* para resolver o PRE sob as políticas *OU* e *ML*, considerando a possibilidade de transbordo entre os clientes e do fornecedor para o cliente.

A abordagem do Problema de Roteirização e Estoques com Múltiplos Veículos (PREMV) é tratada em Coelho e Laporte (2012c) que propõe um algoritmo exato *branch-and-cut* considerando frota homogênea e heterogênea. Já Adulyasak e Cordeau (2012) propuseram diferentes formulações de modelos de programação linear inteiro misto para o Problema de Roteirização e Produção (PRP), em que o PREMV é uma das variações. Os autores apresentam também um algoritmo *branch-and-cut* em conjunto com técnicas *ALNS* para o cálculo do *upper-bound* inicial. O algoritmo foi capaz de resolver de forma exata o PREMV como variação do PRP. Coelho *et al.* (2012a) acopla o conceito de consistência para o PREMV, objetivando elevar a qualidade do serviço. Os autores adicionam restrições de quantidade e periodicidade de reabastecimento, ocupação e designação do veículo para os clientes, resolvendo o problema heuristicamente via *ALNS*. As políticas *ML* e *OU* são analisadas comparativamente, sendo esta última tratada como uma consistência da quantidade de reabastecimento. Os resultados apontam para um aumento médio de 9% nos custos totais com a política *OU* em relação à política *ML*. De forma geral a política *OU* elevou os custos de estocagem em uma proporção maior à redução dos custos de transporte gerada.

Diante deste *trade-off* entre custo de estocagem e custo de transporte nas políticas *ML* e *OU*, este artigo propõe uma alternativa de distribuição para o PREMV através do cálculo de um lote econômico de entrega. O objetivo é encontrar um ponto de equilíbrio entre os custos de transporte e estocagem na direção de minimizar os custos totais.

Baseado em Coelho *et al.* (2012d) foi gerado um conjunto de problemas teste com demanda determinística com horizonte finito. Quanto à resolução, foi proposta uma heurística de dois estágios que consiste primeiramente em programar as entregas, formando grupos de atendimentos para roteirizá-los no segundo estágio. Acerca da programação das entregas, foi desenvolvido um algoritmo de agrupamento baseado na técnica estatística *k-means*, adaptado para o caso capacitado, enquanto que na segunda fase, o problema da roteirização é resolvido pelo emprego da heurística construtiva de inserção mais econômica com refinamentos *2-opt*. A aplicação da heurística em cenários com quantidades diferentes de clientes, períodos e disponibilidade de frota, possibilitaram avaliar o comportamento das políticas *ML*, *OU* e *LE* e indicar o seu melhor uso.

O restante do artigo está estruturado como segue: na seção 2 o PREMV é formalmente definido como um modelo de programação linear inteiro misto, de acordo com as políticas de distribuição *ML, OU* e LE. A seção 3 detalha a heurística desenvolvida. Na seção 4 os cenários gerados e os resultados obtidos são explanados. A seção 5 conclui o estudo.

2. FORMALIZAÇÃO DO PROBLEMA

O PREMV é formulado sobre um grafo completo e não orientado $G=(V,A)$ onde $V=\{0,...,n\}$ é o conjunto de vértices e $A=\{(i,j) \in V, i \neq j\}$ o conjunto de arcos. O vértice 0 refere-se ao depósito e $V'=V \setminus \{0\}$ representa os clientes. Cada arco $(i,j) \in V$, possui um custo não negativo c_{ij}. As decisões são definidas em horizonte temporal $T=\{0,...,p\}$. O cliente i demanda d_i^t, $\forall t \in T$, possui um custo de estocagem h_i e uma capacidade de armazenamento C_i, sendo $minC_i$ a quantidade mínima que deve ser mantida no estoque, calculada como uma proporção de C_i . No período $t=0$, é conhecido o estoque inicial I_i^0 ,$\forall i \in V$. O estoque do fornecedor disponível em cada período t é dado por I_0^t , sendo r^t a quantidade de produto recebida pelo depósito no período t. Assume-se que o fornecedor possui uma quantidade suficiente de produto para atender a demanda dos clientes ao longo de p.

Uma frota homogênea de K veículos, $k=\{1,...K\}$, com capacidade Q_k está disponível no depósito. Cada veículo k realiza uma única rota em cada período t, limitado a um número máximo de clientes atendidos $maxN^t$. Devido à questões operacionais, assume-se que, caso o cliente i seja visitado no período t pelo veículo k, a quantidade entregue q_{ik}^t deve ser superior a um parâmetro não negativo $minQ^t$, fixo para todo o conjunto de clientes. As variáveis de decisão são descritas a seguir:

- x_{ijk}^t : variável binária, que assume o valor 1 se o arco (i,j) é percorrido no período t pelo veículo k e 0 caso contrário.
- y_{ik}^t : variável binária, que assume o valor 1 se o cliente i é visitado pelo veículo k no período t e 0 caso contrário.
- I_i^t : nível de estoque do cliente i ao término do período t.
- q_{ik}^t : quantidade entregue ao cliente i no período t pelo veículo k.
- f_{ij}^t : fluxo de veículos que chega ao nó j a partir do nó i no período t.

O objetivo do PREMV é minimizar o custo total de distribuição e armazenamento, endereçado à política do *VMI*, atendendo às seguintes restrições adicionais:

- O estoque I_i^t do cliente i não deve exceder sua capacidade C_i nem ser inferior ao mínimo requerido $minC_i$.
- Cada cliente i deve ser atendido por um único veículo.
- A totalidade entregue pelo veículo k no período t não deve exceder sua capacidade Q_k.
- Cada veículo deve realizar apenas uma rota de entrega por período, devendo esta iniciar e terminar no depósito e a quantidade de rotas não deve exceder a disponibilidade da frota.

Inicialmente, para a política de distribuição *maximum level*, o PREMV é definido como um modelo de programação linear inteira mista como segue:

Minimizar $$\sum_{t=1}^{p} I_0^t h_0 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{p} I_i^t h_i + \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0,\, j\neq i}^{n}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{p} c_{ij} x_{ijk}^t \quad (1)$$

Sujeito à: $$\min C_i \le I_i^t \le C_i \qquad \forall t \in T, i \in V' \quad (2)$$

$$q_{ik}^t \le C_i - I_i^t \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V' \quad (3)$$

$$q_{ik}^t \ge \min Q^t y_{ik}^t \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V' \quad (4)$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k=1}^{K} q_{ik}^t y_{ik}^t - d_i^t + \min C_i \qquad \forall t \in T, i \in V' \quad (5)$$

$$I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} q_{ik}^t \qquad \forall t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^{n} q_{ik}^t y_{ik}^t \le Q_k \qquad \forall k \in K, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik}^t \le \max N^t \qquad \forall k \in K, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^t = 1 \qquad \forall i \in V', t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ijk}^t = 1 \qquad \forall k \in K, t \in T, j \in V' \mid j \neq i \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{jik}^t = 1 \qquad \forall k \in K, t \in T, j \in V' \mid j \neq i \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{0ik}^t = \sum_{i=1}^{n} x_{i0k}^t \qquad \forall k \in K, t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{0k}^t \le K \qquad \forall t \in T \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijk}^t + \sum_{i=0}^{n} x_{jik}^t = 2 y_{ik}^t \qquad \forall k \in K, t \in T \quad (14)$$

$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K} f_{jik}^t - \sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{K} f_{ijk}^t = \sum_{k=1}^{K} q_{ik}^t y_{ik}^t \qquad \forall t \in T, i \in V' \quad (15)$$

$$f_{ijk}^t \le Q_k y_{ik}^t \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V, j \in V' \quad (16)$$

$$f_{ijk}^t \ge 0 \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V, j \in V' \quad (17)$$

$$I_i^t \ge 0 \qquad \forall t \in T, i \in V \quad (18)$$

$$q_{ik}^t \ge 0 \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V' \quad (19)$$

$$d_i^t \ge 0 \qquad \forall t \in T, i \in V' \quad (20)$$

$$x_{ijk}^t \in \{0,1\} \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V, j \in V \mid j \neq i \quad (21)$$

$$y_{ik}^t \in \{0,1\} \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V \quad (22)$$

A equação (1) minimiza a função objetivo do problema, contemplando o custo de armazenagem do depósito, o custo de armazenagem do cliente e o custo total de distribuição. A restrição (2) limita o estoque do cliente *i* em cada período *t* entre um valor mínimo $minC_i$ e um valor máximo C_i. Em (3) garante-se que a quantidade entregue ao cliente *i* no período *t* não exceda sua capacidade disponível e em (4) é requerido que ela seja superior ao parâmetro mínimo operacional. A restrição (5) calcula o estoque do cliente *i* no período *t* como sendo o estoque no período anterior *t-1*, mais a quantidade recebida q_{ik}^t, menos a quantidade demandada d_i^t no período *t*, mais o estoque mínimo $\min C_i$. Em (6), o estoque do fornecedor é definido. A restrição (7) garante que a quantidade transportada por um veículo *k* não exceda sua capacidade de carregamento, enquanto que a restrição (8) limita a quantidade de clientes servidos pelo mesmo veículo não seja superior a um parâmetro pré-determinado. Em (9), garante-se que cada cliente *i* seja visitado por apenas um veículo *k*. As sete restrições seguintes modelam os requisitos para a não ocorrência de subciclos: em (10) e (11), o somatório de arcos que chegam e que saem a um determinado cliente *i* devem ser únicos. A restrição (12) certifica que a quantidade de arcos que chegam ao depósito deve ser igual à quantidade que dele sai. Em (13) é assegurando que existam no máximo *K* subrotas. Já a equação (14) garante a continuidade da rota sempre que o veículo passar por um ponto diferente do depósito. Em (15), o fluxo de produtos que passa por um ponto *i*, com exceção do depósito, subtraído do fluxo que sai desse mesmo nó, resulta na quantidade abastecida para o *i*-ésimo cliente. Já a restrição (16) limita o fluxo que passa por um arco utilizado no percurso à capacidade do veículo. As restrições de (17) à (22) delimitam o domínio das variáveis.

2.1. POLÍTICA *ORDER-UP-TO LEVEL*

A formulação do problema para a política *OU* implica em adicionar restrições para a quantidade entregue. Estendendo o modelo de Archetti *et al.* (2007) para múltiplos veículos, tem-se:

$$q_{ik}^t \geq C_i y_{ik}^t - I_i^t \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V' \qquad (23)$$

$$q_{ik}^t \leq C_i y_{ik}^t \qquad \forall k \in K, t \in T, i \in V' \qquad (24)$$

A restrição (23) assegura ao cliente *i* um carregamento igual à capacidade máxima de estocagem, dada por $C_i - I_i^t$ caso ele seja visitado pelo veículo *k* no período *t* $(y_{ik}^t = 1)$ e zero caso contrário $(y_{ik}^t = 0)$.

2.2. POLÍTICA DE LOTE ECONÔMICO

A política *ML* oportuna ao fornecedor realizar entregas em quantidades flexíveis, elevando sua frequência e consequentemente o custo de transporte. Já política *OU* eleva o nível de estoque dos clientes e consequentemente seu custo associado pelo fato das recargas alcançarem a capacidade de armazenamento. Contudo, as visitas menos frequentes e a maior quantidade entregue reduzem o custo de transporte. Pela dicotomia exposta, um política de lote econômico (LE) objetiva equilibrar os custos de transporte e de estocagem, através do cálculo de quantidades fixas.

Reportam-se na literatura algumas abordagens que empregam LE no contexto do PRE. Birger e El-Houssaine (2008) apresentam uma formulação LE envolvendo quatro componentes de custo: custos fixos de operação do veículo, custos de transporte, custos de processamento do pedido e custos de estocagem. Os autores consideram um PRE para um único veículo, com a possibilidade de múltiplos roteiros em um mesmo período. Uma heurística de quatro estágios é proposta, envolvendo primeiramente uma partição do conjunto de clientes para construir posteriormente os múltiplos roteiros entre as partições formadas. O terceiro estágio determina à frequência dos roteiros e o último a programação das rotas. Já Liu e Lee (2011) resolvem o PRE com janelas de tempo e demanda estocástica e uma heurística construtiva com refinamentos por mecanismos de busca em vizinhança é proposta. Os autores consideram uma revisão para um modelo de LE contínuo, porém o trabalho não especifica quais parâmetros são considerados.

Sindhuchao *et al.* (2005) tratam o PRE com único veículo e demanda determinística. O estudo apresenta uma política de LE considerando custos de estocagem do cliente, de transporte e de processamento de pedido. O problema é resolvido por técnicas de geração de colunas em conjunto com a técnica *branch-and-price*. Uma heurística construtiva com busca em vizinhança também é proposta. No presente artigo, a formulação para LE baseia-se em Sindhuchao *et al.* (2005), generalizando-a para múltiplos veículos, e segue o modelo básico de calculo que considera o custo total do sistema de reposição *(Cs)* conforme (25):

$$Cs_i = C_{Ci} * D_i + C_{Pi} * \left(\frac{D_i}{Q_i}\right) + C_{E_i} * (E_{mi}) \qquad (25)$$

Onde C_C é o custo de aquisição do produto, D é a demanda do cliente, C_P é o custo de processamento do pedido e C_E é o custo unitário de estocagem por período. A variável E_m refere-se ao estoque médio e Q e o lote econômico de pedido. Sem perda de generalidade, o custo de aquisição do produto (C_c) foi desconsiderado pois não impacta no sistema de distribuição do produto. Dado que o PRE precisa ser resolvido sobre um horizonte de planejamento, a demanda do cliente i (D_i) é calculada como uma demanda média por período (equação 26). Já o estoque médio é obtido com pela lógica da política *Maximum Level* e leva em conta a quantidade recebida pelo cliente ao longo de p, subtraído do seu estoque médio ao longo do mesmo período (equação 27). Por fim, o custo de processamento do pedido refere-se à uma *proxy* do deslocamento médio necessário para enviar um veículo até o cliente i, ponderado pela fração da demanda deste cliente em relação à demanda de todos os clientes (equação 28).

$$D_i = \frac{\sum_{t=1}^{p} d_i^t}{p} \; \forall i \in V' \; (26); \qquad Em_i = \frac{Qp - \sum_{t=1}^{p} I_i^t}{2p} \; \forall i \in V' \; (27); \qquad C_{Pi} = \frac{\sum_{j=0,\ j\neq i}^{n} c_{ij}}{n} \frac{\sum_{t=1}^{p} d_i^t}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{p} d_i^t}, \forall i \in V' \; (28).$$

Substituindo as três supracitadas equações em (25), obtêm-se o custo total do sistema de reposição, demonstrado na equação (30).

$$Cs_i = \left[\frac{\sum_{j=0,\ j\neq i}^{n} c_{ij}}{n} \frac{\sum_{t=1}^{p} d_i^t}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{p} d_i^t}\right] * \left[\frac{\sum_{t=1}^{p} d_i^t}{pQ}\right] + C_{E_i} * \left[\frac{Qp - \sum_{t=1}^{p} I_i^t}{2p}\right], \forall i \in V' \qquad (29).$$

Derivando a equação (29) em relação a Q e igualando a zero, obtemos o lote econômico de entrega para o cliente i, apresentado na equação (30)

$$Q_i = \sqrt{\frac{2 * \sum_{j=0,\ j\neq i}^{n} c_{ij} * \left(\sum_{t=1}^{p} d_i^t\right)^2}{C_{E_i} * n * h_i * p^2 * \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{p} d_i^t}} \qquad , \forall i \in V' \qquad (30);$$

A política implica que se o cliente i for visitado pelo veículo k no período t, a quantidade recebida deve ser igual ou múltiplo do seu respectivo lote econômico limitado pela capacidade de armazenagem. A formulação do modelo para o PREMV requer a adição da equação (31), modificando a equação (3) do modelo original, de forma que:

$$q_{ik}^t = \min\left(\left(C_i - I_i^t\right) y_{ik}^t;\ \theta_i^t * Q_i\right), \qquad \theta_i^t = \left\lceil \frac{d_i^t - I_i^t + \min C_i}{Q_i} \right\rceil \; (31);$$

Onde θ_i^t é o maior valor inteiro (teto) da divisão entre a quantidade necessária a ser entregue ao cliente i (política *ML*) e o próprio lote econômico.

3. ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO

O PREMV é considerado *NP-hard* pois generaliza o Problema de Roteirização de Veículos Capacitados (COELHO, CORDEAU e LAPORTE (2012a), limitando o modelo proposto na seção 2 de resolver instâncias de grande porte. Por esta razão, o PREMV é resolvido heuristicamente neste estudo.

Em Campbell e Savelsbergh (2004) o PRE clássico é solucionado para um único veículo via decomposição em duas fases. Na primeira delas, as entregas são programadas por técnicas de programação inteira, e na segunda fase o conjunto de rotas é construído através de heurísticas de roteirização e *scheduling*. Neste trabalho a mesma estratégia de resolução através de decomposição é estendida ao PREMV. Primeiramente a programação das entregas é realizada através do agrupamento dos pontos de demanda empregando a técnica estatística *k-means*, onde o número de grupos é igual ao número de veículos disponíveis. São geradas inicialmente K sementes com coordenadas aleatórias e os clientes são agrupados de acordo com a proximidade, não havendo controle de capacidade de carregamento ou o número máximo de pontos por grupo. Definido um arranjo inicial, novas coordenadas são calculadas para os *K-centróides* e a designação dos clientes ao centroide mais próximo é feita de acordo com a quantidade programada de entrega, respeitando a limitação de carregamento do veículo e número máximo de clientes por grupo. O procedimento é repetido até que as novas coordenadas dos centroides convirjam para um limite previamente estabelecido.

Definido os grupos de atendimento, as rotas inicias são construídas pela heurística de inserção mais econômica. Conforme exposto em Steiner *et al.* (2000), o algoritmo consiste em, a partir de um arco (i,j), encontrar um nó $k \in V$ que ainda não esteja na rota de maneira que $c_{ik}+ c_{kj} - c_{ij}$ seja mínimo e formar a rota (i,k,j) até se ter um circuito Hamiltoniano. Após a formação do circuito, a solução é refinada pelo algoritmo de melhorias *2-opt*. Tal método atua na substituição de 2 pares de arcos no roteiro estabelecido anteriormente, por outros 2 arcos da mesma rota. Caso alguma melhoria seja detectada a troca é aceita e os novos arcos passa a compor a solução incumbente. Esta dinâmica se repete até que nenhuma troca resulte em melhoria. A figura 1 apresenta a heurística proposta.

```
Heurística PREMV (Instância)
Ler Dados
Melhor Solução ←1000^1000
Tempo←Tinicio
Para i=1 até Número de Iterações
    Para t=1 até T
        Para k=1 até K
            Gerar sementes iniciais dos centróides
            Para i=1 até n
                Agrupar clientes por proximidade
                Recalcular coordenadas dos centróides
                Agrupar clientes por quantidade a ser entregue (Conforme Política)
                Return(Grupos)
            Fim Para
            Roteirizar Inserção Mais Econômica (Grupos)
                Return(RoteiroInicial)
            Aplicar Melhoria 2-opt (RoteiroInicial)
                Return(Solução Incumbente)
            Se Solução Incumbente < Melhor Solução
                Melhor Solução = Solução Incumbente
                Tempo←Tfim-Tinicio
            Fim Se
        Fim Para
    Fim Para
Fim Para
Return(Melhor Solução, Tempo)
```

Figura 2 – Heurística proposta para o PREMV. Fonte: Os Autores

4. DADOS GERADOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os cenários gerados baseiam-se nos padrões adotados em Coelho *et al.* (2012d) a respeito da demanda dos clientes, níveis iniciais de estoque e localização geográfica dos vértices (clientes e depósito). O conjunto de instâncias seguem os parâmetros a seguir:

- Número de clientes *(n)*: igual à 5,10,15,25,50,100,125,150 e 200.
- Número de veículos *(K)*: 2 e 3 veículos.
- Horizonte *(p): 5, 10* e *20* períodos.
- Demanda(d_i): variável uniforme contínua entre [10;100]
- Taxa de recarga do depósito *(r):* variável uniforme contínua entre [100*n*,140*n*].
- Capacidade de Estocagem (C_i):variável uniforme contínua entre [2,6 μ_i ; 5,2 μ_i], onde μ_i é a demanda média do cliente *i* ao longo de *p*.
- Percentual Mínimo de Estocagem $(minC_i)$: αC_i, onde α é uma variável uniforme contínua entre [0,1 ; 0,2].
- Estoque Inicial no Depósito (I_0^0): $\sum_{t=1}^{p} C_i$.
- Estoque Inicial nos Clientes (I_i^0): $C_i - \sum_{t=1}^{p} d_i^t \;/\; p$.
- Custo de estocagem do fornecedor (h_0): 0,02.
- Custo de estocagem do cliente (h_i): variável uniforme contínua entre [0,2;0,4].
- Penalidade pela ruptura: 200* h_i.
- Número Máximo de Clientes por Rota $(\max N^t)$: parte inteira de *n/K*
- Capacidade do Veículo (Q_k): $(3/2) * \sum_{i=1}^{n} C_i \;/\; K$
- Distância entre os arcos *(i,j)* (c_{ij}): $\sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}$, onde (X_i,Y_i) são variáveis uniformes contínuas entre [0;500].
- Número máximo de clientes por rota ($\max N^t$):*n/K*

Foram testados 42 cenários classificados em pequenos (5, 10 e 15 clientes), médios (25 e 50 clientes) e grandes (75, 100, 125, 150 e 200 clientes). Os períodos variam entre 5, 10 e 20 e os veículos entre 2 e 3 unidades. Os experimentos computacionais foram realizados em um processador Intel Core i3™ de 32 bits, CPU de 3.10 GHz com 2GB de memória, com Windows 7 Home, *Service Pack 1*. A heurística foi codificada em Visual Basic 6.0.

A tabela 1 apresenta os resultados obtidos para os cenários pequenos. Da esquerda para a direita tem-se o nome da instância, o número de clientes, veículos e períodos, os custos por política, sendo CTr o custo de transporte, CEstF o custo de estocagem do fornecedor e CEstC o custo de estocagem do cliente e o tempo de processamento em segundos.

Tabela 1- Resultados para Cenários Pequenos

				MAXIMUM LEVEL					ORDER-UP-TO LEVEL					LOTE ECONÔMICO				
Instância	C	K	T	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t
C5-T5-K2-IME	5	2	5	3559	168	517	**4245**	1.5	3188	139	966	4293	0.8	3383	148	823	4353	0.3
C10-T5-K2-IME	10	2	5	6127	357	885	7368	3.7	3124	284	1941	**5349**	3.8	4349	305	1646	6300	6.1
C10-T5-K3-IME	10	3	5	5491	290	921	6702	3.7	3521	229	1835	**5585**	3.7	4160	254	1437	5851	6.7
C15-T5-K2-IME	15	2	5	5778	521	1334	**7633**	4	4467	420	2969	7856	6.8	5123	458	2337	7918	8.5
C5-T10-K2-IME	5	2	10	8998	487	658	10143	7.2	6832	414	1978	9225	4.6	7016	442	1478	**8936**	6.3
C15-T5-K3-IME	15	3	5	9579	486	1574	11639	6.1	7328	380	3080	**10788**	3.1	8368	414	2560	11342	3.9
C10-T10-K3-IME	10	3	10	13809	1021	976	15806	8.7	9151	868	3330	13349	106	9768	928	2365	**13061**	4.5
C10-T10-K2-IME	10	2	10	16687	1051	1745	19484	6.2	11211	879	4605	**16695**	5.2	13032	956	3334	17323	7.7
C15-T10-K2-IME	15	2	10	20108	1671	2107	23886	2.9	13563	1471	5087	**20120**	8.7	16369	1514	4255	22138	9.5
C15-T10-K3-IME	15	3	10	19176	1817	2766	23759	6	12646	1552	6922	21120	7.6	14161	1662	5157	**20979**	3.7
C10-T20-K3-IME	10	3	20	32997	3096	3072	39165	4.1	16768	2752	8499	**28019**	6.3	24690	2920	5781	33391	3
C15-T20-K3-IME	15	3	20	37660	5887	4246	47793	19.4	24213	5367	11900	**41481**	18	30786	5588	8252	44626	17
Média				14997	1404	1733	18135	6.12	**9668**	**1230**	**4426**	**15323**	**15**	11767	1299	3285	16352	6.4
GAP				55%	14%	-61%	18%	-58%						-22%	-7%	90%	-10%	5%

Conforme apontado na tabela 1, o desempenho da política *OU* foi superior às demais para cenários com 5, 10 e 15 clientes. Em média, o desvio da política *ML* foi 18% maior, e de 7% para a política *LE*. As soluções em negrito apontam para a melhor política para a instância da coluna 1. Em geral, a política *OU* foi mais eficiente nos cenários com 3 veículos disponíveis (instâncias C15-T20-K3, C10-T20-K3, C10-T5-K3 e C15-T5-K3), devido principalmente ao menor custo de transporte. Nestes cenários, a política LE teve um desempenho intermediário. Com relação ao tempo, as políticas *ML* e LE processaram o bloco de instâncias na mesma ordem de grandeza enquanto a política *OU* demandou quase o dobro do tempo médio.

O segundo bloco de cenários possui 20 e 50 clientes, alternando o horizonte de planejamento entre 5 e 20 períodos, e uma frota de 2 e 3 veículos. A tabela 2 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 2- Resultados para Cenários Médios

				MAXIMUM LEVEL					ORDER-UP-TO LEVEL					LOTE ECONÔMICO				
Instância	C	K	T	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t
C20-T10-K2	20	2	10	20206	2028	2173	24407	8.7	12739	1741	6620	**21100**	7.8	14617	1842	5033	21493	9.6
C20-T5-K2	20	2	5	6850	646	1376	8872	6	5144	538	2931	8614	8.5	5488	576	2400	**8464**	9.8
C20-T10-K3	20	3	10	21894	2174	2181	26250	5.6	14240	1877	6857	**22975**	10	17347	1992	5056	24395	11.8
C20-T20-K3	20	3	20	53083	6773	3504	63360	24.4	34558	6107	13577	**54242**	18	44175	6413	8947	59535	26.6
C20-T5-K3	20	3	5	9924	701	1621	12246	9.5	7406	582	3395	**11383**	1.7	7970	599	2908	11476	5.5
C50-T10-K2	50	2	10	27550	4757	5704	**38012**	33.4	19597	3988	17216	40801	37	22342	4309	12356	39007	25.8
C50-T5-K2	50	2	5	12135	1498	3354	**16988**	33	9703	1222	7471	18397	11	10391	1304	6255	17949	6.1
C50-T5-K3	50	3	5	11214	1487	3763	**16464**	8.6	9162	1196	8089	18447	15	9891	1304	6455	17650	19.5
C50-T10-K3	50	3	10	30871	4329	4952	40152	8.4	21223	3593	16009	40825	10	22922	3891	11451	**38265**	50.6
C50-T20-K3	50	3	20	70854	15722	13711	100287	106	47659	14116	38109	99885	10	56946	14806	27611	**99363**	19
Média				26458	4012	4234	34704	24.3	**18143**	**3496**	**12027**	**33667**	**13**	21209	3704	8847	33760	18.4
GAP				46%	15%	-65%	3%	89%						17%	6%	-26%	0.3%	43%

Pelo exposto o desempenho ainda superior da política *OU* se concentra nas instâncias com 20 clientes e 3 veículos. Com o aumento da quantidade de clientes, o custo de estocagem elevou-se em uma proporção maior que a redução do custo de transporte, de forma que o *gap* para a política *ML* fosse de 3% (contra 18% para os pequenos cenários). O desempenho em *ML* foi superior para cenários intermediários, conforme destaque em negrito. A política de lote econômico teve performance muito semelhante em termos médios à política *OU*, com apenas 0,3% de desvio, além de produzir resultados melhores para os cenários de maior porte (C50-T10-K3, C50-T20-K3). O tempo computacional médio ficou estável para a política *OU*, tendo sido incrementado para a política *ML* e *LE*. Por fim, a tabela 3 trata os cenários de grande porte, com 75, 100, 125, 150 e 200 clientes.

Tabela 3- Resultados para Cenários Grandes

				MAXIMUM LEVEL					ORDER-UP-TO LEVEL					LOTE ECONÔMICO				
Instância	C	K	T	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t
C75-T5-K2	75	2	5	13990	2258	5503	**21750**	8.3	11330	1786	11892	25009	11.3	11008	1939	9758	22706	12.3
C75-T5-K3	75	3	5	15510	2544	5425	**23479**	11.6	11922	2064	12442	26428	4.2	13291	2230	9959	25480	4.5
C75-T10-K2	75	2	10	35742	7871	7715	**51328**	13.2	27171	6794	24065	58030	11.4	30810	7179	17728	55716	8.9
C75-T10-K3	75	3	10	39292	7498	11395	**58185**	15.1	29764	6347	28860	64972	4	35106	6780	22179	64066	11.8
C100-T5-K2	100	2	5	17275	3755	9145	**30175**	28.4	13715	3125	18415	35255	10.3	14936	3380	13821	32137	6.6
C100-T5-K3	100	3	5	19889	3307	8478	**31673**	7.3	15385	2682	17647	35714	7.4	18744	2804	15241	36788	3.4
C100-T10-K3	100	3	10	40299	9361	10290	**59951**	29	30648	7849	33518	72014	13.1	35005	8424	24442	67872	20.5
C100-T10-K2	100	2	10	38229	11313	10888	**60430**	31.5	29368	9792	33004	72164	7.8	30190	11063	20601	61854	9.4
C125-T5-K2	125	2	5	19035	4139	9499	**32673**	14.1	16124	3603	17740	37467	3.7	15689	3874	14113	33676	4.4
C125-T5-K3	125	3	5	20854	4577	11133	**36563**	2.5	16350	3743	23794	43887	1.3	20354	3959	18967	43280	10.1
C125-T10-K2	125	2	10	42913	12787	12624	68323	7.9	34453	12114	32513	79080	36.1	31510	13494	21647	**66651**	3.5
C125-T10-K3	125	3	10	51770	15170	19210	**86150**	5.5	36866	13183	48311	98361	12.2	45502	14060	34652	94213	20.5
C150-T5-K2	150	2	5	19432	5311	11475	36218	22.2	14926	4874	18641	38442	10.1	15360	5153	14803	**35317**	8.8
C150-T5-K3	150	3	5	21931	5462	14570	41964	62.6	19793	4505	28916	53214	10.3	21295	4905	21854	48053	10.6
C150-T10-K2	150	2	10	47725	12131	16140	75996	110	31662	11878	35792	79331	14.3	31033	13348	24247	**68628**	22.3
C150-T10-K3	150	3	10	52646	12077	15460	**80184**	53.1	44434	9879	48141	102454	7	47431	11667	31291	90389	6.7
C200-T5-K2	200	2	5	21924	6626	14826	43377	109	15825	6390	20450	42665	17.2	15704	6608	17921	**40233**	5.8
C200-T5-K3	200	3	5	25747	6523	18123	50393	60.2	21172	5841	29454	56467	17.6	20716	6237	22240	**49193**	1.5
C200-T10-K2	200	2	10	57380	21030	31802	110212	95.3	34785	22652	43147	100584	24.9	34099	24253	28407	**86759**	19.7
C200-T10-K3	200	3	10	58168	21427	31751	111347	16.7	44302	20161	62330	126793	2.1	44242	22689	40666	**107597**	34
Média				**32988**	**8758**	**13773**	**55519**	**35.2**	25000	7963	29454	62417	11.32	26601	8702	21227	56530	11.3
GAP									-24%	-9%	114%	12%	-68%	-19%	-1%	54%	2%	-68%

Este último conjunto de 20 cenários aponta para um desempenho superior da política *ML* em relação às outras. Os resultados são sustentados pela grande elevação dos custos de estocagem do cliente na política *OU*, justamente pelo incremento no número de pontos de demanda. Ainda que a política LE não tenha superado as demais, sua performance foi 2% mais custosa em termos médios que a política *ML*, com custo de transporte 19% menor e custo de estocagem do cliente 1% menor que esta política. Destaca-se a estabilidade do tempo de processamento para todos os cenários avaliados, que não ultrapassou 100 segundos para a execução de todas as iterações. Novamente observa-se que a política LE foi superior para as instâncias de maior porte (200 clientes) ao passo que a política *ML* produziu melhores resultados para instâncias de menor porte no bloco (75, 100 e 125 clientes). Como última análise, a tabela 7 apresenta o valor médio dos resultados consolidados para os três blocos de cenários anteriormente discutidos. Em virtude do desempenho intermediário da política LE frente à *ML* e *OU*, o resultado agregado aponta para um custo médio menos custoso da primeira em relação às últimas.

Tabela 7- Resultado Síntese

	MAXIMUM LEVEL					ORDER-UP-TO LEVEL					LOTE ECONÔMICO				
	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t	CTr	CEstF	CEstC	CT	t
Cenários Pequenos (Média)	14997	1404	**1733**	18135	6.12	**9668**	**1230**	4426	**15323**	14.54	11767	1299	3285	16352	6.42
Cenários Médios (Média)	26458	4012	**4234**	34704	24.31	**18143**	**3496**	12027	**33667**	12.87	21209	3704	8847	33760	18.43
Cenários Grandes (Média)	32988	8758	**13773**	55519	35.18	**25000**	**7963**	29454	62417	11.32	26601	8702	21227	**56530**	11.27
Média Global	24814	4725	6580	36119	21.87	17604	4230	15302	37136	12.91	**19859**	**4568**	**11120**	**35547**	**12.04**
GAP Global	25%	3%	-41%	2%	169,4%	-11%	-7%	38%	4%	7%					

Como previsto, a política de distribuição por lote econômico alcançou o equilíbrio entre o custo de transporte e o custo de estocagem. Em negrito, estão os menores valores médios para as variáveis das colunas. Verifica-se que a política de *Maximum Level* obteve os menores custos de armazenagem para os três blocos de cenários enquanto a política *Order-up-to Level* teve melhor desempenho nos custos de armazenagem do depósito e nos custos de transporte. Ainda que a política *LE* não tenha sido superior em nenhum dos três parâmetros, seu desempenho médio global superou *ML* e *OU*. Nota-se também que o tempo médio de resolução foi ligeiramente menor na política *LE* em relação às demais.

5. CONCLUSÕES

O presente estudo abordou o Problema de Roteirização e Estoques com Múltiplos Veículos a partir da óptica da logística de distribuição baseada em sistemas de estoques gerenciados pelo fornecedor. A heurística proposta foi eficiente na resolução do conjunto de cenários testados em um tempo computacional bastante reduzido, não ultrapassando 100 segundos para as instâncias maiores. Com relação aos resultados, conseguiu-se demonstrar que o equilíbrio almejado pela política de distribuição *LE* foi alcançado, pois seu desempenho foi superior para a análise sintética do conjunto de cenários. Os experimentos computacionais apontaram ainda um endereçamento da política *Maximum Level* em problemas intermediários, onde o número de clientes situa-se entre 20 e 50, enquanto que a política *Order-up-to Level* acaba sendo mais eficiente para situações em que o número de clientes é menor (entre 5 e 15). A política de Lote Econômico apresentou-se bastante promissora para problemas de grande porte, com a quantidade de clientes variando de 100 à 200. Destaca-se que na análise consolidada, a política LE foi em média 2% menos custosa que a política *ML* e 7% que a política *OU*. De forma geral, a política *LE* situou-se em uma posição intermediária entre *ML* e *OU* quando os resultados foram analisados de forma setorizada, entretanto, quando os resultados foram verificados de forma global, o desempenho da política de lote econômico se apresentou superior em relação às outras políticas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, JEAN-FRANCOIS. (2012). Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multi-Vehicle Production and Inventory Routing Problems. Technical Report - Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport - Montreal.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; HERTZ, A.; SPERANZA, M. G. (2011). A Hybrid Heuristic for an Inventory Routing Problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 24, n. 1, p. 101-116.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; LAPORTE, G.; SPERANZA, M. G. A. (2007). Branch-and-Cut Algorithm for a Vendor-Managed Inventory-Routing Problem. **Transportation Science**, v. 41, n. 3, p. 382-391.

BELL, W. J.; DALBERTO, L. M.; FISHER, M. L. et al. (1983). Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. **Interfaces**, v. 13, n. December, p. 4-23.

BERTAZZI, LUCA; PALETTA, G.; SPERANZA, M. GRAZIA. (2002). Deterministic Order-Up-To Level Policies in an Inventory Routing Problem. **Transportation Science**, v. 36, n. 1, p. 119-132.

BIRGER, R.; EL-HOUSSAINE, A. (2008). Designing distribution patterns for long-term inventory routing with constant demand rates. **International Journal of Production Economics**, v. 112, n. 1, p. 255-263.

CAMPBELL, A.; CLARKE, L.; KLEYWEGT, A. J.; SAVELSBERGH, M. (1998). The Inventory Routing Problem. In: T. G. Crainic; Gilbert Laporte (Eds.); **Fleet Management and Logistics**. p.95-113.

CAMPBELL, A. M.; SAVELSBERGH, M. W. P. A. (2004). Decomposition Approach for the Inventory-Routing Problem. **Transportation Science**, v. 38, n. 4, p. 488-502.

COELHO, LEANDRO C.; CORDEAU, JEAN-FRANÇOIS; LAPORTE, GILBERT. (2012a). Consistency in multi-vehicle inventory-routing. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 24, p. 270-287.

COELHO, LEANDRO C.; CORDEAU, JEAN-FRANÇOIS; LAPORTE, GILBERT.(2012b).The inventory-routing problem with transshipment. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 11, p. 2537-2548.

COELHO, LEANDRO CALLEGARI; LAPORTE, GILBERT. (2012c). The Exact Solution of Several Classes of Inventory-Routing Problems. Technical Report - CIRRELT 2012-22 - Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport - Montreal.

COELHO, LEANDRO CALLEGARI; LAPORTE, GILBERT; CORDEAU, J. (2012d). Dynamic and Stochastic Inventory-Routing. Technical Report CIRRELT - 2012-37 - Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport - Montreal.

KLEYWEGT, A. J.; NORI, V. S.; SAVELSBERGH, M. W. P. (2002).The stochastic inventory routing problem with direct deliveries. **Transportation Science**, v. 36, p. 94-118.

LIU, S.-C.; LEE, W.T. (2011). A heuristic method for the inventory routing problem with time windows. **Expert Systems with Applications**, v. 38, n. 10, p. 13223-13231.

SINDHUCHAO, S.; ROMEIJN, H. E.; AKÇALI, E.; BOONDISKULCHOK, R. (2005). An Integrated Inventory-Routing System for Multi-item Joint Replenishment with Limited Vehicle Capacity. **Journal of Global Optimization**, v. 32, n. 1, p. 93-118.

STEINER, M. T. A.; SILVA, L. V. DA; COSTA, D. B. DA; CARNIERI, C.; SILVA, A. C. L. DA. (2000). O Problema do Roteamento no Transporte Escolar. **Pesquisa Operacional**, v. 20, n. 1, p. 83-99**.**